

具有非线性映射能力的 RAM 式联想存贮器*

陈松灿

(南京航空航天大学计算机系, 南京 210016)

摘要 本文提出一种具有非线性映射能力的 RAM 式联想存贮器(RAM-AM), 通过将二值输入模式分解成若干个子模式, 并作为 RAM 的寻址地址, 来训练该联想存贮器. 存贮编码采用相关矩阵方法, 此 AM 作为异联想存贮器能成功地回忆, 如 XOR、高阶奇偶校验一类高阶非线性问题, 说明了映射能力对于模式划分行为的依赖性. 最后从理论上证明了所提模型的信噪比大大高于 Hopfield 模型的信噪比及在大量神经元存在下的可实现性, 实验例子证实了这种模型的可行性.

关键词 联想存贮, RAM, 非线性映射, 神经网络, 信噪比.

众所周知, 一般的联想存贮器在结构上均是两层的(如 Hopfield 网络, 各种联想存贮器), 具有自适应能力及数据分布存贮的特点, 训练速度快、动态性好, 从相似输入获得相似输出, 但输入、输出间的关系是线性的. 多层感知机、BP 模型具有较强的非线性映射能力, 但网络中必须引入隐节点. 因此, 训练速度慢, 有时所造成的联想误差无法容忍, 更难在硬件上加以实现. 本文受 WISARD 系统^[1,2]的启发, 提出了一种新的 RAM 式联想存贮器, 不仅具有较强的非线性映射能力, 而且可用 RAM 实现.

1 RAM 式联想存贮器及信噪比分析

1.1 RAM 式联想存贮器

RAM 式联想存贮器结构很简单, 其中的神经元与 MP 神经元不同, 如图 1. 神经元的输入与输出关系通过 RAM 内容作映射^[2], 因此, RAM 充当了神经元的功能.

一个 N 维二值 $\{0, 1\}$ 或 $\{-1, 1\}$ 模式 X , 当 N 值较大时, 该模式将被分解成若干个 n 维子模式, 因此共有 $K = N/n$ 个子模式, 和许多种分解方式. 每个子模式作为一个 RAM 的寻址地址, 从而可以读、写 RAM. 读 RAM 意味着存贮器的回忆, 写意味着对模式的记忆. 一个 N 维输入模式对应 K 个 RAM 神经元. 如图 2 所示.

图中 $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)'$ 为输出模式, t 表转置且 $Y \in \{-1, 1\}^m$ 或 $\{0, 1\}^m$. 所谓学习就是如何将模式 X 存入该联想器中并得到正确回忆. RAM 式联想存贮器的学习过程如下:

将 X 分成为 K 个子模式 $X^{S_1}, X^{S_2}, \dots, X^{S_K}$, 各 $X^{S_i} \in \{0, 1\}^n, i = 1, 2, \dots, K$. 将 X 提交存

* 本文 1993-07-16 收到, 1994-04-07 定稿

作者陈松灿, 1962 年生, 副教授, 主要研究领域为人工智能, 模式识别.

本文通讯联系人: 陈松灿, 南京 210016, 南京航空航天大学计算机系

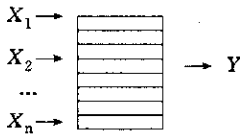


图1 RAM神经元

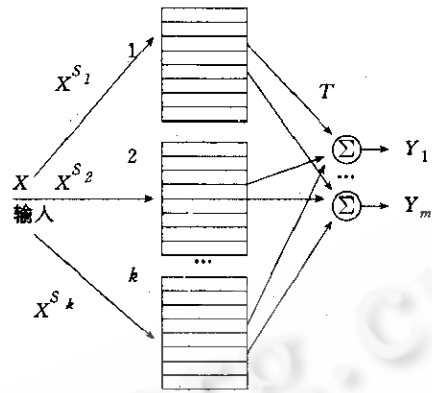


图2 RAM联想存贮器

贮器,每个 X^S_i 对应 RAM_i 或第 i 个神经元 ($i=1, 2, \dots, K$), 每个 RAM 都有 2^n 个状态, 显然 X^S_i 对应其中之一状态 j , 那么在该状态所表示的 RAM 单元中写入 $C(X^S_i)_j$, 其中

$$C(X^S_i)_j = \begin{cases} 1 & \text{若 } X^S_i = j \text{ 的二进制表示;} \\ 0 \text{ (或 } -1) & \text{否则.} \end{cases} \quad i=1, 2, \dots, K; \quad j=0, 1, \dots, 2^n-1 \quad (1)$$

因此, 表明 N 维输入模式被映射成 $2^n \times K$ 维 $\{0, 1\}$ 模式 $C(X)$, 此后进行学习和回忆.

