

差异化图嵌入的多层社交网络影响力最大化方法^{*}

林荣华¹, 姚润彬¹, 王怡嘉¹, 林俊杰¹, 吴正洋¹, 汤庸^{1,2}

¹(华南师范大学 计算机学院, 广东 广州 510631)

²(广东科技学院 数据智能研究院, 广东 东莞 523083)

通信作者: 吴正洋, E-mail: wuzhengyang@m.scnu.edu.cn



摘 要: 在社交网络分析中, 识别有影响力的节点至关重要. 现有方法通常忽略局部意见领袖的倾向, 导致种子节点的影响力范围重叠. 此外, 在影响力传播强度非均匀的动态场景下, 基于传统图神经网络 (graph neural network, GNN) 的方法也难以在消息传递过程中对节点的影响力特征进行有效建模和聚合. 同时, 现有技术也未能充分解决社交网络的多层特性和节点异质性问题. 为了应对上述挑战, 提出一种新型的多层影响力最大化方法 Inf-MDE. 该方法利用差异化的图嵌入, 采用多层网络结构对社会关系进行建模. 进而, 模型提取节点潜在的影响力传播子图, 以消除节点嵌入和传播动态之间的表征偏差. 此外, Inf-MDE 在其 GNN 设计中融入一种自适应的局部影响力聚合机制. 该机制能够根据局部上下文和影响力强度动态调整消息传递过程中的影响力特征聚合策略, 从而有效地捕捉层间传播异质性和层内扩散动态. 在 4 个不同的多层社交网络数据集上进行的大量实验表明, Inf-MDE 的性能显著优于现有基线方法. 源代码已公开, 详见 <https://github.com/lyao972/Inf-MDE>.

关键词: 影响力最大化; 多层社交网络; 差异化图嵌入

中图法分类号: TP311

中文引用格式: 林荣华, 姚润彬, 王怡嘉, 林俊杰, 吴正洋, 汤庸. 差异化图嵌入的多层社交网络影响力最大化方法. 软件学报. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/7672.htm>

英文引用格式: Lin RH, Yao RB, Wang YJ, Lin JJ, Wu ZY, Tang Y. Influence Maximization Method in Multi-layer Social Networks Based on Differentiated Graph Embeddings. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/7672.htm>

Influence Maximization Method in Multi-layer Social Networks Based on Differentiated Graph Embeddings

LIN Rong-Hua¹, YAO Run-Bin¹, WANG Yi-Jia¹, LIN Jun-Jie¹, WU Zheng-Yang¹, TANG Yong^{1,2}

¹(School of Computer Science, South China Normal University, Guangzhou 510631, China)

²(Institute of Data Intelligence, Guangdong University of Science and Technology, Dongguan 523083, China)

Abstract: Identifying influential nodes is crucial in social network analysis. Existing methods often neglect the tendencies of local opinion leaders, resulting in overlapping influence regions among seed nodes. Furthermore, in dynamic scenarios with non-uniform influence propagation intensity, approaches based on vanilla graph neural networks (GNNs) struggle to effectively model and aggregate node influence characteristics during message passing. Current techniques also fail to adequately address the multilayer nature of social networks and node heterogeneity. To address these issues, this study proposes Inf-MDE, a novel multilayer influence maximization method leveraging differentiated graph embeddings, which models social relationships using a multilayer network structure. The model further extracts latent influence propagation subgraphs of nodes to eliminate the representation bias between node embeddings and propagation dynamics. In addition, Inf-MDE incorporates an adaptive local influence aggregation mechanism within its GNN design. This mechanism dynamically adjusts the aggregation strategy of influence features during message passing based on local context and influence intensity, thus effectively capturing inter-layer propagation heterogeneity and intra-layer diffusion dynamics. Extensive experiments conducted on four

* 基金项目: 国家自然科学基金 (62407016, 62377015); 国家重点研发计划 (2023YFC3341200)

收稿时间: 2025-12-17; 修改时间: 2026-02-01; 采用时间: 2026-03-12; jos 在线出版时间: 2026-06-24

different multilayer social network datasets demonstrate that Inf-MDE significantly outperforms existing baseline methods. The source code of this study is available at <https://github.com/lyao972/Inf-MDE>.

Key words: influence maximization (IM); multi-layer social network; differentiated graph embedding

在社交网络中,网红的兴起催生了一类被称为影响力最大化的算法问题.然而,现实世界的社交网络具有固有的复杂性,个体间的交互往往跨越多个维度(如工作协作、学术交流及私人社交等),构成了相互耦合的多层网络.在这种环境下,信息流转不仅在层内进行,更存在跨层扩散的特性.然而,传统的影响力最大化 (influence maximization, IM) 方法研究多使用单层网络建模方法或具有统一的传播概率.这难以充分刻画网络结构,也无法区分不同类型的社会关系,从而无法准确描述网络的整体互动模式^[1].图1展示了一个真实的学者社交网络,其中不同颜色的边代表不同类型的节点关系,直观体现了关系的多样性与复杂性.若仅用单一类型的边来表示现实网络中多样化的关系,往往无法捕捉节点间互动的异质性,也难以体现影响力在不同关系类型间的差异传播.



图1 真实世界社交网络中多层关系的可视化

尽管近年来研究者尝试利用图神经网络 (graph neural network, GNN) 通过学习节点表征来求解 IM 问题,包括一些基于机器学习的代表性工作^[2,3],但由于这些方法多集中于单一关系类型网络,在处理多层复杂社交场景时仍存在以下瓶颈: (1) 局部倾向与冗余性问题: 现有方法往往关注全局拓扑,忽略了社交网络中局部意见领袖的重叠倾向,导致选出的种子节点集在空间分布上过于拥挤,影响力范围重叠严重. (2) 层间耦合建模缺失: 多层网络中每一层可能遵循不同的传播规则,而现有技术难以捕捉跨层传播的动态演化规律.虽然部分研究尝试通过逐层识别并聚合结果来扩展单层算法^[4],但这类方法往往无法有效捕捉层与层之间的相互依赖关系,导致节点嵌入与实际传播机制之间存在明显的表征偏差. (3) 结构特征利用不充分: 现有方法在消息传递过程中,往往忽略了局部影响力嵌入与全局结构特征 (如社群规模、重叠度) 之间的协同作用,难以在异质关系中精确定位关键节点.

针对上述局限性,本文提出了一种针对多层社交网络、基于差异化图嵌入的多层影响力最大化模型 Inf-MDE.该模型不再简单地将多层关系降维处理,而是通过构建节点类型同构但关系类型异构的传播模型,显式地建模层内与层间的扩散动力学.首先,Inf-MDE 利用信息扩散模型进行有限次数的蒙特卡罗模拟,结合一种新的图局部自适应影响力网络 (graph local adaptive influence network, GLAIN) 学习局部影响力特征.随后,模型通过聚合节点的社群信息和网络结构生成差异化的图嵌入表示.最后,我们将节点影响力计算重新表述为一个伪回归问题,将影响力得分视为连续值而非离散排名.这些得分并不直接反映节点的全局影响力排名,而是作为优化种子节点选择的依据.本文的贡献如下.

- (1) 采用信息扩散模型对跨层子图进行采样,以建模异构关系并捕捉节点在层内与层间的传播特性.
- (2) 引入一种伪回归策略,该策略利用影响力得分与嵌入距离之间的正相关关系,有效缓解了种子节点影响区域重叠的问题.
- (3) 在 4 个真实世界数据集上的实验表明,所提模型的性能优于当前最优方法.

本文第 1 节介绍影响力最大化的相关方法与研究现状.第 2 节阐述本文所需的基础知识,包括基础及多层网络中的影响力最大化问题定义与信息传播模型.第 3 节详细介绍基于差异化图嵌入的影响力最大化方法 Inf-MDE.

第4节通过在真实数据集上的对比实验验证模型有效性. 第5节结合具体案例, 分析模型所得种子集在跨层传播中的表现. 最后总结全文.

1 相关工作

1.1 影响力最大化

作为一种传统算法, 基于节点中心性的影响力最大化方法衡量网络中所有节点的近似影响力, 并选择前 k 个节点作为种子集, 其关键在于确定合适的排序指标. 常用的局部度量方法有度中心性^[5,6], 它依据邻居数量评估节点影响力, 但忽略了节点在网络中的位置信息, 因此难以识别那些连接多个密集社群的桥接节点 (即邻居数量有限但处于关键位置的节点)^[7]. 基于全局结构的度量则包括: 介数中心性^[8], 即衡量节点在最短路径上充当桥梁的频率; 紧密中心性^[9], 即衡量节点与其他可达节点平均接近程度的倒数; 特征向量中心性^[10], 该指标考虑邻居重要性的差异, 将节点影响力视为其邻居影响力的加权和; 与之类似的 Katz 中心性^[11]; 以及通过节点拓扑位置 (即从网络边缘到核心) 识别影响力的 k -shell 分解方法^[12]. 虽然这些指标可以反映节点的拓扑特征, 但它们的适应性和泛化能力有限, 难以直接适用于大规模社交网络.

深度学习, 尤其是图神经网络 (GNN) 的图嵌入技术, 已成为解决影响力最大化问题的潜在途径. 相关方法主要包括: 将节点影响力预测视为分类任务, 例如, DeepInf^[13]; 通过二元分类区分高影响力节点与低影响力节点, 例如 InfGCN^[14]; 将影响力预测建模为回归问题, 例如 RCNN^[15]; 结合社群感知和 skip-gram 学习嵌入向量, 例如 DeepIM^[3]; 基于元路径随机游走提取高阶嵌入并筛选节点, 例如 MAHE-IM^[16]; 将网络建模为 DQN 权重优化问题, 并融合演化算法的全局搜索与深度学习的局部优化, 求解最优种子集, 例如 SEDRL-IM^[17]; 将扩散模型嵌入策略网络, 并结合优势函数加权的期望最大化目标与带动作惩戒项的期望回归价值函数, 提升离线强化学习在稀疏奖励任务中的泛化性能^[18]; 以及应用深度强化学习和概率图模型进行跨层预算分配与方案分解, 例如 MIM-Reasoner^[19]. 然而, 这些方法通常在捕捉层间传播异质性与层内扩散机制的特征方面存在不足, 且所学嵌入的空间语义与真实传播动态之间可能存在表征偏差, 这严重限制了此类算法在真实社交网络中的适用性.

1.2 多层网络中的影响力最大化

尽管多层社交网络中的影响力最大化问题仍处于起步阶段, 但近年来已有研究开始关注该问题^[20]. 然而, 现有基于多层社交网络的方法大多仅将每一层的识别结果简单相加^[4]. 这类方法将多层社交网络视为若干孤立的单层网络, 忽略了层间关系与跨层传播机制对信息整体传播的重要影响, 从而导致节点影响力分析产生偏差. 即便在建模中考虑多层结构与层间关联, 现有研究^[21,22]仍主要依赖传统的节点中心性指标, 如度中心性、介数中心性与 k -shell 分解. 然而, 在多层社交网络中, 节点的影响力往往表现出异质性, 不同层级的关系可能具有不同的传播机制和权重. 传统的中心性指标无法捕捉这类跨层传播的异质性, 即节点在不同社交场景下的动态表现, 因而难以揭示多层网络中蕴含的丰富拓扑信息, 也难以获得更细致的局部影响力特征. 为了解决这些问题, 近期研究尝试将社群结构纳入多层网络的影响力最大化框架. 社群结构指的是社交网络中的一群个体, 由于社群内部的互动频率高于与社群外部个体的互动频率, 对信息传播具有显著影响^[23]. 然而, 一些现有研究指出, 在所有网络层中使用相同的社群结构并不合理^[24], 因为多层社交网络中各层之间的连接模式各异, 每层可能形成不同的社群. 即便如此, 这些研究最终仍仅基于节点中心性指标进行评估. 相比之下, 图神经网络 (GNN) 能够利用网络拓扑结构与节点属性信息, 通过学习节点的高维嵌入表示, 更好地捕捉节点在网络中的位置和语义特征. 基于节点嵌入的社群检测不仅更加精确, 还能提取社群层面的特征信息, 从而提供更丰富的传播模式和结构信息.

