

$$Label(x) = \arg \max_{j=1,2,\dots,K} \left((x^T w_j + b_j) / \sqrt{w_j^T w_j} \right) \quad (25)$$

注意,MBSVM 采用的是“max”的决策方式,这与 TWSVM 是完全不同的.

2.6.2 其他基于“多对一”策略的多分类孪生支持向量机

MBSVM 的二次规划问题通过松弛迭代法求解,得到的解往往精度不高.Ju 等人提出的非平行超平面多分类支持向量机(nonparallel hyperplanes support vector machine for multi class classification,简称 NHCMC)继承了 MBSVM 的思想,即,采用“多对一”结构和“max”的决策方式^[56].不同于 MBSVM,NHCMC 的模型可以通过序列最小优化算法求解,并且不必区分线性和非线性情况,核方法可以直接应用.NHCMC 算法与 MBSVM 一样,在样本类别多时,算法复杂度方面具有优势.值得注意的是:NHCMC 的二次规划问题与 SVM 的模型一样可以使用最小序列优化算法,因此,NHCMC 训练速度快,最小序列优化算法求解的结果精度较高,从而,NHCMC 算法较 MBSVM 稳定并且往往具有更好的分类准确率.该算法的不足在于,其理论依据有待进一步充实.

Xu 等人将孪生超球支持向量机与“多对一”多分类策略相结合,得到了孪生超球多分类支持向量机(twin hyper sphere support vector machine,简称 THSKVM)^[57].THSKVM 在训练过程中不需要进行矩阵的求逆操作,因此训练速度快,可以应用于大规模分类问题.此外,THSKVM 为每个类构造一个超球而不是超平面,能够更准确地获取和利用训练数据的信息,获取更好的分类面.

文献[58]提出了一种基于 1 范数正则项的孪生支持向量机,并使用多对一策略将该算法推广至多分类.该多分类方法通过求解线性方程组以解决分类问题,并且不需要进行大规模的矩阵求逆运算,因此训练速度快.缺点是分类精度一般,泛化能力有待提高.

针对 MBSVM 在处理数据存在交叉的多分类问题时效果不佳的情况,文献[59,60]在多生支持向量机中添加一个修正项,使得生成的超平面与对应类的样本之间距离尽量大而离其他类样本尽量远的同时,每个该类样本与超平面之间的距离都尽量相等.在对新样本进行预测阶段,不同于 MBSVM 将待分类点简单地分到离该点最远的超平面所对应的类,该算法首先判断带分类点离各分类超平面的距离是否落入对应的一个区间内,在满足此条件的分类超平面之间进行比较,最后确定分类结果.与 MBSM 相比,改进算法在处理数据存在交叉的多分类问题时效果更佳.

2.6.3 基于“多对一”策略的多分类孪生支持向量机的优缺点

基于 AVO 的 MTWSVMs 每次仅选取一个类作为负类,剩下的类都当作正类来构建超平面,得到的超平面离一个类远,而尽可能靠近其余类的样本.这样做的优点是时间复杂度低,约为 $O(m^3/K^2)$.基于 OVA 策略的 MTWSVMs 的时间复杂度为 $O(m^3K)$,因此类别数目 K 较大时,基于 AVO 方法的 MTWSVMs 在训练速度方面具有明显优势.此外,该类方法和 OVA MTWSVMs 一样,具有思想简单、容易实现的优点.

这类方法的缺点是分类精度不够高,其原因有两点.

- 其一是这种方法的约束条件少,因此容易陷入局部最优,应采取全局性更好的二次规划求解算法;
- 其二是被作为正类的那些类之间可能相距较远,很难使得超平面离它们同时都近.

综上所述,基于 AVO 方法的 MTWSVMs 适合分类类别 K 较大、但精度要求不太高的应用情景.

2.7 方法对比

本节的前 6 个小节已经对 6 类 MTWSVMs 的原理、数学模型、研究发展作了详细介绍,也简要分析了各类算法的优缺点.为了更加清晰地展现各类方法之间的优势和劣势,本小节对 MTWSVMs 进行更深入的对比分析.

首先对比分析基于 OVO 的 MTWSVMs 和基于 OVA 的 MTWSVMs,这两种是最早被提出的 MTWSVMs.这两种方法相比,基于 OVO 的 MTWSVMs 的优势是不会导致数据不平衡现象,分类准确率更高;而基于 OVA 的 MTWSVMs 由于每一步训练将多个类看作一个类,因此常伴随数据不平衡现象.与此同时,基于 OVA 的 MTWSVMs 还忽略了被看作一个类的那些类别之间的差别,因此分类准确率往往不高.但是 OVA MTWSVMs 算法的思想简单明了,容易实现,因此在所要处理的问题不是非常复杂的时候,领域专家往往还是会选择应用

OVA MTWSVMs.在训练速度上,OVO MTWSVMs 在训练集较大时训练速度要明显快于 OVA MTWSVMs.分类问题规模小时,建议选择使用 OVA MTWSVMs.