设有 p 个模式对 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_p, Y_p)$, 其中 $X_i \in \{0, 1\}^N$ 或 $\{-1, 1\}^N$, $Y_i \in \{-1, 1\}^m$ 或 $\{0, 1\}^m$ ($i=1, 2, \dots, p$), 在存贮前, 输入模式被变换到 $2^n \times K$ 维模式.

$$C(X_i) = (C(X^S_{i1}), C(X^S_{i2}), \dots, C(X^S_{ik}))^t \quad i=1, 2, \dots, p \quad (2)$$

其中 $C(X^S_{ij})$ 为 2^n 维子模式, 且仅有一个分量为 1, 其余全为 0 或 -1, 这 p 个模式经相关矩阵编码方式加以存贮, 即存贮矩阵 T 有如下的表示方式

$$T = \sum_{i=1}^p Y_i C(X_i)^t \quad (3)$$

其中 $C(X_i)^t$ 表示 $C(X_i)$ 的转置.

显然 T 为 $m \times (2^n \times K)$ 阶矩阵, 且极为稀疏. 而该联想器的回忆与其他联想存贮器相同.

1.2 模型的信噪比分析

为分析模型的信噪比, 我们作如下假定 $X_i \in \{0, 1\}, Y_i \in \{-1, 1\}^m$, 且 X_i, X_j 和 Y_i, Y_j 相互独立, $i, j=1, 2, \dots, p$. 各分量相互独立且为相同分布. 设有一已存模式 X_k , 且 $X_k = (X^S_{k1}, X^S_{k2}, \dots, X^S_{kk})^t, k \in \{1, 2, \dots, p\}$. 将其提交存贮器后得一输出 $\bar{Y}_k, \bar{Y}_k = (y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{km})^t$, 我们期望 $\bar{Y}_k = Y_k$.

$$\begin{aligned} \text{由(3)式我们有 } \bar{Y}_k &= TC(X_k) = \sum_{i=1}^p Y_i C(X_i)^t C(X_k) \\ &= \sum_{i \neq k} Y_i C(X_i)^t C(X_k) + Y_k C(X_k)^t C(X_k) \\ &= \sum_{i \neq k} Y_i C(X_i)^t C(X_k) + KY_k \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{令 } \text{Signal} = KY_k \quad (5)$$

$$\text{Noise} = \sum_{i \neq k} Y_i C(X_i)^t C(X_k) \quad (6)$$

则由统计假定 $E(\text{Signal})=0$; $E(\text{Signal}_q^2)=K^2$; $E(\text{Noise})=0$;

及

$$\begin{aligned}
 E(\text{Noise}_q^2) &= E\left\{ \sum_{i \neq k} \sum_{j \neq l} y_{iq} y_{jk} [C(X_i)'C(X_k)] [C(X_j)'C(X_l)] \right\} \\
 &= \sum_{i \neq k} E(y_{iq}^2) \cdot E[C(X_i)'C(X_k)]^2 \\
 &= \sum_{i \neq k} E[C(X_i)'C(X_k)]^2 \tag{7}
 \end{aligned}$$

其中, $\text{Signal}_q, \text{Noise}_q$ 为 $\text{Signal}, \text{Noise}$ 的第 q 个分量. 上式中由于 Y_i 的第 q 个分量 $y_{iq} \in \{-1, 1\}$, 故 $y_{iq}^2=1, q=1, 2, \dots, m; E$ 为期望算子. (7) 式经进一步化简有

$$\begin{aligned}
 E(\text{Noise}_q^2) &= \sum_{i \neq k} \sum_{l=1}^K \sum_{r=1}^K E\{C(X_i^{S_l})'C(X_k^{S_l}) [C(X_i^{S_r})'C(X_k^{S_r})]\} \\
 &= (p-1) \left[\sum_{l \neq r} \sum_r E\{C(X_i^{S_l})'C(X_k^{S_l})\} \cdot E\{C(X_i^{S_r})'C(X_k^{S_r})\} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{l=1}^K E\{[C(X_i^{S_l})'C(X_k^{S_l})]^2\} \right] \tag{8}
 \end{aligned}$$