基于深度学习的影响力最大化方法在捕捉全局影响力方面已展现出强大的能力^[3]. Nguyen 等人^[25]首次将多专家强化学习引入多层 IM 领域, 提供了一种在保证准确性的同时显著提高算法在大规模多层网络中处理能力的方法. 然而, 当前关于多层社交网络影响力最大化的研究仍然缺乏对层间扩散异质性和层内传播机制的有效建模, 亦未充分刻画节点嵌入空间语义与传播动态特征之间的偏差. 具体而言, 现有节点嵌入多仅反映静态拓扑相似性, 未能显式建模层内与层间的扩散路径依赖, 导致所学嵌入与真实传播模式之间存在语义表征偏差.

总之, 现有方法大多忽视了结构冗余带来的影响, 即因结构相似性而导致的影响范围重叠: 两个得分均高的节点可能在结构上高度相似, 其影响范围严重重叠, 若将此类节点同时选为种子, 会导致边际收益递减, 从而显著限制了种子集 S 的整体传播效率. 为解决这一根本性挑战, 本研究的核心创新在于引入了差异化图嵌入机制, 该机制将缓解影响力重叠的考量融入特征学习阶段, 而非滞后到选择阶段. 具体而言, 差异化图嵌入通过引入社区结构感知, 计算节点在不同层的社区大小和重叠度, 将宏观结构信息融入嵌入空间, 从而捕捉到影响力传播的结构性偏向; 同时借助距离感知, 结合最短路径信息量化节点之间的功能距离, 使得在嵌入空间中, 结构冗余度高的节点能够被赋予有区别的特征表示.

2 预备知识

2.1 影响力最大化问题

本文所提方法主要基于多层网络上的影响力最大化方法, 下面就相关概念和基本知识予以介绍.

给定一个被建模为无向图的社会网络 $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$, 其中节点集合 $\mathcal{V} = \{v_0, v_1, \dots, v_n\}$ 表示用户, 边集合 $\mathcal{E}$ 中的每条边 $e = (v_i, v_j)$ 表示允许信息在用户之间传播的社会关系. 影响力最大化 (IM) 问题旨在从节点集合 $\mathcal{V}$ 中选择大小为 k 的种子集合 $S \subseteq \mathcal{V}$, 使在某一扩散模型 $\mathcal{M}$ (如独立级联模型、线性阈值模型、流行病模型等) 下激活节点的期望数量 $\sigma(S)$ 最大化. 形式化定义如下:

$$S^* = \arg \max_{S \subseteq \mathcal{V}, |S|=k} \sigma(S) \quad (1)$$

其中, $\sigma(S)$ 通常通过蒙特卡罗 (Monte Carlo) 模拟进行估计.

在多层社会网络中, 网络表示为 $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_\ell\}$, 其中每一层 $\mathcal{G}_i = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_i)$ 共享相同的节点集合 $\mathcal{V}$, 而 $\mathcal{E}_i$ 表示第 i 层的关系结构. 多层影响力最大化 (multi-layer influence maximization, MIM) 问题的目标是在每层采用某种扩散模型 $\mathcal{M} = \{\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2, \dots, \mathcal{M}_\ell\}$ 的情况下, 从节点集合 $\mathcal{V}$ 中选择至多 k 个种子集合 S , 使整体期望影响力 $\sigma_{\mathcal{M}}(S)$ 最大化. 典型的多层扩散模型包括多层独立级联模型 (Multi-IC)、多层易感-感染-恢复模型 (Multi-SIR) 以及多层线性阈值模型 (Multi-LT) 等. 其优化目标可表示为:

$$\bar{S} = \arg \max_{S \subseteq \mathcal{V}, |S| \leq k} \sigma_{\mathcal{M}}(S) \quad (2)$$

其中, $\sigma_{\mathcal{M}}(S)$ 表示在所有层中通过蒙特卡罗模拟估计得到的整体传播影响力.

2.2 信息传播模型

我们在多层社交网络 $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_\ell\}$ 上评估 Inf-MDE 的性能, 其中 $\mathcal{G}_i = (\mathcal{V}, \mathcal{E}_i)$ 是第 i 层网络. 多层扩散模型是单层模型的扩展, 用于描述信息或行为如何在层内和层间节点之间传播. 以下 3 种模型从不同角度刻画了信息或行为在多层网络中的复杂传播动态, 是评估影响力最大化算法性能的行业标准基准.

- 多层独立级联模型 (Multi-IC) 假设传播具有随机性和独立性: 当节点 u 在任一层被激活后, 它会以预设的激活概率 $p_{u,v}^i$ 独立尝试激活其在层 i 中的所有未激活邻居 v . 跨层耦合则通过预设一个跨层传播概率, 即一旦节点 u 在这一轮传播中被激活, 其将以 θ ($\theta \in [0, 1]$) 的概率激活其他层的自身, 成功激活的将在下一轮传播中尝试激活其层内的邻居节点. 独立级联模型的激活尝试是单向且一次性的, 节点一旦激活边保持不变.

- 多层易感-感染-恢复模型 (Multi-SIR) 引入了时间动态和免疫机制, 更适合模拟具有生命周期 (如时间、时尚衰退) 的传播过程: 节点状态分为易感 (S)、感染 (I) 和恢复 (R), 传播过程中, 处于 I 状态的节点会以感染率 β^i 将其在层 i 中的易感 S 邻居感染至 I 状态; 同时 I 状态的节点会以恢复率 γ^i 变为 R 状态, 获得免疫, 不再参与传播. 层间的传播机制同 Multi-IC 模型.

- 多层线性阈值模型 (Multi-LT) 则模拟了基于累积压力的影响: 一个节点是否被激活, 取决于其在所有层中已激活邻居对其产生的累积影响力总和是否超过该节点预设的随机阈值. 在 Multi-LT 模型中, 节点 u 对 v 的影响力权重是预设的, 且同一层中所有邻居的权重通常归一化. 层间的传播机制同 Multi-IC 模型.

3 基于差异化图嵌入的影响力最大化方法

我们提出的模型 Inf-MDE 的架构如图 2 所示. 它由 4 个组件构成: 影响子图提取、局部影响力特征嵌入、差异化图嵌入和全局影响力回归预测. 本文之所以采用多层网络模型而非传统的异质图神经网络 (HGNN), 主要基于以下考量: 首先, 物理意义的差异. 异质图通常处理节点类型相异的场景, 而本文场景中节点 (社交用户) 同质, 但其交互维度 (关系层) 具有显著的异质性. 其次, 扩散机制的特异性. HGNN (如 HAN、MAGNN) 侧重于通过元路径 (Meta-path) 捕捉静态语义, 难以刻画影响力在不同关系层间由于扩散概率 θ 不同而产生不同的动态演化逻辑. 最后, 层间解耦与聚合的要求. 多层网络允许模型在保持各层拓扑独立性的基础上, 通过 GLAIN 网络显式地学习跨层传播的增益, 这比异质图的统一表征更能精准捕捉高影响力节点在特定关系层中的影响力优势.

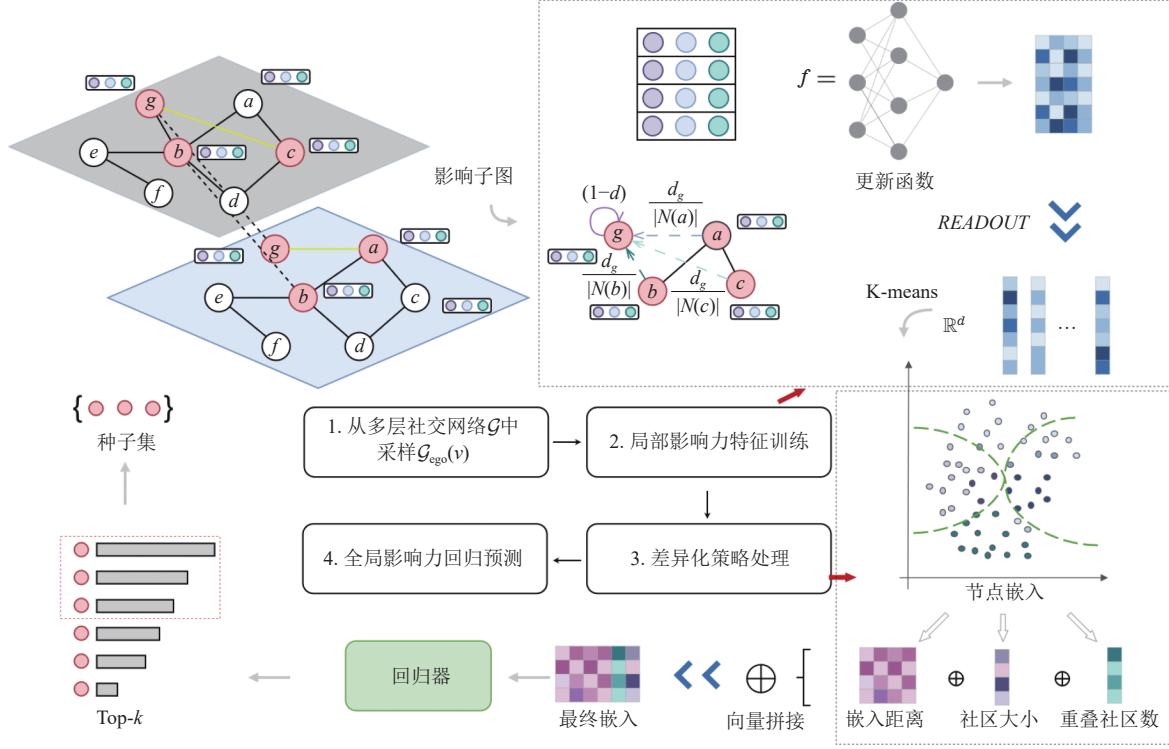


图 2 Inf-MDE 模型架构

此外, 在本模型中, 跨层传播概率被设定为一个全局常数 θ , 该设置基于以下两点的考量: (1) 从计算复杂性角度看, 若将 θ 建模为随情境动态变化的变量, 将导致影响力计算过程中的传播状态空间呈指数级增长, 极大地增加了大规模多层图的计算开销. (2) 从公信力与评测基准角度, 目前多层网络影响力最大化领域尚缺乏公认的、能够动态刻画所有情境的跨层扩散函数. 引入过于复杂的动态计算方法反而可能引入人为的“诱导偏差”, 降低实验结构的可复现性. 因此, 本文采用固定概率 θ 作为基准, 旨在确保不同算法在相同扩散强度下进行公平比较, 从而凸显本文 Inf-MDE 算法在拓扑表征学习上的核心优势.