DAG MTWSVMs 是为了提升 OVO MTWSVMs 的决策速度而提出来的,并且解决了 OVO MTWSVMs 存在的拒分区域问题.但在决定整个算法执行速度的训练速度上,DAG MTWSVMs 与 OVO MTWSVMs 是相同的.此外,由于 DAG MTWSVMs 的 DAG 是一个层次结构,因此,DAG MTWSVMs 会存在累计误差,对算法性能造成一定的影响.总体上说,DAG MTWSVMs 和 OVO MTWSVMs 不论是在算法时间复杂度上还是在分类准确率方面都表现相当.因为 DAG MTWSVMs 的决策时间相对较短,因此,当待分类样本数量远多于训练样本时,应该选用 DAG MTWSVMs 代替 OVO MTWSVMs.

基于二叉树的 MTWSVMs 解决了 OVA MTWSVMs 和 OVO MTWSVMs 都存在的拒分问题.与 OVA MTWSVMs 相比,这类方法并非每步训练都需要使用所有训练数据,基于二叉树的 MTWSVMs 随着训练步骤的增加和二叉树层次的增加,训练的规模不断下降,总体的训练速度快于 OVA MTWSVMs.但是基于决策二叉树的 MTWSVMs 的实现较为复杂,因此,当所处理的问题并不复杂时,直接选用 OVA MTWSVMs 更好.与 OVO MTWSVMs 相比,基于二叉树的 MTWSVMs 仅需 $K-1$ 个子分类器,加之使用二叉树结构组织其子分类器,因此整个分类器结构更加简洁、稳定.与 DAG MTWSVMs 相比,基于决策二叉树的 MTWSVMs 的累计误差现象更加明显,因此,在构造二叉树结构的过程中要更加注重结构的优化,而 DAG MTWSVMs 的累计误差相对要少得多.在训练数据集给定之后,DAG MTWSVMs 的层次是确定的,而基于决策二叉树的 MTWSVMs 的层数不够确定,如果构造成偏二叉树,则会增加算法的训练时间.

基于“一对一对余”策略的多分类孪生支持向量机的每个子分类器以 $\{+1,0,-1\}$ 的形式标注样本,这使得每个子分类器在处理两类样本的同时识别其他类的样本,避免了 OVO 策略中对其他类样本的随机“投票”.因此,基于“一对一对余”策略的多分类孪生支持向量机在保持了 OVO MTWSVMs 的优点的同时获得了更加优秀的鲁棒性.但是,基于“一对一对余”策略的多分类孪生支持向量机为识别其他类的样本需要处理两类约束条件,模型求解难度大于 OVO MTWSVMs.与基于二叉树的 MTWSVMs 相比,基于“一对一对余”策略的多分类孪生支持向量机的优势是不存在累计误差,不需要结构优化.但是,基于“一对一对余”策略的多分类孪生支持向量机依然存在拒分区域,而且训练速度往往比基于二叉树的 MTWSVMs 要慢.

与 OVO MTWSVMs,DAG MTWSVMs 以及二叉树 MTWSVMs 相比,基于 AVO 的 MTWSVMs 和 OVA MTWSVMs 一样具有原理易懂、实现简单的优点.同时,和 OVA MTWSVMs 一样,基于 AVO 的 MTWSVMs 训练过程中也将多类看作一类,从而出现数据不平衡问题.与 OVA MTWSVMs 相比,基于 AVO 的 MTWSVMs 模型中约束条件更少,求解更加简单.训练速度上,基于 AVO 的 MTWSVMs 总是快于基于 OVA 的 MTWSVMs.基于 AVO 的 MTWSVMs 与基于 OVO 的 MTWSVMs 相比具有的优势是所需训练的子分类器个数少.因此,当分类问题包含许多类别时,基于 AVO 的 MTWSVMs 总体结构依然简单,而 OVO MTWSVMs 将会是一个包含许多子分类器的复杂分类系统.当所需处理的问题包含的类别很大时,基于 AVO 的 MTWSVMs 的时间复杂度要低于其他 5 类方法.因此,AVO MTWSVMs 适合包含类别多的分类问题.但是,基于 AVO 的 MTWSVMs 的分类准确率总体上要比其他 5 类方法要差.