由 $C(X_i^{S_l})$ 的定义可知 $C(X_i^{S_l})'C(X_k^{S_l}) = \begin{cases} 1 & \text{若 } X_i^{S_l} = X_k^{S_l}; \\ 0 & \text{否则;} \end{cases}$ (9)

从而 $E[C(X_i^{S_l})'C(X_k^{S_l})] = 1 \cdot P_r\{X_i^{S_l} = X_k^{S_l}\} = \prod_{r=1}^n P_r\{X_{i^r}^{S_l} = X_{k^r}^{S_l}\} = \frac{1}{2^n}$ (10)

故(8)化为 $E(\text{Noise}_q^2) = (p-1) \left[\frac{K(K-1)}{2^n \cdot 2^n} + \frac{K}{2^n} \right]$ (11)

由信噪比定义得信噪比 SNR 为 $SNR = \sqrt{\frac{K}{p-1}} \cdot \sqrt{\frac{2^n}{1 + \frac{K-1}{2^n}}}$ (12)

由 $N=Kn$, 有 $SNR = \sqrt{\frac{N}{p-1}} \cdot \sqrt{\frac{2^n}{n(1 + \frac{K-1}{2^n})}}$ (13)

上式中因为 $\frac{2^n}{n(1 + \frac{K-1}{2^n})} > 2^n/n(1 + K/2^n)$, 而由于 $SNR_{Hopfield} = \sqrt{\frac{N}{p-1}}$, 所以要使 SNR

$\geq SNR_{Hopfield}$, 必须使 $2^n/n(1 + K/2^n) \geq 1$. 故有

$$K \leq 2^n \left(\frac{2^n}{n} - 1 \right) \tag{14}$$

而这一条件在实际应用中, 通过调整 K 与 n 的关系而平凡地满足. 如 $N=2^{15}$, 即 X 为 2^{15} 维输入模式, 取 $n=8=2^3$, 则 $K=N/n=2^{12}$, 而(14)式右端为约 2^{13} . 事实上, 由于 $\frac{2^n}{n(1 + \frac{K-1}{2^n})}$

是一单调上升函数, 因此当 $n=N, K=1$ 时, 信噪比为最大, $SNR_{max} = \sqrt{\frac{N}{p-1}} \cdot \sqrt{\frac{2^N}{N}}$, 即在模式不划分时联想性能最优. 从而证明了我们所提的 RAM 式联想存贮器具有比 *Hopfield* 模型高得多的信噪比. 倘若要使 $SNR \geq h SNR_{Hopfield}$ (其中 $h \geq 1$), 只需

$$\sqrt{\frac{2^n}{n(1 + \frac{K-1}{2^n})}} \geq h \tag{15}$$

$$\text{因为} \quad \frac{K-1}{2^n} \approx \frac{K}{2^n} \quad (16)$$

$$\text{所以由(15)式解得} \quad 4^n \geq h^2 N \quad (17)$$

故要使RAM-AM的SNR是Hopfield模型的 h 倍,只要取 n 为

$$n \approx \log_4(h^2 N) \quad (18)$$

$$\text{此时} \quad K = N/n = N/\log_4(h^2 N) \quad (19)$$

由此亦表明RAM-AM的联想性能较之Hopfield模型高得多.不仅如此,RAM式联想存储器还具有非线性映射能力.实验例子在下一节给出.

2 实验例子

例1: XOR问题

对于XOR问题, $N=2$,取 $n=2$,因为 N 较小,对模式不作划分.设XOR问题输入与输出对应如下:

$$X_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; X_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; X_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; X_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$Y_1 = (1); Y_2 = (1); Y_3 = (0); Y_4 = (0)$$

在存贮前, X_1, X_2, X_3, X_4 被变换成四维模式,得

$$C(X_1) = (1000)^t \quad C(X_3) = (0100)^t$$

$$C(X_2) = (0001)^t \quad C(X_4) = (0010)^t$$

从而

$$T_{\text{XOR}} = \sum_{i=1}^4 Y_i C(X_i)^t = (1001)$$

显然,XOR被存贮.同样对于高阶奇偶校验问题在输入模式不作划分的前提下将获得完全的联想.然而,随着 N 的增大,输入模式必须作出划分.这样一来,存储器的非线性映射能力就会下降,从而必须对模型作出改进,下面关于四位奇偶校验问题即为一例.