3.1 自我中心影响子图提取

现有研究大多采用广度优先搜索 (breadth first search, BFS)、深度优先搜索 (depth first search, DFS) 或随机游走等方法来对影响最大化任务中的子图进行采样^[21]. 然而, 这些采样方法仅基于随机路径或树状结构生成子图^[26,27], 无法充分捕捉影响扩散的拓扑信息以及节点间隐藏的局部影响特征. 为此, 我们提出了一种新的自我中心影响子图 (称为节点影响子图) 采样提取方法. 其任务是提取每个节点 v 对应的影响子图, 如公式 (3) 所示:

$$\mathcal{G}_{\text{ego-inf}}(v) = (A(v), E_{A(v)}) \quad (3)$$

其中, $A(v)$ 表示由节点 v 激活的节点集合, 包括 v 本身、其直接激活的邻居节点以及随后由这些邻居节点激活的节点. $E_{A(v)}$ 表示这些激活节点之间的边的集合, 如公式 (4) 中所定义:

$$E_{A(v)} = \{(u, w) \in E \mid u, w \in A(v)\} \quad (4)$$

在子图提取过程中, 我们将每一层采样得到的传播子图融合起来, 这既简化了后续处理过程, 又整合了跨多层的关系. 本文节点影响子图 (ego-inf-subgraph) 提取方法的伪代码如算法 1 所示.

算法 1. 节点影响子图提取算法.

输入: 多层社交网络 $\mathcal{G} = \{\mathcal{G}_1, \mathcal{G}_2, \dots, \mathcal{G}_L\}$, 层间传播概率 P^i , 节点集 V , 跨层传播概率 θ^i ;
输出: 自我影响子图集 F .

```

1. for  $v$  in  $V$  do
2.   初始化被激活集合  $A_v = v$ 
3.   for  $t = 0$  to  $step$  do
4.     初始化新的被激活集合  $A_{\text{new}} = \emptyset$ 
5.     for  $\mathcal{G}_i$  in  $\mathcal{G}$  do
6.       for  $v$  in 激活节点 do
7.         for  $v_j$  in 未激活邻居 do
8.           if 以概率  $P^i$  成功激活  $v_j$  then  $A_{\text{new}} \leftarrow A_{\text{new}} \cup v_j$ 
9.           end if
10.        end for
11.      end for
12.    end for
13.    if  $A_{\text{new}} = \emptyset$  then Break;
14.    end if
15.    更新被激活集合  $A_v \leftarrow A_v \cup A_{\text{new}}$ 
16.  end for
17.   $\mathcal{F} \leftarrow \mathcal{F} \cup \mathcal{G}_{\text{ego-inf}}(v)$ 
18. end for
19. return  $\mathcal{F}$ 

```

首先, 每个节点 $v \in V$ 被指定为一个种子节点 (即一个活跃节点), 而所有其他节点都被视为非活跃节点. 随后, 在每个社交网络层 $\mathcal{G}_i$ (其中 $i \in [1, |L|]$) 中, 每条边 (v, v_j) 都被赋予一个预定义且恒定的影响概率 $P^i(v, v_j)$. 虽然在真实的社交网络传播中, 事件并非完全独立, 但为了在计算上保持可处理性, 避免指数级的复杂度, 许多经典影响力最大化模型都采用了条件独立性假设, 而这种做法是继承自经典扩散模型的标准假设, 与经典 IC/LT 扩散模型中所采用的条件独立性假设一致, 该假设在 Kempe 等人^[28]提出的影响力最大化框架中被系统化定义. 因此本研究以影响概率 $P^i(v, v_j)$ 来代表节点之间的传播概率. 在时间步 $(t-1)$ 处, 其中 $t \in (0, step]$, 如果节点 v_j 是非活跃的并且有多个活跃的邻居节点, 则这些邻居节点被激活的顺序是任意的. 令 $N_i^+(v)$ 表示节点 v 在第 i 层中活跃邻居的集合, 其邻居节点 v_j 被激活的概率如公式 (5) 所示:

$$P(v_j) = 1 - \prod_{u \in N_i^+(v)} (1 - P^i(u, v_j)) \quad (5)$$

此外, 若节点 v_j 在时间步 t 从非活跃状态被激活, 它将获得一次机会, 在第 $t+1$ 次蒙特卡罗模拟中尝试激活其同

一社交网络层内未被激活的邻居 $N_i^{\text{un-acted}}(v_j)$. 无论这次尝试是否成功, v_j 在后续步骤中均不再尝试激活其非活跃邻居. 同时, 当 v_j 被激活时, 它会确定是否将影响信息传播到其他层, 以概率 θ^i 激活其他层中同一节点 v_j , 使之能在另一网络层参与信息传播. 蒙特卡罗模拟过程将在模拟步骤数达到 $step$ 或任何层中没有新的节点被激活时终止. 节点 v 的自我影响子图 $G_{\text{ego-inf}}(v)$ 由其被激活的节点集 $V_{\text{activated}}(v)$ 和连接这些节点的边集 $E_{\text{activated}}(v)$ 构成, 其中 $G_{\text{ego-inf}}(v)$ 起源于自我中心节点 v , 而 $V_{\text{activated}}(v)$ 由节点 v 、其直接被激活的邻居以及随后被这些邻居激活的节点组成.

子图采样的目的是解决现有 GNN 在聚合过程中嵌入表示与真实传播动态之间的偏差问题. 传统的图神经网络通常聚合所有一阶邻居的信息, 但其中许多邻居与目标节点关联较弱或属于噪声连接, 这会稀释核心影响力的特征. 本文提出的节点影响子图提取方法旨在保留与节点影响力传播最相关的局部结构, 从而使学习到的嵌入更贴近节点的实际传播潜力. 与现有的子图采样方法相比, 该方法最大限度地减少了与信息扩散无关的拓扑结构的引入, 降低了后续局部影响特征生成过程中节点嵌入向量空间的不确定性. 为了平衡局部影响信息的覆盖范围和计算成本, 我们限制了仿真步长 $step$ 、初始传播概率 p_i 和跨层传播概率 θ^i , 以防止出现过大的子图, 从而控制局部影响嵌入的计算开销. 步长 $step$ 的具体值将在超参数分析中进行分析 and 确定.

3.2 局部影响力特征嵌入

3.2.1 基于 GLAIN 的图嵌入

为了解决节点间跨层传播概率差异带来的挑战, 本文借鉴图同构网络 (graph isomorphism network, GIN) 和经典 PageRank 算法的思路, 提出了一种新型的图局部自适应影响网络 (GLAIN), 用于聚合局部影响特征并学习多层社交网络中节点影响子图的粗粒度结构表示. 具体而言, 我们遵循 PageRank 算法通过迭代传播计算节点影响信息的核心思想, 设计了一种自适应的局部影响聚合机制. 该机制通过聚合邻居节点的局部影响特征来捕捉节点间深层次的影响依赖关系. 与 PageRank 算法中节点以一定概率随机跳转至目标节点而不依赖邻居节点的影响不同, 在影响力最大化问题中, 信息传播主要通过节点间的连接实现, 即依赖邻居节点进行传播. 聚合过程中, 邻居影响特征的权重由阻尼因子 d_v 控制. d_v 值越大, 表示相邻节点的重要性越高, 节点的局部影响力更依赖于其邻居的影响; 反之, d_v 值越小, 则表示节点的局部影响力越依赖于其自身的影响特征. 在每一轮信息传播中, 节点 v 的特征会根据其邻居的局部影响特征进行加权并更新. GLAIN 中的节点表示更新如公式 (6) 所示:

$$h_v^{(t+1)} = \sigma(d_v^{(t)} \cdot \sum_{u \in N(v)} \frac{h_u^{(t)}}{|N(u)|}) + (1 - d_v^{(t)}) \cdot h_v^{(t)} \quad (6)$$

其中, $N(v)$ 是节点 v 的邻居节点集, $|N(u)|$ 表示节点 u 的邻居节点集的大小, d_v 是节点 v 的阻尼因子, 它控制从其邻居聚合的特征的权重, $\sigma(\cdot)$ 是 Sigmoid 激活函数.

然而, 在公式 (6) 中, 固定的阻尼因子 d_v 可能无法捕捉跨层关系, 尤其是在影响力最大化问题中, 节点在不同网络层中的传播能力存在差异. 为了解决这个问题, 我们利用线性变换网络自适应地学习不同网络层中每个节点的阻尼因子 d_v , 从而在信息聚合过程中调整邻居特征的影响权重, 如公式 (7) 所示:

$$d_v^{(t+1)} = \sigma(W_d h_v^{(t)} + b_d) \quad (7)$$

其中, h_v 是 GLAIN 输出的节点 v 的特征嵌入, W_d 和 b_d 是可学习参数.

引入 GLAIN 是为了解决多层网络中层间传播异构型和局部影响力强度变化的挑战. 标准的 GNN 采用固定权重聚合信息, 无法使用不同层级和不同邻居的影响力差异^[28]. GLAIN 引入阻尼因子 d_v 和自适应聚合机制, 允许模型动态地为每个邻居分配权重, 从而精准地捕捉异构的层间和层内扩散动态.

3.2.2 根据最短路径数量进行 READOUT

READOUT, 也称为图粗化, 是一个将最后一层 GNN 的节点嵌入聚合起来, 生成整个图的有限维特征嵌入的过程^[27,29,30], 如公式 (8) 所示:

$$h_G = \text{READOUT}(\{h_v^{(T)} \mid v \in G\}) \quad (8)$$

其中, $h_G \in \mathbb{R}^D$, D 为维度大小, $h_v^{(T)}$ 为节点 v 在最后一个 GLAIN 层的节点嵌入. 由于经过节点的最短路径数量越

多的节点对影响传播的特征嵌入贡献越大, 我们提出了一种新的 *READOUT* 函数, 该函数采用基于最短路径数量的加权求和来生成全图级嵌入. 具体而言, 随着经过某节点的最短路径数量的增加, 该节点的特征信息在 *READOUT* 过程中对全图嵌入的影响也相应增大. 因此, 利用最短路径数量的 Inf-MDE 中的 *READOUT* 函数如公式 (9) 所示:

$$h_G = \text{READOUT}(h_v) = \sum_{v \in G} \delta_{st}(v) \cdot h_v^{(T)} \quad (9)$$

其中, $v \in G$, $\delta_{st}(v)$ 表示从任意源节点 s 到目标节点 t 经过节点 v 的最短路径的数量. 这里, h_G 是局部影响特征嵌入, 也称为子图级嵌入. $\delta_{st}(v)$ 的计算是严格限制在节点的自我中心影响子图 $G_{\text{ego-inf}}(v)$ 之内的, 而非基于全图拓扑. 由于扩散采样过程得到的子图规模远小于原图 (其节点数受扩散步数和阈值限制, 通常为常数级或极小规模), 因此在该子图内计算最短路径指标的开销极低. 这一设计既能捕捉节点在局部传播路径中的核心地位, 又确保了 Inf-MDE 在处理大规模多层社交网络时具有较高的计算效率, 避免了全图计算带来的维度灾难.

3.3 差异化图嵌入

在影响力最大化任务中, 若仅依据影响力范围和结构特征的相似性选择种子集, 往往难以达到最优效果. 这种做法容易导致种子节点的影响力传播范围高度重叠, 从而降低整体影响力覆盖率. 为解决这个问题, 本文提出了一种基于社群检测的节点差异化处理模块.