3 算法实验比较

本节对各种算法进行数值实验对比.实验选取各类多分类孪生支持向量机中具有代表性的算法进行比较.为了保证实验的可靠性,本文均采用十交叉验证,即:将数据随机均分为 10 份,依次选取 1 份作为测试数据,其余作为训练数据,对每个数据集,各种算法都要进行 10 次训练和测试.运行环境为 2G 内存,CORE 2 处理器,2.19GHz 主频,Windows7 操作系统.全部算法都使用 Matlab2012a 实现和运行.本文选用 UCI 机器学习数据库中几个常用的数据集对算法进行测试,数据集的具体信息见表 1.采用 RBF 核作为核函数,因为大量研究表明,RBF 核函数具有比其他函数更佳的性能.表中分类精度为十交叉验证所得的平均结果.参数选择都使用网格搜索法,选取范围为 $-6\sim 6$,步长为 0.5.训练数据在用于训练分类器前已进行归一化.表 2 和表 3 中,ACC 表示对应

算法的平均分类准确率,STD 表示 10 次实验所得分类准确率的标准差.

Table 1 Description of UCI data sets for test
表 1 数据集详细信息

编号	数据集	样本个数	样本维数	类别数
1	Wine	178	13	3
2	Glass	214	9	6
3	Balance	625	4	3
4	Iris	150	4	3
5	Vowel	528	10	11
6	Landsat	2 000	36	6
7	Segment	2 310	18	7
8	Seeds	210	7	3
9	DNA	3 186	180	3
10	Optdigits	5 620	64	10

Table 2 Comparison of experimental results in linear case
表 2 线性情况下分类结果比较

编号	数据集	OVA TWSVM	OVO TWSVM	ODAG TWSVM	BT TWSVM	MBSVM	Twin K SVC
		ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD
1	Wine	95.16±1.20	98.41±2.23	98.41±3.47	98.39±5.24	95.77±1.41	96.67±3.42
2	Glass	45.91±4.81	49.66±5.87	46.29±7.80	46.96±5.36	<u>43.56±6.32</u>	45.32±3.46
3	Balance	83.52±3.63	85.54±0.79	85.32±2.12	85.76±1.51	85.66±0.86	<u>84.86±6.83</u>
4	Iris	88.33±2.32	<u>86.32±1.33</u>	87.32±1.65	86.37±3.68	88.67±3.26	86.76±4.39
5	Vowel	82.65±1.63	83.64±2.87	<u>80.37±3.53</u>	83.66±3.65	84.73±5.67	85.83±2.28
6	Landat	<u>76.16±1.37</u>	77.68±4.39	79.98±3.74	78.36±3.23	76.76±0.98	76.19±3.27
7	Segment	93.25±1.37	94.85±0.87	92.35±0.84	90.10±0.81	<u>89.89±0.67</u>	90.15±2.30
8	Seeds	95.19±3.65	96.65±2.62	96.65±1.36	<u>93.47±4.74</u>	95.72±2.69	94.65±2.65
9	DNA	85.82±3.86	86.99±1.66	84.18±2.92	83.21±3.28	<u>78.26±2.63</u>	80.23±7.28
10	Optdigits	97.75±1.02	96.13±1.37	97.24±1.32	<u>95.14±2.71</u>	96.28±2.64	96.25±1.97

Table 3 Comparison of experimental results in nonlinear case
表 3 非线性情况下分类结果比较

编号	数据集	OVA TWSVM	OVO TWSVM	ODAG TWSVM	BT TWSVM	MBSVM	Twin K SVC
		ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD	ACC±STD
1	Wine	97.02±1.69	98.62±2.22	96.63±3.24	96.32±6.32	<u>95.93±0.71</u>	97.64±3.37
2	Glass	50.91±5.24	50.65±6.32	51.29±7.80	52.23±5.36	<u>43.33±6.32</u>	52.32±3.46
3	Balance	85.98±2.68	85.46±0.79	85.70±0.84	85.36±1.96	86.35±0.86	<u>84.20±5.06</u>
4	Iris	96.99±1.15	97.32±2.15	97.32±1.70	<u>96.87±1.19</u>	97.33±4.23	97.63±2.35
5	Vowel	86.45±4.78	82.64±2.18	<u>82.37±2.75</u>	83.89±3.75	84.57±5.69	83.68±1.37
6	Landat	<u>80.63±1.37</u>	82.68±3.55	82.62±3.43	85.36±2.78	80.76±1.11	84.25±3.98
7	Segment	<u>91.51±3.65</u>	93.67±1.41	93.54±1.34	94.15±1.61	<u>89.68±2.58</u>	91.68±1.65
8	Seeds	93.19±1.20	95.65±2.53	93.13±3.16	<u>89.35±5.98</u>	95.17±7.98	90.32±2.66
9	DNA	85.75±3.84	89.42±1.66	87.42±2.03	83.23±5.26	<u>78.82±3.46</u>	87.23±6.32
10	Optdigits	98.15±1.33	97.38±0.80	97.27±1.29	96.55±2.61	97.42±1.15	<u>95.47±3.94</u>

从表 2 可以看出:

- 线性情况下,在 UCI 数据集上,OVO TWSVM 总体分类精度是最高的,在 5 个数据集上获得了最佳结果.此外,OVO TWSVM 仅在一个数据集 Iris 上的分类准确率是最低的.但是 OVO TWSVM 在 Vowel 和 Optdigits 这两个样本类数超过 10 的数据集上表现不佳;
- 其次,ODAG TWSVM 的表现也不错,在数据集 Landat 上的分类精度高于其他算法,在 3 个数据集上取得了最佳分类结果,其分类结果接近 OVO TWSVM,在 Glass 和 Balance 上分类结果略好于 OVO TWSVM;
- 相对地,MBSVM 分类结果比较不够理想,在 3 个数据上的分类精度是所有方法中最差的;
- BT TWSVM 与 Twin K SVC 的分类精度相当,都在一个数据集上取得了最佳结果.