在子图层面的局部影响力嵌入 $h_G \in \mathbb{R}^D$ 中, 节点嵌入之间的相似性直接反映了其局部传播范围和结构的相似程度. 嵌入越接近的节点在影响力传播过程中扮演的角色越相似, 从而可形成语义上更易解释、更贴近真实传播机制的社群划分^[31]. 为考虑社群结构对节点重要性的影响, 本文采用一种广泛应用的社群检测方法——K-means 聚类算法, 基于节点局部影响力嵌入 h_G 对多层社交网络中的局部影响力特征进行聚类. 基于社群检测的结果, 我们学习节点社群层面的嵌入表示. 根据社会认同理论, 个体更倾向于与具有相似特征的人分享信息. 较大的社群通常包含更多节点且连通性更强, 能够提供更丰富的信息传播路径. 因此, 位于此类社群中的节点可能直接或间接地影响更广泛的节点集合. 由此可见, 节点的影响力范围可能与其所属社群规模相关, 记为 $CSize(v)$, 其正式定义如公式 (10) 所示:

$$CSize(v) = \frac{1}{|C(v)|} \sum_{C \in C(v)} |C| \quad (10)$$

其中, $C(v)$ 表示节点 v 所属的所有社群构成的集合, $|C|$ 表示社群 C 中的节点数. 相反, 若节点属于多个社群, 其重叠社群数量记为 $COverlap(v)$, 表明该节点参与了更多不同的社会群体. 这类节点通常被视为连接多个社会群体或社群的桥梁或中介, 因此在多层网络的跨层传播中发挥重要作用. 具体地, 节点 v 的重叠社群数量 $COverlap(v)$ 的正式定义如公式 (11) 所示:

$$COverlap(v) = |\{C \in \mathcal{C} \mid v \in C\}| \quad (11)$$

$COverlap(v)$ 量化了节点 v 参与多个社交社群的程度, 通常被认为是促进跨社群信息传播的关键因素. 如前所述, 种子节点集若在影响力范围上高度重叠, 将限制整体影响力传播的覆盖范围. 因此, 在多层网络影响力最大化问题中, 应选取种子节点集以尽可能覆盖网络中不同的节点、影响范围及传播路径. 根据节点局部影响力嵌入 h_G 的语义, 嵌入空间中距离较近的种子节点往往具有重叠的影响扩散范围和目标节点. 因此, 选择嵌入空间中距离较远的节点, 通常能够覆盖更多不同的局部传播结构以及更独立的影响区域. 为形式化这种基于节点嵌入的区分机制, 我们计算基于局部影响力嵌入的节点间欧氏距离, 如公式 (12) 所示:

$$D(u) = \|h_u - h_v\|_2, \forall v \in \mathcal{V} \wedge v \neq u \quad (12)$$

其中, $D(u) \in \mathbb{R}^{m \times d}$. 节点的最终嵌入是通过将社群级信息与距离嵌入向量连接起来得到的, 如公式 (13) 所示:

$$h_v = [CSize(v) \oplus COverlap(v) \oplus D(v)] \quad (13)$$

需要说明的是, 为了消除不同特征间的量纲差异 (scale disparity), 防止模型在训练过程中被量级较大的结构

特征 (如 $CSize(v)$ 和 $COverlap(v)$) 主导梯度, 本文在进行拼接操作之前, 对所有结构特征进行了线性归一化 (min-max normalization) 处理. 具体地, 通过将社群规模和重叠社群数映射至 $[0, 1]$ 区间, 使其与经过激活函数的嵌入向量 $D(v)$ 在同一量级下参与拼接. 这种处理方式能够增强模型对不同维度特征的感知灵敏度, 从而提高模型训练的稳定性与预测精度.

引入 $CSize(v)$ 、 $COverlap(v)$ 、 $D(v)$ 的目的是将种子集选中过程中的非重叠性考量前置到特征学习阶段, 因此 h_v 不仅是一个影响力特征, 而是一个差异化的表示, 内含了节点作为种子集成员时的不可替代性. 这种机制从根本上保证了下游的回归模型能够基于重叠感知的特征进行预测. 鉴于 Inf-MDE 的核心在于差异化嵌入 h_v 中已编码节点间的非冗余信息, 回归模型 f 预测出的得分不再是节点的独立影响力, 而是一个经过多样性修正的综合指标. 因此, 在这种差异化特征空间中, 选取 Top- k 节点作为种子集, 便可隐式地近似优化影响力最大化目标函数中的多样性, 有效避免了传统贪婪 Top- k 策略中由于结构相似性导致的影响力重叠问题.

3.4 全局影响力回归预测

3.4.1 全局影响力标签生成

在 Inf-MDE 中, 我们将影响力最大化问题建模为一个基于差异化嵌入的伪回归任务, 其理论合理性主要基于两方面: 计算复杂度的可处理性与特征表示的完备性.

(1) 计算复杂度的可处理性: 经典的影响力最大化问题 (如在 IC/SIR 模型下) 已被证明是 P-hard 问题, 即使是近似计算影响力扩散规模 $\sigma(S)$, 也需要耗费巨大的计算资源 (通常依赖于数千次的蒙特卡罗模拟). 对于大规模多层社交网络, 这使得直接优化 $\sigma(S)$ 或基于 $\sigma(v)$ 的贪婪算法在实际应用中变得不可行. 而基于学习的伪回归方法 $R(v) = f(h_v)$ 提供了一个高效、可扩展的近似解. 通过将影响力预测转化为一个特征空间内的回归任务, 我们将求解复杂影响力函数的计算成本转移到了离线训练阶段. 一旦模型 f 训练完成, 对新节点的预测和种子集的选择 (即 Top- k 排序) 可以在 $O(N)$ 或更低的时间复杂度内完成 (其中 N 为节点数), 极大地提升了在大规模网络中的实用性和可扩展性.

(2) 差异化嵌入的完备性: 传统基于学习的 IM 效果不佳的原因在于其嵌入特征 h_v 缺乏对影响力重叠的感知. 这些方法主要关注节点的局部中心性, 但忽略了与周围高影响力节点的结构冗余度. Inf-MDE 通过差异化嵌入 h_v 解决了这个问题. 我们认为 h_v 包含了近似预测全局影响力所必需的两个关键维度信息: 影响力规模和非冗余性. 前者通过 GLAIN 聚合的局部信息和 $CSize(v)$ 等特征, 捕获了节点的多层连接强度和传播广度; 后者通过嵌入距离 D_v 和社区重叠度 $COverlap(v)$ 的编码, 明确地将节点在多层网络中的结构相似性和功能重叠潜力引入特征空间. 这种完备性使得预测得分 $R(v)$ 不仅代表了节点 v 的独立影响力潜力, 更代表了其在结构上的不可替代性. 因此, 我们的伪回归模型不再是简单地预测 $\sigma(S)$, 而是在学习一个最优排名函数, 该函数的结果能够有效近似全局影响力最大化目标 $\sigma(S)$ 的边际收益.

本文将节点影响力的计算建模为一个伪回归 (pseudo-regression) 任务. 需要说明的是, 本文之所以使用“伪回归”这一表述, 是因为在影响力最大化任务中, 节点并不存在天然的、真实量化的影响力标签. 由于该标签是由传播模型模拟生成的代理值 (proxy value), 而非现实世界中的原生观测数据, 因此本文将其与标准的回归任务进行区分, 称之为伪回归. 这种建模方式旨在利用回归模型的连续数值拟合能力, 捕捉节点间微小且非线性的影响力差异, 从而为后续的种子节点选择提供更精细的启发式信息. 这些标签通过 Multi-SIR 传染病模型获得的. 具体而言, Multi-SIR 模型将节点分为 3 种状态: 易感 (S)、感染 (I) 和康复 (R). 初始状态下, 除少数被指定为感染状态 (I) 的种子节点外, 所有节点均处于易感状态 (S). 易感节点以概率 β 被其感染的邻居节点感染. 在 Multi-SIR 模型中, 当某一层的节点被感染, 该节点便以概率 θ 感染其他层中对应的节点, 从而实现跨层影响传播. 随后, 感染节点以概率 γ 转移到恢复状态 (R), Multi-SIR 模型假设恢复的节点具有免疫力, 不会再次被感染. 当不再发生感染时, 传播过程终止. 种子节点的影响程度通过扩散过程结束时处于感染和恢复状态的节点总数来量化. 我们选择 Multi-SIR 模型生成全局影响力标签的原因在于: Multi-SIR 能够模拟包含恢复和免疫的复杂的传播过程, 这在诸如流行病学或信息疲劳传播等真实场景中, 被认为是最接近真实动态的稳健基准. 因此, 使用基于 SIR 的标签训练模型, 能够

学习到通用且可靠的结构-影响力映射关系. 实验中, 恢复概率 γ 设置为 1, 感染概率 β 设置为如公式 (14) 所示的感染阈值.

$$\beta_{th}^l = \frac{1}{\bar{d}^l} \quad (14)$$

其中, β_{th}^l 为第 l 层的临界感染阈值, $\bar{d}^l$ 为第 l 层网络的平均度. 为了降低随机性对模拟结果的影响, 实验进行了 1000 次蒙特卡罗模拟. 这些模拟结果的平均影响力得分被用作每个节点的全局影响力标签.

3.4.2 影响力分数预测

如公式 (13) 所示, 所有节点的最终嵌入向量作为回归器的输入, 用于预测节点的影响力得分, 这些得分是选择种子集的基础. 然后, 将回归器预测的影响力得分拟合到生成的全局影响力标签, 并在公式 (15) 中使用均方误差 (MSE) 作为损失函数.

$$\mathcal{L}_{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{v_i} - f(h_{v_i}))^2 \quad (15)$$

4 实验分析

为了验证上述方法的有效性, 本文针对上述方法在真实世界的多层社交网络上进行了实验, 下面介绍实验过程中的模型细节、数据集、对比方法以及实验结果.

我们提出的模型 Inf-MDE 使用 Python 3.10 和 PyTorch 2.1.0 实现. 所有实验均在具有 256 GB 内存的 Linux Ubuntu 18.04 环境中进行, 并在两个 32 GB NVIDIA GPU (Tesla V100 SXM2) 上运行, CUDA 版本为 11.8.

4.1 模型细节

- (1) 初始节点特征维度: 128, 在保持计算效率的同时, 尽可能保留节点特征.
- (2) 回归器结构: 5 层, 输入维度为 256, 最终输出维度为 1, 表示预测的影响得分, 使用 ReLU 作为激活函数.
- (3) 数据集划分: 训练集包含数据集的前 10%, 整个数据集用作测试集.

4.2 数据集

我们对 4 个真实世界的多层社交网络数据集进行了广泛的实验, 包括 TailorShop^[32]、LazegaLawyers^[33]、CKM^[34]和 SCHOLAT^[35]. 数据集的统计数据如表 1 所示.

表 1 实验数据集统计数据

数据集	层数	节点数	每层边数	$\bar{d}^l$	β_{th}^l
TailorShop	4	39	158	8.10	0.123
			223	11.43	0.087
			76	3.89	0.257
			95	4.87	0.205
LazegaLawyers	3	71	717	20.19	0.049
			399	11.23	0.088
			378	10.64	0.093
CKM	3	241	449	3.72	0.269
			498	4.13	0.242
			423	3.51	0.285
SCHOLAT	3	2302	11393	9.89	0.101
			139004	120.76	0.008
			70226	61.01	0.016

TailorShop 数据集包含赞比亚一家裁缝店员工在 10 个月观察期内的社交互动模式. 网络层代表两种不同的互动类型: 工作相关的协作和友谊/社交情感交流关联.

LazegaLawyers 数据集源自对美国东北部一家律师事务所的网络研究, 涵盖了 1988–1991 年间 71 位律师之间的社会关系. 该数据集包含 3 个网络层面: 密切的同事合作、专业建议交流和友谊关系.

CKM 数据集研究了医疗创新在社交网络中的扩散, 并描述了不同的社交网络结构如何影响医生对四环素的采纳情况. 它构建了一个 3 层社交网络, 包括医疗咨询、临床讨论和密切的社交联系.

SCHOLAT 数据集提供了学术社交网络中用户之间的多种关系和信息. 它包含 3 个层面: 用户之间的友谊、同一群体内的团队关系以及修读同一课程的用户之间的联系.

本文旨在探究多层网络中不同类型关系的结构差异与交互效应, 而非大规模网络预测研究的实证, 所选数据集符合多层社交网络的情况, 各层关系不同 (如好友、合作、课程), 能够充分体现多层网络的复杂性. 且数据集均为领域内的经典案例, 在社交网络分析、组织社会学等领域被广泛使用, 其结论具有较高的可比性和参考价值.

4.3 评价指标

我们使用两个广泛使用的指标来衡量多层社交网络中种子集在影响力最大化问题上的性能, 这两个指标分别是影响范围 $N(k)$ 和种子间平均距离 D_{avg} .

影响范围 $N(k)$ 用于衡量种子集的扩散能力, 在影响力最大化问题中, 信息扩散模型被广泛用于评估种子节点集的影响力, 该指标基于 3 种常用的信息扩散模型: Multi-SIR、Multi-IC 和 Multi-LT. 具体而言, 对于 Multi-SIR 模型, $N(k)$ 表示扩散模拟后感染节点和恢复节点的总数; 而对于 Multi-IC 和 Multi-LT 模型, $N(k)$ 表示扩散模拟后激活节点的总数.

种子节点间平均距离 (D_{avg}) 是评估社交网络中选定种子节点质量的指标. D_{avg} 值越高, 表明种子节点分布越分散, 可能覆盖不同的社群, 从而提升影响力的传播范围. 具体而言, D_{avg} 的定义如公式 (16) 所示:

$$D_{avg} = \frac{\sum_{u,v \in S}^k D_{u,v}}{\binom{k}{2}} \quad (16)$$

其中, S 为种子集, $D_{u,v}$ 为任意两个节点 u 和 v 之间的路径长度, k 为种子集的大小, $\binom{k}{2}$ 是种子节点对的数量.

4.4 对比方法

为了证明所提模型 Inf-MDE 的有效性, 我们利用两种类型的 IM 方法进行性能比较, 包括单层网络 (DC^[8]、CC^[9]、BC^[11]、ISBC^[36]、k-shell^[12] 和 IM-ELPR^[37]) 和多层网络 (KSN^[38]、ISF^[38]、CIM^[26]、DPSOMIM^[3] 和 MIM-Reasoner^[19]).

- DC: 主要根据节点的度对节点进行排名, 并选择排名最高的 k 个节点作为种子集.
- CC: 计算节点与所有其他可达节点之间最短路径距离的倒数, 然后进行归一化和聚合, 以评估节点在网络中的中心位置.
- BC: 通过计算节点在所有节点对之间的最短路径上出现的频率来量化节点的重要性, 这被称为介数中心性.
- ISBC: 是一种基于隔离介数中心性的 IM 方法. 它通过融合介数中心性和隔离介数中心性来衡量节点的影响力.
- k-shell 分解: 通过迭代地移除度数较低的节点, 将网络划分为不同的核心层, 并使用节点的壳层值作为其中中心性的重要指标. 它能够更丰富地表示节点在网络核心结构中的位置.
- IM-ELPR: 是一种集成扩展 H 指数、标签传播和关系矩阵的 IM 方法. 它首先使用扩展 H 指数中心性度量对节点进行排序, 并通过标签传播技术识别网络中的社群. 随后, 利用关系矩阵将较小的社群合并成较大的社群, 并从中选择前 k 个节点作为最终的种子集.
- KSN: 是一种基于背包的 IM 方法, 它首先将多层网络分解为单层, 并独立地解决每一层的影响最大化问题.

- ISF: 是一种基于贪婪策略的多层网络影响力最大化方法, 用于多层网络的影响力最大化任务.
- CIM: 是一种基于集群检测的多层影响力最大化方法. 它识别网络中的集群, 从而定位具有潜在高扩散能力的节点.
- DPSOMIM: 是一种基于离散粒子群优化的影响力最大化方法. 它利用随机连通中心性度量来选择种子节点, 从连通性的角度评估节点的重要性. 它采用多层期望扩散值作为适应度函数, 并结合邻域优化来提高模型的收敛性.
- MIM-Reasoner: 是一种基于深度强化学习和概率图模型的最大化影响力的方法. 它将多层网络分解为单层网络, 并利用强化学习选择种子节点. 它通过概率图模型估计跨层影响力, 并采用逐层训练策略来模拟整体扩散过程.

4.5 实验结果与分析

4.5.1 性能比较

在本节中, 我们将展示 Inf-MDE 及其基线算法在 4 个真实世界数据集上的整体性能. 为了公平比较, 我们在 TailorShop 和 LazegaLawyers 数据集上将种子集大小 k 设置为 10, 在 CKM 和 SCHOLAT 数据集上将 k 设置为总节点数的 10%. 实验结果如图 3 所示.

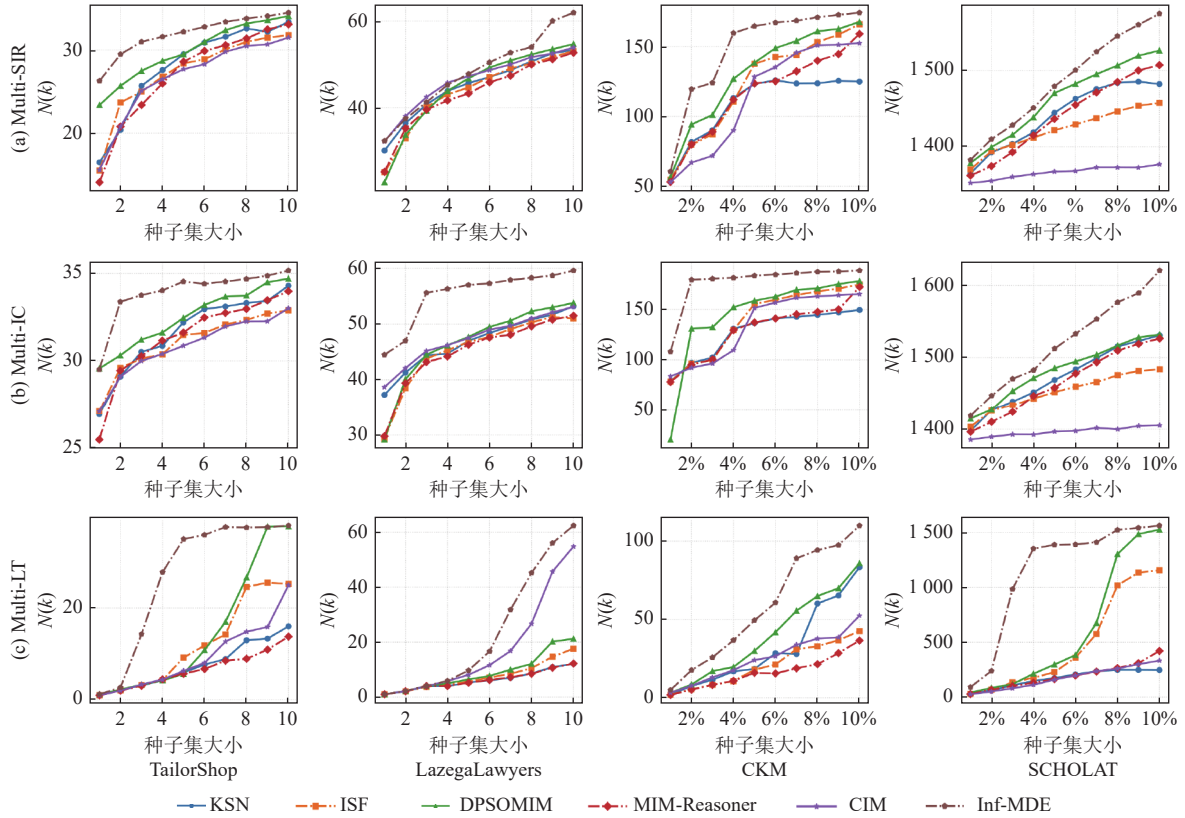


图 3 多层信息传播模型 (Multi-SIR、Multi-IC、Multi-LT) 下不同种子集大小的实验结果

如图 3 所示, 我们提出的模型 Inf-MDE 在改变种子集的大小的情况下, 在所有数据集上均实现了最高或接近最高的 $N(k)$ 影响力规模, 这表明其在解决影响力最大化问题上的有效性. 对于 TailorShop 和 LazegaLawyers 等小规模数据集, 当种子集规模较小时, Inf-MDE 的性能与一些基线模型表现相当, 尤其是在使用 Multi-LT 模型时. 这

是因为 Multi-LT 是一种基于线性阈值的模型, 其在多层社交网络中的影响力传播机制与 Multi-SIR 和 Multi-IC 显著差异——Multi-LT 主要基于邻居的累积影响力, 而非独立概率. 然而, 随着种子集规模 k 的增加, 专为多层网络设计的模型 (例如 Inf-MDE 和 DPSOMIM) 展现出明显的性能优势. 这一结果验证了此类模型能够有效解决多层社交网络中的影响力最大化问题.

表 2 展示了 3 种信息扩散模型 (即 Multi-SIR、Multi-IC 和 Multi-LT) 下不同方法对影响力范围 $N(k)$ 的实验结果. 表中, 每个指标的最高值以粗体显示, 第 2 高值以下划线标出. 可以看出, 我们提出的模型 Inf-MDE 在所有数据集上均使用不同的信息扩散模型获得了最高的影响范围 $N(k)$, 这证明了其在影响力最大化任务中的有效性. 传统的基于中心性的单层社交网络方法, 例如 DC、CC 和 BC, 在多层场景下通常表现不佳, 这表明单层中心性方法忽略了跨层特征对于选择关键种子节点的重要性.

表 2 多层信息传播模型 (Multi-SIR、Multi-IC、Multi-LT) 下不同数据集的最终影响范围 $N(k)$ 实验结果

Models	TailorShop			LazegaLawyers			CKM			SCHOLAT		
	Multi-SIR	Multi-IC	Multi-LT	Multi-SIR	Multi-IC	Multi-LT	Multi-SIR	Multi-IC	Multi-LT	Multi-SIR	Multi-IC	Multi-LT
DC	33.7	32.8	37.7	54.2	48.8	<u>59.3</u>	158.1	146.8	47.0	1255.1	1198.9	497.7
CC	33.7	32.6	37.7	54.6	49.1	<u>59.3</u>	89.1	85.3	42.9	1301.1	1243.1	1209.8
BC	34.1	32.9	37.7	<u>54.9</u>	49.6	57.9	122.4	115.1	48.1	1406.8	1343.5	1494.4
ISBC	33.8	32.6	37.9	52.9	45.7	12.8	100.2	94.1	35.7	1331.8	1265.3	1225.9
k-shell	32.4	30.7	31.8	52.6	45.8	20.1	89.3	83.9	37.3	1222.6	1153.1	345.8
IM-ELPR	33.6	32.1	36.4	54.8	48.2	13.1	<u>167.2</u>	153.7	42.3	1394.4	1321.5	360.2
KSN	33.3	34.2	16.0	53.5	53.0	11.7	125.2	149.4	83.9	1482.2	1530.7	246.8
ISF	31.8	32.8	25.2	53.2	51.3	17.8	158.4	174.7	43.3	1457.4	1484.8	1157.7
CIM	31.7	33.0	24.9	54.1	53.0	54.7	152.0	165.1	52.2	1376.9	1404.2	332.4
DPSOMIM	<u>34.3</u>	<u>34.6</u>	<u>37.8</u>	54.8	<u>53.7</u>	21.2	162.9	<u>178.0</u>	<u>85.9</u>	<u>1526.2</u>	<u>1534.5</u>	<u>1538.2</u>
MIM-Reasoner	33.1	33.9	13.7	52.8	51.4	12.1	144.1	172.3	36.3	1507.2	1526.2	421.3
Inf-MDE	34.5	35.1	37.9	62.0	59.6	62.5	173.8	188.4	109.6	1574.6	1621.0	1564.3

针对多层社交网络的影响力最大化模型, 例如 Inf-MDE 和 DPSOMIM, 在 4 个数据集上均优于其他基线模型, 尤其是在大规模社交网络 SCHOLAT 上表现突出. 然而, 即使在 TailorShop 这类稀疏网络中, Inf-MDE 也保持了其优势, 证明了我们提出的模型的稳定性. 这归功于 Inf-MDE 能够融合局部影响力特征嵌入, 并通过回归拟合学习全局影响力特征. 此外, 与传统的基于随机游走的子图不同, Inf-MDE 通过模拟信息扩散过程来捕捉多层网络中节点的实际影响力范围, 从而提升了模型对传播动态的建模能力.