从表 3 可以看出:

- 在使用 RBF 核的情况下,在 UCI 数据集上,OVO TWSVM 总体分类精度依然是最好的,在 4 个数据集上

获得了最佳结果,特别是在数据集 DNA 上,OVO TWSVM 的分类精度明显高于其他算法.此外,OVO TWSVM 在所有数据集上的分类精度都不是最低的;

- MBSVM 相对分类结果比较差,在 4 个数据上的分类精度是所有方法中最差的,但也在一个数据上取得了最佳精度;
- BT TWSVM 和 Twin KSVC 都在两个数据集上取得了最佳结果,在一个数据集上取得了最差结果;
- ODAG TWSVM 虽然在任何数据集上都没有取得最佳结果,但其分类结果都接近 OVO TWSVM,在 Glass 和 Balance 上的分类结果好于 OVO TWSVM.

结合以上分析可得:总体而言,OVO TWSVM 和 ODAG TWSVM 分类性能是最佳的,而 MBSVM 的分类精度有待提升.

为了验证各种算法的复杂度,为实际应用中选择合适的多分类孪生支持向量机提供更为全面的参考,选取 Vowel 和 Pendigits 两个数据集作进一步的实验分析.多分类孪生支持向量机的训练时间主要与分类问题的训练样本数和样本类别数有关,为了测试各类多分类孪生支持向量机的时间复杂度与分类问题的训练样本数的关系,分别从 Pendigits 的各个类别中随机抽取 10%、20%、30%、40%、50%、60%、70%、80%、90% 和全部样本组成类别数相同但样本数目均匀递增的 10 个数据集.图 6 是各种算法在这 10 个数据集上的训练时间的折线图.实验所采用的是线性核,因为线性核的计算占用时间少,可以使实验中采集到的训练时间数据更加真实地反映各类多分类孪生支持向量机模型本身的时间复杂度.从图 6 中可以清晰地看出,随着样本数的增加,各类多分类孪生支持向量机训练时间的变化趋势.OVA TWSVM 和 Twin KSVC 的训练时间随样本数的增加而增加的速度最快,而 MBSVM 则最慢.结合表 2 和表 3 中分类准确率的测试结果可以看出:实际应用中,如果对分类准确率的要求并不苛刻而训练样本数量又较大,宜采用 MBSVM.如果希望尽可能地提升分类结果,则可选用 OVO TWSVM,因为 OVO TWSVM 的分类准确率总体是最高的,并且时间复杂度也不是很高.

接着,用包含 11 个类的 Vowel 测试各种算法训练时间随样本数目增加的变化情况以分析各算法时间复杂度随样本类别数的变化情况.取 Vowel 中的第 1 类~第 4 类作为第 1 类,第 5 类~第 8 类作为第 2 类,第 9 类~第 11 类作为第 3 类构成一个三分类数据集,取 Vowel 中的第 1 类~第 3 类作为第 1 类,第 4 类~第 6 类作为第 2 类,第 7 类~第 9 类作为第 3 类,第 10 类~第 11 类作为第 4 类构成一个四分类数据集,按照类似做法得到五分类数据集、六分类数据集、七分类数据集、八分类数据集、九分类数据集、十分类数据集和十一分类数据集.这样得到的 9 个数据集包含的数据样本个数是一样的而样本类别数不同.图 7 是各种算法在这 10 个数据集上的训练时间的折线图.

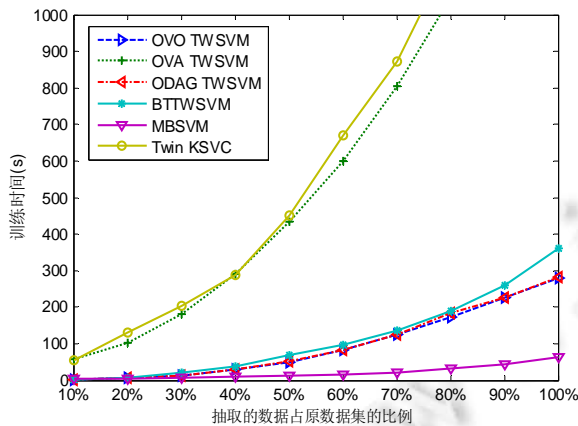


Fig.6 Relationship between training time and the number of samples

图 6 训练时间与训练样本数的关系

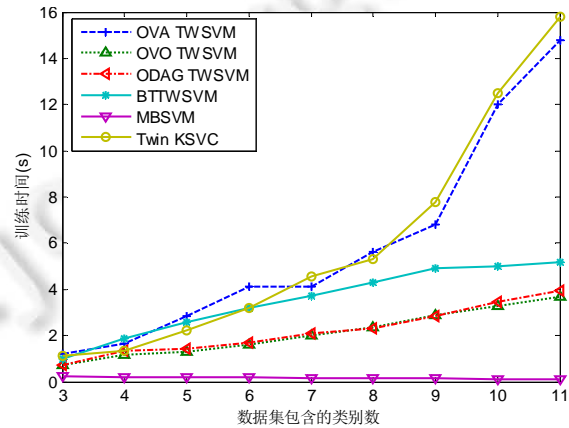


Fig.7 Relationship between training time and the class number

图 7 训练时间与训练样本类别数的关系

可以看出:当类别数为3和4时,6种算法的训练速度没有很大的差别.随着训练样本类别数的增加,MBSVM的训练时间略有减少.OVA TWSVM和Twin KSVC的训练时间近似于线性增长.OVO TWSVM和Twin KSVC训练时间的增加也并不明显.结合表2和表3中分类准确率的测试结果可以看出:实际应用中,如果所面临的问题包含类别数较多而分类准确率要求不是很高,则采用MBSVM是最为快速的.若要兼顾速度和分类结果,宜选用OVO TWSVM、ODAG TWSVM或BT TWSVM.仅在问题规模小、包含的类别数少时,建议使用OVA TWSVM和Twin KSVC.

4 总 结

将TWSVM推广到多分类是TWSVM研究中的一个重要内容,本文对近年来MTWSVMs的研究进展进行了一个总结.已有的研究主要可分为基于“一对一”策略、“一对多”策略、DAG结构、决策二叉树结构、“一对一对余”策略和“多对一”这6种策略的MTWSVMs.各种策略有着各自的优缺点.本文以多分类TWSVM采取的策略,也即组织子分类器的方式为依据,分门别类地回顾了已有的MTWSVMs算法,分析了各类算法的优缺点,通过数值实验,对比了各类算法中代表性的算法.MTWSVMs的研究虽然已经取得了不少成果,但仍然存在许多问题需要继续完善.本文认为,还需在以下几个研究方向上加以完善和改进.

(1) 理论研究.MTWSVMs的研究大多数是实验驱动的,理论基础不够深厚.完善MTWSVMs的基础理论系统是MTWSVMs发展的基石,因此特别值得关注;

(2) 研究MTWSVMs的并行性.现在是大数据时代,对于比较大的数据,几乎所有MTWSVMs的处理效率都明显不足.并行化是快速解决大型且复杂计算问题的重要方法.对MTWSVMs进行并行化,也许是未来提升MTWSVMs处理大数据能力和效率的发展方向.MTWSVMs是否适合并行化计算、如何合理分割多计算过程以便实现并行化,都是未解决的问题;

(3) 拓宽MTWSVMs的应用领域.目前,MTWSVMs的应用仍有限,大部分优秀的MTWSVMs算法都仍处于理论研究阶段.为了推动多分类TWSVMs的进一步发展,需要领域专家结合专业知识拓宽这些算法的应用领域.只有实际的应用价值,才能让MTWSVMs得到进一步的发展.

References:

- [1] Cortes C, Vapnik VN. Support vector networks. *Machines Learning*, 1995,20(2):273–297. [doi: 10.1023/A:1022627411411]
- [2] Vapnik VN. *The Nature of Statistical Learning Theory*. New York: Springer-Verlag, 1998. [doi: 10.1007/978-1-4757-3264-1]
- [3] Khemchandni R, Chandra S. Twin support vector machines for pattern classification. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007,29(5):905–910. [doi: 10.1109/TPAMI.2007.1068]
- [4] Ding SF, Yu JZ, Qi BJ, Huang HJ. An overview on twin support vector machines. *Artificial Intelligence Review*, 2014,42(2): 245–252. [doi: 10.1007/s10462-012-9336-0]
- [5] Kumar MA, Gopal M. Least squares twin support vector machines for pattern classification. *Expert Systems with Applications*, 2009,36(4):7535–7543. [doi: 10.1016/j.eswa.2008.09.066]
- [6] Peng XJ, Xu D. Twin Mahalanobis distance based support vector machines for pattern recognition. *Information Sciences*, 2012,200: 22–37. [doi: 10.1016/j.ins.2012.02.047]
- [7] Shao YH, Chen WJ, Zhang JJ, Wang Z, Deng NY. An efficient weighted Lagrangian twin support vector machine for imbalanced data classification. *Pattern Recognition*, 2014,47(9):3158–3167. [doi: 10.1016/j.patcog.2014.03.008]
- [8] Ding SF, Zhang XK, Yu JZ. Twin support vector machines based on fruit fly optimization algorithm. *Int'l Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2016,7(2):193–203. [doi: 10.1007/s13042-015-0424-8]
- [9] Kumar MA, Gopal M. Application of smoothing technique on twin support vector machines. *Pattern Recognition Letters*, 2008, 29(13):1842–1848. [doi: 10.1016/j.patrec.2008.05.016]
- [10] Huang HJ, Ding SF, Shi ZZ. Smooth CHKS twin support vector regression. *Journal of Computer Research & Development*, 2015, 52(3):561–568 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.7544/issn1000-1239.2015.20131444]