从表 2 可以看出, 随着数据集节点规模的增加, 所有模型的影响力规模 $N(k)$ 均呈上升趋势, 而我们提出的模型 Inf-MDE 在节点规模较大的数据集上表现出更显著的优势. 例如, 在 SCHOLAT 数据集上, Inf-MDE 的影响力规模 $N(k)$ 显著优于其他针对多层网络设计的模型, 例如 DPSOMIM、MIM-Reasoner 和 CIM. 此外, 基于中心性的方法 (如 DC) 在使用 Multi-LT 信息扩散模型时表现出明显的数据集依赖性. 在稀疏网络数据集 TailorShop 中, 由于局部影响在简单结构中占主导, DC 和 Inf-MDE 之间的差异较小. 而复杂网络数据集 SCHOLAT 中, 随着节点规模的增大, 两者的差距逐渐扩大, 这一结果凸显了在多层网络中学习全局影响权重的重要性. 该观察与 Multi-LT 模型下的预期一致: 在 Multi-LT 传播机制下, 理想的种子节点应能在发挥互斥的局部影响力的同时, 保持较高的全局影响力覆盖.

表 3 展示了另一个评估指标, 即不同模型在 4 个真实世界数据集上的种子节点平均距离 D_{avg} . 可以看出, Inf-MDE 在 D_{avg} 指标上取得了最佳或次佳的结果. 具体而言, Inf-MDE 在 TailorShop、CKM 和 SCHOLAT 数据集上显著优于其他基线模型, 而在 LazegaLawyers 数据集上, 其 D_{avg} 值略低于 IM-ELPR, 位列第 2.

4.5.2 消融实验

本节通过消融实验验证了所提出的模型 Inf-MDE 的两个关键组成部分的有效性. 我们使用两种消融模型在 4

个数据集上进行了实验,这两种模型分别是 Inf-MD (去除局部影响特征嵌入) 和 Inf-ME (去除差异化图嵌入). 由于篇幅限制,本文仅展示了使用信息扩散模型 MultiSIR 得到的影响尺度 $N(k)$ 的结果,而使用其他信息扩散模型 (如 Multi-IC 或 Multi-LT) 也能获得类似的结果. 由于数据集规模不同,对于 TailorShop、LazegaLawyers,我们分别采取 1–5 作为起始种子集大小,而对于 CKM、SCHOLAT,采取其节点总数的 1%–5% 作为种子集大小. 图 4 展示了消融实验的结果,其中 x 轴代表种子集大小 k , y 轴代表感染概率 β , z 轴和颜色强度表示影响尺度 $N(k)$ 的结果. 图中橙色曲线所示的 Inf-MDE 模型明显优于其他两个消融模型. 在 LazegaLawyers 等小规模数据集中,较高的感染率和较大的种子节点会削弱节点间的差异,导致 Inf-MDE、Inf-MD 和 Inf-ME 的性能相近. 这表明,在种子节点数量较多的小规模网络中,尽管种子节点的影响存在差异,但传播结果趋于收敛. 相反,在 SCHOLAT 等大规模网络中,Inf-MDE 模型能够有效地利用局部影响特征,更好地捕捉节点间的差异,从而获得更优的性能.

表 3 不同数据集中每个模型种子间的平均距离

Models	TailorShop	LazegaLawyers	CKM	SCHOLAT
DC	1.11	1.09	3.09	1.08
CC	1.17	1.10	1.95	1.48
BC	1.22	1.16	2.51	1.87
ISBC	1.40	1.58	2.52	1.84
k-shell	1.09	1.24	2.18	1.03
IM-ELPR	1.53	1.89	3.97	2.31
KSN	1.71	1.73	4.07	2.11
ISF	1.20	1.33	4.16	1.90
CIM	1.11	1.02	3.29	1.02
DPSOMIM	1.51	1.62	3.53	2.29
MIM-Reasoner	1.77	1.58	4.27	2.71
Inf-MDE	1.78	1.83	4.32	2.89

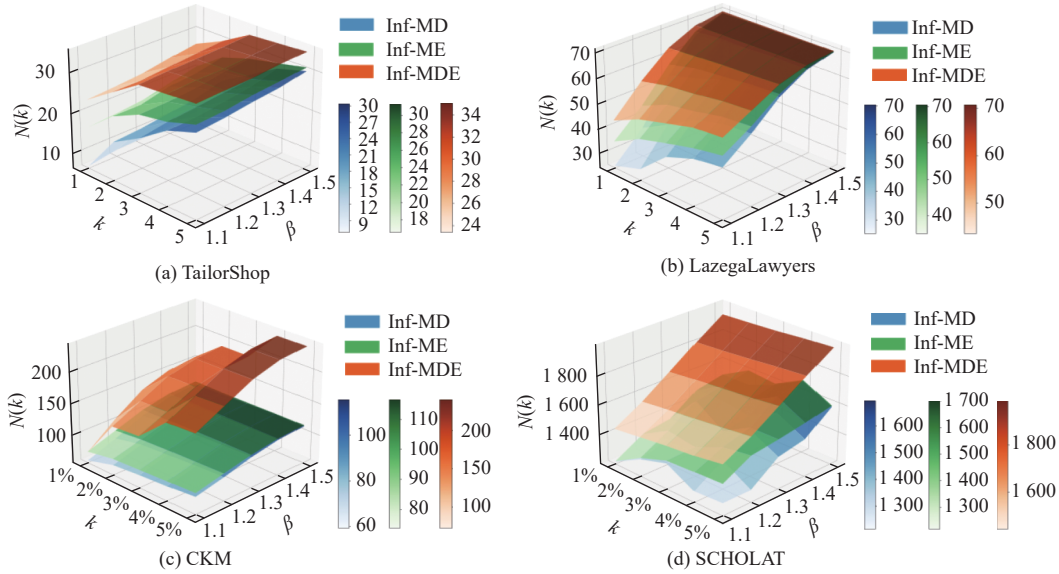
图 4 多层 SIR 模型在 4 个数据集上的影响范围 $N(k)$ 消融实验结果

表 4 展示了另一组关于种子平均距离 D_{avg} 的消融实验结果,其中 Inf-MDE 仍然优于其他两种消融模型. 原因在于,通过模拟信息扩散过程构建的节点影响子图确保了社群划分反映的是扩散过程中的结构相似性,而不仅是属性同质性. 此外,节点嵌入距离 $\mathcal{L}(u)$ 的差异化处理有效地缓解了种子集的重叠.

表 4 在 4 个数据集下各消融模型种子样本间的平均距离实验结果

Models	TailorShop	LazegaLawyers	CKM	SCHOLAT
Inf-MD	1.67	1.73	3.34	2.67
Inf-ME	1.64	1.13	2.62	1.04
Inf-MDE	1.78	1.81	4.32	2.89

4.5.3 超参数敏感性分析

在模型训练过程中, 子图采样步长 $step$ 的最大步数是一个关键参数. 步长过小会阻碍扩散过程的充分模拟, 导致特征嵌入效果欠佳; 而步长过大则会增加计算开销, 并可能引起模型过度平滑问题. 表 5 展示了在 4 个数据集上, 基于 Multi-SIR 传播模型且种子集大小固定为总节点数的 5% 的情况下, 不同步长 $step$ 对 Inf-MDE 模型的影响规模 $N(k)$ 和种子间平均距离 D_{avg} 的影响.

表 5 Inf-MDE 在变换子图采样步长 $step$ 时的实验结果

$step$	TailorShop		LazegaLawyers		CKM		SCHOLAT	
	$N(k)$	D_{avg}	$N(k)$	D_{avg}	$N(k)$	D_{avg}	$N(k)$	D_{avg}
0	15.76	1.17	42.67	1.13	84.13	2.62	1277.61	1.04
1	22.21	1.46	39.24	1.48	78.35	2.77	1077.75	1.06
2	22.66	1.51	40.47	1.55	79.07	3.20	1074.41	1.55
5	29.43	1.78	54.75	1.81	182.04	4.32	1536.59	2.89
10	27.97	1.77	47.09	1.77	168.26	3.73	1670.10	3.11

如表 5 所示, 较小的步长 (例如, 步长为 [0, 2]) 会限制模型捕捉节点间局部影响特征的能力. 在相对密集的网络当中, 选择的步长过小会造成子图重叠度高, 同质性强, 区分度不足, 从而使得 $N(k)$ 和 D_{avg} 值无法达到最优值. 相反, 较大的步长 (例如, 步长为 10) 会导致节点嵌入过度聚合来自远距离节点的特征, 模糊局部扩散结构, 进而降低模型性能, 这一现象在小规模网络中尤为明显, 例如 TailorShop、LazegaLawyers 和 CKM. 随着步长值增大 (例如, $step \in [5, 10]$), 可能出现特征冗余和性能饱和的趋势, 因此需要根据网络规模对步长 $step$ 进行动态调整. 与传统基于采样的算法或 GNN 相比, 子图采样步长通常高于常规方法中的邻居阶数, 这在一定程度上增加了计算复杂度. 然而, 相较于仅采取一阶或二阶来反映节点的局部结构, 选择 $step = 5$ 带来的性能增益远远超过其计算代价, 该步长能更准确地反映节点的传播结构, 使模型学习到的特征更具代表性, 最终得到的影响力预测分数也更精确.

为了进一步验证所提出的模型 Inf-MDE 的有效性, 我们进行了两组额外的敏感性实验, 分别改变种子集的大小 k 和扩散模型的感染概率 β . 在 Multi-SIR 模型中, β 是控制感染传播概率的关键参数, β 值越高, 传播的可能性越大. 在本组实验中, 我们使用 Inf-MDE 选择前 k 个种子节点, 并通过改变感染概率 β , 利用 Multi-SIR 模型进行影响传播. 对于 TailorShop 和 LazegaLawyers 数据集, k 设置为 10; 而对于 CKM 和 SCHOLAT 数据集, k 设置为节点总数的 10%. 实验结果主要展示了影响力规模 $N(k)$ 的变化趋势, 其他评价指标也可得到相似结论.

实验结果如图 5 所示, 其中 x 轴 β_{th} 为恒定的感染阈值, 其数值见表 1. 如图 5 所示, 随着感染概率比 β/β_{th} 的增大, 所有模型最终都达到相同或相近的影响规模 $N(k)$, 我们称之为影响传播的峰值. 然而, 所提模型 Inf-MDE 比其他基线模型更快地达到该峰值. 这是因为 Inf-MDE 有效引入了重叠社群 ($COverlap(v)$) 和社群规模 ($CSize(v)$) 等信息, 并通过可学习参数自适应调整其权重, 从而更准确地识别跨层桥接节点.

4.5.4 模型效率分析

尽管本文提出的 Inf-MDE 模型在多层社交网络影响力最大化任务上取得了显著性能提升, 但其整体计算效率相较于部分轻量级基线方法并不占优势. 这一现象主要源于模型在设计过程中, 为兼顾多层异质结构表达、传播行为建模以及种子集差异化选择这 3 个核心目标而引入的若干必要计算环节. 本节将对这些计算开销进行系统分析, 并说明其合理性.