- [11] Ding SF, Huang HJ, Shi ZZ. Weighted smooth CHKS twin support vector machines. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2014, 24(11):2548–2557 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4475.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2013.04475]
- [12] Ding SF, Huang HJ, Xu XZ, Wang J. Polynomial smooth twin support vector machines. *Applied Mathematics and Information Sciences*, 2014,8(4):2063–2071. [doi: 10.12785/amis/080465]
- [13] Peng XJ, Kong LY, Chen DJ. Improvements on twin parametric margin support vector machine. *Neurocomputing*, 2015,151(2): 857–863. [doi: 10.1016/j.neucom.2014.10.010]
- [14] Xie XJ, Sun SL. Multitask centroid twin support vector machines. *Neurocomputing*, 2015,149(2):1085–1091. [doi: 10.1016/j.neucom.2014.07.025]
- [15] Gu B, Sheng VS, Wang ZJ, Ho D, Osman S, Li S. Incremental learning for ν support vector regression. *Neural Networks*, 2015,67: 140–150. [doi: 10.1016/j.neunet.2015.03.013]
- [16] Peng X, Xu D. A twin hypersphere support vector machine classifier and the fast learning algorithm. *Information Sciences*, 2013, 221:12–27. [doi: 10.1016/j.ins.2012.09.009]
- [17] Mehrkanoon S, Huang XL, Johan S. Non parallel support vector classifiers with different loss functions. *Neurocomputing*, 2014, 143:294–301. [doi: 10.1016/j.neucom.2014.05.063]
- [18] Hua XP, Ding SF. Weighted least squares projection twin support vector machines with local information. *Neurocomputing*, 2015, 160:228–237. [doi: 10.1016/j.neucom.2015.02.021]
- [19] Gu B, Sheng VS. A robust regularization path algorithm for ν support vector classification. *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, 2016. [doi: 10.1109/TNNLS.2016.2527796]
- [20] Tanveer M, Shubham K, Aldhaifallah M, Ho SS. An efficient regularized K nearest neighbor based weighted twin support vector regression. *Knowledge Based Systems*, 2016,94:70–87. [doi: 10.1016/j.knosys.2015.11.011]
- [21] Shao YH, Wang Z, Chen WJ, Deng NY. A regularization for the projection twin support vector machine. *Knowledge Based System*, 2013,37:203–210. [doi: 10.1016/j.knosys.2012.08.001]
- [22] Nasiri JA, Charkari NM, Mozafari K. Energy based model of least squares twin support vector machines for human action recognition. *Signal Processing*, 2014,104(6):248–257. [doi: 10.1016/j.sigpro.2014.04.010]
- [23] Yuan CS, Sun XM, Lü R. Fingerprint liveness detection based on multi scale LPQ and PCA. *China Communications*, 2016,13(7): 60–65. [doi: 10.1109/CC.2016.7559076]
- [24] Khemchandani R, Sharma S. Robust least squares twin support vector machine for human activity recognition. *Applied Soft Computing*, 2016,47:33–46. [doi: 10.1016/j.asoc.2016.05.025]
- [25] Al Dhaifallah M. Twin support vector machine method for identification of wiener models. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015,2015(2):1–7. [doi: 10.1155/2015/125868]
- [26] Tomar D, Agarwal S. A comparison on multi class classification methods based on least squares twin support vector machine. *Knowledge Based Systems*, 2015,81:131–147. [doi: 10.1016/j.knosys.2015.02.009]
- [27] Tomar D, Agarwal S. Twin support vector machine: A review from 2007 to 2014. *Egyptian Informatics Journal*, 2015,20(1):55–69. [doi: 10.1016/j.eij.2014.12.003]
- [28] Xie JY, Hone K, Xie WX, Gao XB, Shi Y, Liu XH. Extending twin support vector machine classifier for multi category classification problems. *Intelligent Data Analysis*, 2013,17(4):649–664. [doi: 10.3233/IDA-130598]
- [29] Wang Z, Chen J, Qin M. Non parallel planes support vector machine for multi class classification. In: *Proc. of the 2010 Int'l Conf. on Logistics Systems and Intelligent Management*. 2010. 581–585. [doi: 10.1109/ICLSIM.2010.5461354]
- [30] Cong HH, Yang CF, Pu XR. Efficient speaker recognition based on multi class twin support vector machines and GMMs. In: *Proc. of the IEEE Conf. on Robotics, Automation and Mechatronics (RAM)*. Chengdu, 2008. 348–352. [doi: 10.1109/RAMECH.2008.4681433]
- [31] Chen SG, Xu J. Least squares twin support vector machine for multi class classification. *Int'l Journal of Database Theory & Application*, 2015,8(5):65–76. [doi: 10.14257/ijdt.2015.8.5.06]
- [32] Tomar D, Agarwal S. Multiclass least squares twin support vector machine for pattern classification. *Int'l Journal of Database Theory and Application*, 2015,8(6):285–302. [doi: 10.14257/ijdt.2015.8.6.26]

- [33] Li CN, Huang YF, Wu HJ, Shao YH, Yang ZM. Multiple recursive projection twin support vector machine for multi class classification. *Int'l Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2016,7(5):729–740. [doi: 10.1007/s13042-014-0289-2]
- [34] Yang ZM, Wu HJ, Li CN, Shao YH. Least squares recursive projection twin support vector machine for multi class classification. *Int'l Journal of Machine Learning & Cybernetics*, 2016,7(3):411–426. [doi: 10.1007/s13042-015-0394-x]
- [35] Tomar D, Agarwal S. An effective weighted multi class least squares twin support vector machine for imbalanced data classification. *Int'l Journal of Computational Intelligence Systems*, 2015,8(4):761–778. [doi: 10.1080/18756891.2015.1061395]
- [36] Shao YH, Chen WJ, Wang Z, Li CN, Deng NY. Weighted linear loss twin support vector machine for large scale classification. *Knowledge Based Systems*, 2015,73:276–288. [doi: 10.1016/j.knosys.2014.10.011]
- [37] Tomar D, Agarwal S. Multi class twin support vector machine for pattern classification. In: *Proc. of the 3rd Int'l Conf. on Advanced Computing, Networking and Informatics*, Vol.43. Springer-Verlag, 2016. 97–110. [doi: 10.1007/978-81-322-2538-6_11]
- [38] Platt JC, Cristianini N, Shawe Taylor J. Large margin dags for multiclass classification. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2000,12(3):547–553.
- [39] Gu HB, Niu B, Gao ZX. A directed acyclic graph algorithm for multi class classification based on twin support vector machine. *Journal of Information & Computational Science*, 2014,11(18):6529–6536. [doi: 10.12733/jics20105038]
- [40] Tomar D, Agarwal S. Direct acyclic graph based multi class twin support vector machine for pattern classification. In: *Proc. of the ACM Ikdd Conf.* 2015. 80–85. [doi: 10.1145/2732587.2732598]
- [41] Chen J, Ji GR. Multi class LSTSVM classifier based on optimal directed acyclic graph. In: *Proc. of the Int'l Conf. on Computer and Automation Engineering*. IEEE, 2010. 100–104. [doi: 10.1109/ICCAE.2010.5452037]
- [42] Zhang XK, Ding SF, Sun TF. Multi class LSTMSVM based on optimal directed acyclic graph and shuffled frog leaping algorithm. *Int'l Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2016,7(2):241–251. [doi: 10.1007/s13042-015-0435-5]
- [43] Li K, Huang WX, Huang ZH. Multi sensor detected object classification method based on support vector machine. *Journal of Zhejiang University (Engineering Science Edition)*, 2013,47(1):15–22 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3785/j.issn.1008-973X.2013.01.003]
- [44] Xu YT, Guo R, Wang LS. A twin multi class classification support vector machine. *Cognitive Computation*, 2013,5(4):580–588. [doi: 10.1007/s12559-012-9179-7]
- [45] Nasiri JA, Charkari NM, Jalili S. Least squares twin multi class classification support vector machine. *Pattern Recognition*, 2015, 48(3):984–992. [doi: 10.1016/j.patcog.2014.09.020]
- [46] Khemchandani R, Pal A. Multi category Laplacian least squares twin support vector machine. *Applied Intelligence*, 2016. [doi: 10.1007/s10489-016-0770-6]
- [47] Chu MX, Gong RF, Wang AN. Strip steel surface defect classification method based on enhanced twin support vector machine. *Trans. of the Iron & Steel Institute of Japan*, 2014,54(1):119–124. [doi: 10.2355/isijinternational.54.119]
- [48] Chu M, Wang A, Gong R, Sha M. Multi class classification methods of enhanced LS TWSVM for strip steel surface defects. *Int'l Journal of Iron and Steel Research*, 2014,21(2):174–180. [doi: 10.1016/S1006-706X(14)60027-3]
- [49] Khemchandani R, Saigal P. Color image classification and retrieval through ternary decision structure based multi category TWSVM. *Neurocomputing*, 2015,165:444–455. [doi: 10.1016/j.neucom.2015.03.074]
- [50] Nie PP, Li Z, Liu LL. Application of multi class classification algorithm based on twin support vector machine in intrusion detection. *Journal of Computer Applications*, 2013,33(2):426–429 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3724/SP.J.1087.2013.00426]
- [51] Khemchandani R, Pal A. Tree based multi category Laplacian TWSVM for content based image retrieval. *Int'l Journal of Machine Learning & Cybernetics*, 2016. [doi: 10.1007/s13042-016-0493-3]
- [52] Xie JY, Zhang BQ, Wang WZ. A partial binary tree algorithm for multiclass classification based on twin support vector machines. *Journal of Nanjing University (Natural Sciences)*, 2011,47(4):354–363 (in Chinese with English abstract).
- [53] Li QL, Wang JJ, Gao BB. Multi classification algorithm for twin binary tree support vector machine. *Journal of Southwest University (National Science Edition)*, 2014,36(7):162–168 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.13718/j.cnki.xdzk.2014.07.026]