(1) 影响力子图采样带来的计算开销

Inf-MDE 首先需要基于 Multi-SIR 扩散机制构建节点的影响力子图. 该过程需从每个节点触发模拟局部传播,

多层网络下的时间复杂度近似为 $O(|V| \cdot \text{step} \cdot \bar{d})$, 其中 step 表示扩散模拟步数, $\bar{d}$ 为各层网络平均度. 与常见的随机游走采样或单层 BFS 不同, 扩散驱动的子图能够更真实地反映节点在多层传播机制下的潜在影响范围, 但也使得此阶段成为模型的主要耗时部分. 需要强调的是, 本文方法旨在实现“传播语义一致性”的嵌入学习. 若仅采用拓扑采样, 将无法保留跨层传播模式中的显著差异, 导致嵌入失真. 因此, 这部分计算投入虽高, 但具有必要性.

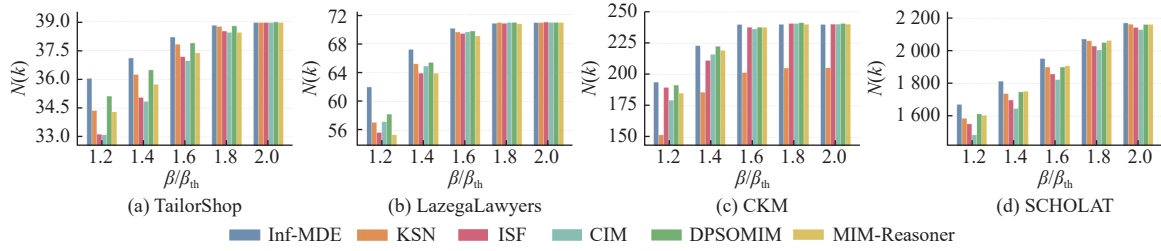


图5 多层 SIR 模型下不同感染概率 β 的实验结果

(2) GLAIN 层的多轮自适应聚合

GLAIN 结构需在多层网络中针对每个节点学习阻尼因子, 并在传播路径中执行自适应邻居加权, 其复杂度为 $O(L \cdot |E|)$, 其中 L 为 GNN 层数. 与传统 GCN 或简单的平均聚合方式相比, 该机制在计算和显存开销上更高, 但可显著提升对层间传播异质性的建模能力. 消融实验结果表明, 若移除该组件, 模型在多个数据集上的影响力预测效果均出现明显下降. 因此, 自适应聚合机制虽增加了计算成本, 但其带来的性能增益使得该开销在模型整体框架下是合理且必要的.

(3) 差异化嵌入空间中的距离与社群计算

在种子选择阶段, Inf-MDE 需要基于学习到的嵌入执行节点社群聚类与嵌入距离计算, 以降低种子间的结构冗余. 其复杂度主要包括: K-means 聚类 ($O(|V| \cdot D \cdot k_c)$) 与节点间距离计算 ($O(|V|^2)$). 对于规模较大的网络, 此阶段的确具有一定的额外计算负担. 但影响力最大化问题的核心挑战即在于“高影响力节点往往存在显著结构重叠”, 若缺乏有效的差异化度量, 模型将倾向选择冗余节点, 从而导致整体传播范围无法提升. 因此, 差异化嵌入及其计算环节是提升最终 IM 性能的重要组成部分, 其开销在本任务场景下具有必要性.

(4) 整体效率的可接受性

尽管上述环节增加了训练阶段的计算成本, 但 Inf-MDE 在整体效率上仍具有以下优势: 1) 模型训练完成后, 种子节点选择仅需线性复杂度 $O(|V|)$, 无需多次的蒙特卡罗评估, 显著优于传统贪婪方法的 $O(k \cdot MC \cdot |E|)$, 因此, 在实际应用场景中 (如在线推荐、舆情分析), Inf-MDE 仍具备良好的运行效率. 2) 与同类深度的 IM 方法相比, 复杂度仍属可控, 如 MIM-Reasoner 需要额外的跨层策略迭代和概率图推断, 其计算效率高于本文模型. 相比之下, Inf-MDE 在表达能力与可计算性之间取得较为均衡的折中. 3) 复杂模块可在训练前离线执行, 影响子图的模拟、社群聚类与部分距离计算均可作为离线预处理, 不影响实际部署效率.

Inf-MDE 的计算效率虽不及部分轻量级方法, 但其额外开销主要来自用于增强传播语义一致性、表达层间异质性以及降低种子集冗余度的关键模块. 针对 Inf-MDE 的计算开销, 本研究从系统设计与工程应用两个层面进行了考量. 首先, 在系统架构设计上, Inf-MDE 采用了离线预处理与在线预测相分离的策略. 最具计算密度的子图采样与训练过程被置于离线阶段执行. 在离线环境下, 模型可利用分布式计算资源对海量多层关系进行建模. 其次, 在在线生成阶段, 模型仅需调用训练好的网络进行前向传播获取影响力得分, 其时间复杂度为 $O(N \cdot k)$. 这意味着在实际应用中, 生成种子节点集的过程是毫秒级的. 目前, Inf-MDE 已成功应用于“学者网 (SCHOLAT)”的学术动态推广业务中. 实际运行经验表明, 虽然多层网络节点关系的离线更新耗时高于传统启发式方法, 但其在线决策的极速响应能力, 以及在复杂学术关系建模上的精准度, 完全满足了真实业务对大规模社交网络分析的性能与精度要求. 从实验及实际落地应用结果可以看出, 这些计算投入在模型性能上体现出明显回报. 整体而言, Inf-MDE 的计算效率在任务目标和模型能力之间达到了合理的平衡, 并保持了良好的实际应用可行性.

5 案例分析

本节将通过一个案例研究来展示 SCHOLAT 数据集中的影响力扩散过程. SCHOLAT 是一个用于教学和科研合作的 3 层社交网络, 包含好友、团队和课程这 3 类关系. 图 6 展示了跨层影响力传播过程示意图. 我们遵循 Inf-MDE 的流程, 提取每一层的局部影响力嵌入并执行社群检测, 不同的背景阴影颜色用于区分节点的社群归属, 节点下方的小点代表该节点的影响力大小, 由深红到深蓝的颜色过渡代表影响力从高到低, 边颜色的不同代表其属于不同轮次的传播, 同样的, 处于阴影内部的节点颜色也反映其是在不同的轮次被激活的. 为清晰起见, 图中仅展示了通过 Multi-IC 模型的前 4 个传播步骤, 节点与边的颜色根据图例标示其感染步骤. 主要研究结果总结如下.

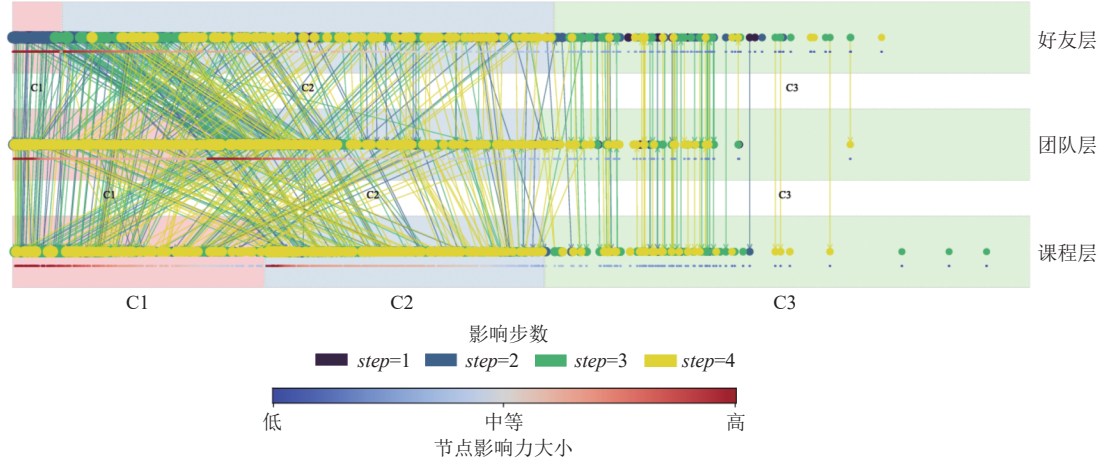


图 6 SCHOLAT 数据集中影响扩散过程的案例研究

(1) 跨层传播主要由高影响力节点驱动. 这些节点表现出明显更密集的跨层连接, 与现实场景中具有广泛影响力的用户通常在多个网络中活跃的现象一致.

(2) 社群结构揭示了跨层传播中的影响力偏差. 每一层都被划分为 3 个社群 (C1、C2、C3). 传播在 C1 和 C2 社群中明显更为密集, 说明这些社群内的节点影响力更大, 在跨层扩散中也更为活跃.

(3) 传播方向进一步提供洞察: ① 影响力从好友层向团队层和课程层的流动更为密集, 表明社交互动能够影响团队协作与课程参与; ② 团队层向好友层的传播强度高于向课程层的传播, 这意味着团队成员更倾向于在其社交圈内分享信息以促进合作; ③ 从课程层向其他层的传播反映了学术活动如何影响社交或团队环境中的行为, 例如学生向朋友推荐课程.

6 总 结

本文提出了一种基于差异化图嵌入的多层社交网络影响力最大化模型 Inf-MDE. 该模型融合局部与全局影响力嵌入, 能够有效捕捉多层网络中跨层与层内的扩散结构信息, 从而实现更优的种子节点识别. 在 4 个公开数据集上的实验结果表明, Inf-MDE 在影响力传播范围上优于现有方法, 对于社会科学分析、广告营销、信息传播控制等需要识别关键节点的应用场景具有实用价值.

未来的研究工作将从以下两方面展开: 一方面, 探索更高效的传播子图构建与差异化嵌入计算策略, 以降低模型在大规模多层网络上的训练开销; 另一方面, 将模型扩展至动态网络、内容驱动的传播等更复杂的社交行为场景, 进一步提升方法的适应性与应用广度.