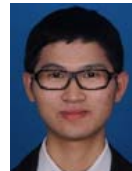
- [54] Shao YH, Chen WJ, Huang WB, Yang ZM, Deng NY. The best separating decision tree twin support vector machine for multi class classification. *Procedia Computer Science*, 2013,17:1032–1038. [doi: 10.1016/j.procs.2013.05.131]
- [55] Yang ZX, Shao YH, Zhang XS. Multiple birth support vector machine for multi class classification. *Neural Computing and Applications*, 2013,22(Suppl 1):S153–S161. [doi: 10.1007/s00521-012-1108-x]
- [56] Ju XC, Tian YJ, Liu DL, Qi ZQ. Nonparallel hyperplanes support vector machine for multi class classification. *Procedia Computer Science*, 2015,51(1):1574–1582. [doi: 10.1016/j.procs.2015.05.287]
- [57] Xu YT, Guo R. A twin hyper sphere multi class classification support vector machine. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2014,27(4):1783–1790. [doi: 10.3233/IFS-141145]
- [58] Li DW, Tian YJ. Twin support vector machine in linear programs. *Procedia Computer Science*, 2014,29:1770–1778. [doi: 10.1016/j.procs.2014.05.162]
- [59] Zhang XK, Ding SF, Xue Y. An improved multiple birth support vector machine for pattern classification. *Neurocomputing*, 2017, 225:119–128. [doi: 10.1016/j.neucom.2016.11.006]
- [60] Ding SF. *Twin Support Vector Machine: Algorithm, Theory and Extension*. Beijing: Science Press, 2017 (in Chinese).

附中文参考文献:

- [10] 黄华娟,丁世飞,史忠植.光滑 CHKS 孪生支持向量回归机. *计算机研究与发展*,2015,52(3):561–568. [doi: 10.7544/issn1000-1239.2015.201314444]
- [11] 丁世飞,黄华娟,史忠植.加权光滑 CHKS 孪生支持向量机. *软件学报*,2013,24(11):2548–2557. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4475.htm> [doi: 10.3724/SP.J.1001.2013.04475]
- [43] 李侃,黄文雄,黄忠华.基于支持向量机的多传感器探测目标分类方法. *浙江大学学报(工学版)*,2013,47(1):15–22. [doi: 10.3785/j.issn.1008-973X.2013.01.003]
- [50] 聂盼盼,臧洌,刘雷雷.基于对支持向量机的多类分类算法在入侵检测中的应用. *计算机应用*,2013,33(2):426–429. [doi: 10.3724/SP.J.1087.2013.00426]
- [52] 谢娟英,张兵权,汪万紫.基于双支持向量机的偏二叉树多类分类算法. *南京大学学报(自然科学)*,2011,47(4):354–363.
- [53] 李秋林,王建军,高斌斌.孪生二叉树支持向量多分类机算法. *西南大学学报(自然科学版)*,2014,36(7):162–168. [doi: 10.13718/j.cnki.xdzk.2014.07.026]
- [60] 丁世飞. *孪生支持向量机:理论、算法及其拓展*.北京:科学出版社,2017.



丁世飞(1963—),男,山东青岛人,博士,教授,博士生导师,CCF 杰出会员,主要研究领域为人工智能与模式识别,机器学习,数据挖掘,大数据智能分析.



张谢喆(1992—),男,硕士,主要研究领域为机器学习,支持向量机,孪生支持向量机.



张健(1990—),男,博士生,主要研究领域为机器学习与数据挖掘,支持向量机,深度神经网络,深度学习.



安悦瑄(1993—),女,硕士生,主要研究领域为机器学习与强化学习,支持向量机,孪生支持向量机.