References

- [1] de Domenico M. More is different in real-world multilayer networks. *Nature Physics*, 2023, 19(9): 1247–1262. [doi: [10.1038/s41567-023-023-023-0](https://doi.org/10.1038/s41567-023-023-023-0)]

- 02132-1]
- [2] Chen TT, Yan SW, Guo JX, Wu WL. ToupleGDD: A fine-designed solution of influence maximization by deep reinforcement learning. *IEEE Trans. on Computational Social Systems*, 2024, 11(2): 2210–2221. [doi: [10.1109/TCSS.2023.3272331](https://doi.org/10.1109/TCSS.2023.3272331)]
 - [3] Ling C, Jiang JJ, Wang JX, Thai MT, Xue RH, Song J, Qiu MK, Zhao L. Deep graph representation learning and optimization for influence maximization. In: *Proc. of the 40th Int'l Conf. on Machine Learning*. Honolulu: PMLR, 2023. 21350–21361.
 - [4] Bouyer A, Mohammadi M, Arasteh B. Identifying influential nodes based on new layer metrics and layer weighting in multiplex networks. *Knowledge and Information Systems*, 2024, 66(2): 1011–1035. [doi: [10.1007/s10115-023-01983-7](https://doi.org/10.1007/s10115-023-01983-7)]
 - [5] Sadhu S, Namtirtha A, Malta MC, Dutta A. Normalized strength-degree centrality: Identifying influential spreaders for weighted network. *Social Network Analysis and Mining*, 2024, 14(1): 232. [doi: [10.1007/s13278-024-01388-6](https://doi.org/10.1007/s13278-024-01388-6)]
 - [6] Kumar S, Lohia D, Pratap D, Krishna A, Panda BS. MDER: Modified degree with exclusion ratio algorithm for influence maximisation in social networks. *Computing*, 2022, 104(2): 359–382. [doi: [10.1007/s00607-021-00960-8](https://doi.org/10.1007/s00607-021-00960-8)]
 - [7] Zhang HT, Zhong S, Deng Y, Cheong KH. LFIC: Identifying influential nodes in complex networks by local fuzzy information centrality. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2022, 30(8): 3284–3296. [doi: [10.1109/TFUZZ.2021.3112226](https://doi.org/10.1109/TFUZZ.2021.3112226)]
 - [8] Gautam RK, Kare AS, Durga Bhavani S. Centrality measures based heuristics for perfect awareness problem in social networks. In: *Proc. of the 16th Int'l Conf. on Multi-disciplinary Trends in Artificial Intelligence*. Hyderabad: Springer, 2023. 91–100. [doi: [10.1007/978-3-031-36402-0_8](https://doi.org/10.1007/978-3-031-36402-0_8)]
 - [9] Liu ZF, Ye JX, Zou ZN. Closeness centrality on uncertain graphs. *ACM Trans. on the Web*, 2023, 17(4): 29. [doi: [10.1145/3604912](https://doi.org/10.1145/3604912)]
 - [10] Roddenberry TM, Segarra S. Blind inference of eigenvector centrality rankings. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2021, 69: 3935–3946. [doi: [10.1109/TSP.2021.3093765](https://doi.org/10.1109/TSP.2021.3093765)]
 - [11] Zhang Q, Deng RH, Ding KX, Li MZ. Structural analysis and the sum of nodes' betweenness centrality in complex networks. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2024, 185: 115158. [doi: [10.1016/j.chaos.2024.115158](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2024.115158)]
 - [12] Yang Q, Wang YH, Yu SB, Wang WJ. Identifying influential nodes through an improved k-shell iteration factor model. *Expert Systems with Applications*, 2024, 238: 122077. [doi: [10.1016/j.eswa.2023.122077](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122077)]
 - [13] Qiu JZ, Tang J, Ma H, Dong YX, Wang KS, Tang J. DeepInf: Social influence prediction with deep learning. In: *Proc. of the 24th ACM SIGKDD Int'l Conf. on Knowledge Discovery & Data Mining*. London: ACM, 2018. 2110–2119. [doi: [10.1145/3219819.3220077](https://doi.org/10.1145/3219819.3220077)]
 - [14] Zhao GH, Jia P, Zhou AM, Zhang B. InfGCN: Identifying influential nodes in complex networks with graph convolutional networks. *Neurocomputing*, 2020, 414: 18–26. [doi: [10.1016/j.neucom.2020.07.028](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.07.028)]
 - [15] Yu EY, Wang YP, Fu Y, Chen DB, Xie M. Identifying critical nodes in complex networks via graph convolutional networks. *Knowledge-based Systems*, 2020, 198: 105893. [doi: [10.1016/j.knsys.2020.105893](https://doi.org/10.1016/j.knsys.2020.105893)]
 - [16] Li Y, Li LL, Liu YJ, Li QQ. MAHE-IM: Multiple aggregation of heterogeneous relation embedding for influence maximization on heterogeneous information network. *Expert Systems with Applications*, 2022, 202: 117289. [doi: [10.1016/j.eswa.2022.117289](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.117289)]
 - [17] Ma LJ, Hong HP, Lin QZ, Li JQ, Gong MG. Influence maximization for signed networks based on evolutionary deep reinforcement learning. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2023, 34(11): 5084–5112 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6728.htm> [doi: [10.13328/j.cnki.jos.006728](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.006728)]
 - [18] Liu Q, Yan J, Wu L. Offline reinforcement learning method with diffusion model and expectation maximization. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2025, 36(10): 4695–4709 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/7296.htm> [doi: [10.13328/j.cnki.jos.007296](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.007296)]
 - [19] Do NHK, Chowdhury T, Ling C, Zhao L, Thai MT. MIM-Reasoner: Learning with theoretical guarantees for multiplex influence maximization. In: *Proc. of the 27th Int'l Conf. on Artificial Intelligence and Statistics*. Valencia: PMLR, 2024. 2296–2304
 - [20] Zhang H, Cui Y. Understanding multimodal travel mobilities of dockless bike-sharing and metro: A multilayer network analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2024, 648: 129962. [doi: [10.1016/j.physa.2024.129962](https://doi.org/10.1016/j.physa.2024.129962)]
 - [21] Li YD, Gao HB, Gao YX, Guo JX, Wu WL. A survey on influence maximization: From an ML-based combinatorial optimization. *ACM Trans. on Knowledge Discovery from Data*, 2023, 17(9): 133. [doi: [10.1145/3604559](https://doi.org/10.1145/3604559)]
 - [22] Katakamsetty VR, Chowdary CR. K++ Shell: Influence maximization in multilayer networks using community detection. *Computer Networks*, 2023, 234: 109916. [doi: [10.1016/j.comnet.2023.109916](https://doi.org/10.1016/j.comnet.2023.109916)]
 - [23] Jaouadi M, Romdhane LB. A distributed model for sampling large scale social networks. *Expert Systems with Applications*, 2021, 186: 115773. [doi: [10.1016/j.eswa.2021.115773](https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115773)]
 - [24] Gligorić V, Panagakis Y, Zafeiriou S. Non-negative matrix factorizations for multiplex network analysis. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2019, 41(4): 928–940. [doi: [10.1109/TPAMI.2018.2821146](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2018.2821146)]
 - [25] Nguyen H, Dam H, Do NHK, Tran C, Pham C. REM: A scalable reinforced multi-expert framework for multiplex influence

- maximization. In: Proc. of the 39th AAAI Conf. on Artificial Intelligence. Philadelphia: AAAI, 2025. 27099–27107. [doi: [10.1609/aaai.v39i25.34917](https://doi.org/10.1609/aaai.v39i25.34917)]
- [26] K VR, Katukuri M, Jagarapu M. CIM: Clique-based heuristic for finding influential nodes in multilayer networks. *Applied Intelligence*, 2022, 52(5): 5173–5184. [doi: [10.1007/s10489-021-02656-0](https://doi.org/10.1007/s10489-021-02656-0)]
- [27] Ju W, Fang Z, Gu YY, Liu ZQ, Long QQ, Qiao ZY, Qin YF, Shen JH, Sun F, Xiao ZP, Yang JW, Yuan JY, Zhao YS, Wang YF, Luo X, Zhang M. A comprehensive survey on deep graph representation learning. *Neural Networks*, 2024, 173: 106207. [doi: [10.1016/j.neunet.2024.106207](https://doi.org/10.1016/j.neunet.2024.106207)]
- [28] Kempe D, Kleinberg J, Tardos É. Maximizing the spread of influence through a social network. In: Proc. of the 9th ACM SIGKDD Int'l Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining. Washington: ACM, 2003. 137–146. [doi: [10.1145/956750.956769](https://doi.org/10.1145/956750.956769)]
- [29] Sun QY, Li JX, Peng H, Wu J, Ning YX, Yu PS, He LF. SUGAR: Subgraph neural network with reinforcement pooling and self-supervised mutual information mechanism. In: Proc. of the 2021 Web Conf. Ljubljana: ACM, 2021. 2081–2091. [doi: [10.1145/3442381.3449822](https://doi.org/10.1145/3442381.3449822)]
- [30] Yang X, He SN, Shin KG, Tabatabaie M, Dai J. Cross-modality and equity-aware graph pooling fusion: A bike mobility prediction study. *IEEE Trans. on Big Data*, 2025, 11(1): 286–302. [doi: [10.1109/TBDATA.2024.3414280](https://doi.org/10.1109/TBDATA.2024.3414280)]
- [31] Xu ZM, Zhou LH, Liu C. Influence maximization of heterogeneous networks based on community and structure entropy. *Computer Systems and Applications*, 2023, 32(1): 257–265 (in Chinese with English abstract). [doi: [10.15888/j.cnki.csa.008915](https://doi.org/10.15888/j.cnki.csa.008915)]
- [32] Kivelä M, Arenas A, Barthélemy M, Gleeson JP, Moreno Y, Porter MA. Multilayer networks. *Journal of Complex Networks*, 2014, 2(3): 203–271. [doi: [10.1093/comnet/cnu016](https://doi.org/10.1093/comnet/cnu016)]
- [33] Snijders TAB, Pattison PE, Robins GL, Handcock MS. New specifications for exponential random graph models. *Sociological Methodology*, 2006, 36(1): 99–153. [doi: [10.1111/j.1467-9531.2006.00176.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-9531.2006.00176.x)]
- [34] Nasiri E, Berahmand K, Li YF. A new link prediction in multiplex networks using topologically biased random walks. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2021, 151: 111230. [doi: [10.1016/j.chaos.2021.111230](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.111230)]
- [35] SCHOLAT. Take your research further with SCHOLAT data. 2026. https://www.scholat.com/research/opensource/#multiplex_network
- [36] Chiranjeevi M, Dhuli VS, Enduri MK, Hajarathaiiah K, Cenkeramaddi LR. Quantifying node influence in networks: Isolating-betweenness centrality for improved ranking. *IEEE Access*, 2024, 12: 93711–93722. [doi: [10.1109/ACCESS.2024.3424834](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3424834)]
- [37] Kumar S, Singhla L, Jindal K, Grover K, Panda BS. IM-ELPR: Influence maximization in social networks using label propagation based community structure. *Applied Intelligence*, 2021, 51(11): 7647–7665. [doi: [10.1007/s10489-021-02266-w](https://doi.org/10.1007/s10489-021-02266-w)]
- [38] Kuhnle A, Alim A, Li X, Zhang H, Thai MT. Multiplex influence maximization in online social networks with heterogeneous diffusion models. *IEEE Trans. on Computational Social Systems*, 2018, 5(2): 418–429. [doi: [10.1109/TCSS.2018.2813262](https://doi.org/10.1109/TCSS.2018.2813262)]

附中文参考文献

- [17] 马里佳, 洪华平, 林秋镇, 李坚强, 公茂果. 基于演化深度强化学习的符号网络影响最大化研究. *软件学报*, 2023, 34(11): 5084–5112. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6728.htm> [doi: [10.13328/j.cnki.jos.006728](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.006728)]
- [18] 刘全, 颜洁, 乌兰. 扩散模型期望最大化的离线强化学习方法. *软件学报*, 2025, 36(10): 4695–4709. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/7296.htm> [doi: [10.13328/j.cnki.jos.007296](https://doi.org/10.13328/j.cnki.jos.007296)]
- [31] 徐智敏, 周丽华, 刘超. 基于社区与结构熵的异质网络影响力最大化. *计算机系统应用*, 2023, 32(1): 257–265. [doi: [10.15888/j.cnki.csa.008915](https://doi.org/10.15888/j.cnki.csa.008915)]

作者简介

林荣华, 博士, 特聘副研究员, CCF 专业会员, 主要研究领域为社交网络分析, 推荐系统, 教育数据挖掘与应用.

姚润彬, 硕士生, CCF 学生会员, 主要研究领域为社交网络分析, 影响力最大化.

王怡嘉, 硕士生, 主要研究领域为数据挖掘, 社交网络分析.

林俊杰, 硕士生, 主要研究领域为图神经网络, 影响力最大化, 社交网络分析.

吴正洋, 博士, 副教授, 博士生导师, CCF 杰出会员, 主要研究领域为数据挖掘, 人工智能教育, 协同教育技术.

汤庸, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 杰出会员, 主要研究领域为数据智能, 社交网络, 学者知识模型, 学者大模型应用.