例2:设 $N=4, n=2$,共有16个输入模式,各输入模式划分成二个子模式,设置两个输出节点.输入模式被变换成8维模式,输入输出的对应关系如下:

$$\begin{array}{ll} C(X_1) = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^t & Y_1 = (1 \ 0)^t \\ C(X_2) = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^t & Y_2 = (0 \ 1)^t \\ C(X_3) = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^t & Y_3 = (0 \ 1)^t \\ C(X_4) = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^t & Y_4 = (1 \ 0)^t \\ C(X_5) = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^t & Y_5 = (0 \ 1)^t \\ C(X_6) = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^t & Y_6 = (1 \ 0)^t \\ C(X_7) = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^t & Y_7 = (1 \ 0)^t \\ C(X_8) = (0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^t & Y_8 = (0 \ 1)^t \\ C(X_9) = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^t & Y_9 = (0 \ 1)^t \\ C(X_{10}) = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)^t & Y_{10} = (1 \ 0)^t \\ C(X_{11}) = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^t & Y_{11} = (1 \ 0)^t \\ C(X_{12}) = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)^t & Y_{12} = (0 \ 1)^t \end{array}$$

$$\begin{aligned}
C(X_{13}) &= (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)' & Y_{13} &= (1 \ 0)' \\
C(X_{14}) &= (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)' & Y_{14} &= (0 \ 1)' \\
C(X_{15}) &= (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)' & Y_{15} &= (0 \ 1)' \\
C(X_{16}) &= (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)' & Y_{16} &= (1 \ 0)'
\end{aligned}$$

则由(3)式得

$$T = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

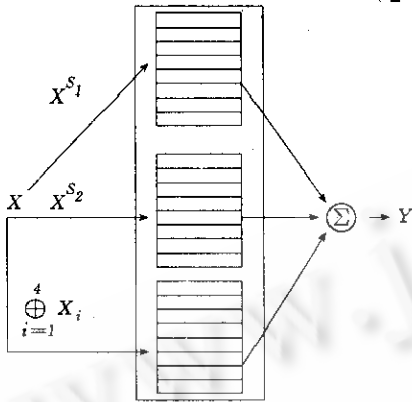


图3 带有非线性输入项的RAM联想器

导致联想失败. 从中可以看出, 联想性能依赖于划分, 而且还依赖于模式的分布特性, 这一点在公式(13)中已完全地体现出来了. 奇偶校验类模式分布是均匀的, 非线性程度较高. 因此要想在同样的划分情况下实现非线性映射, 则必须在结构中增加若干个非线性输入项. 对例2, 我们增加一个神经元节点, 其输入在变换前为 $\bigoplus_{i=1}^4 x_i$, 其中 \oplus 表模2加, x_i 为 x 的第 i 个分量, RAM 联想器如图3.

从而由(3)式得到

$$T = (2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2 \ 8 \ 0 \ 0 \ 0)$$

故而获得成功的联想.

如果我们用模式分类来解释的话, 例1与例2的判别函数分别是

$$d(x) = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1)$$

和
$$d(x) = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1)(2x_3 - 1)(2x_4 - 1)$$

由上表明, RAM 式联想器能实现非线性映射, 它更适应进行一般的联想存贮器的工作, 即从相似输入获得相似输出.

例3: 设有输入模式对

$$\begin{aligned}
X_1 &= (1 \ 1 \ 0 \ 0)' & Y_1 &= (1) \\
X_2 &= (0 \ 0 \ 1 \ 1)' & Y_2 &= (0)
\end{aligned}$$

取 $n=2$, 则

$$T = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)$$

当输入一个离 X_1 更近的 $X = (1 \ 1 \ 1 \ 0)'$ 时有

$$Y = TX = (0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)(0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)'$$

即 $Y = Y_1$. 因此, 当模式分布是非均匀的时候, 模式的划分对联想回忆的影响不大或说仍能获得完美的联想.

3 结束语

RAM 式联想存贮器结构上仅为二层(包括输入层), 具有较强的非线性映射能力, 其最终结果依赖于模式的分布特性及划分. 模型可通过引入非线性输入项获得更强的映射能力. 网络易于硬件实现, RAM 神经元数可达几十万个. 目前我们已实现了大约达 30 几个

RAM式神经元的硬件插板,已成功地应用于印刷体汉字识别,特别是实时的大维数的人脸识别.RAM-AM的研究具有较大的实用价值.

参考文献

- 1 杨国庆,陈松灿. 双层通用自适应模式识别系统. 南京航空学院学报. 1991, 23: 1-6.
- 2 Aleksander I, Thonas W V, Bowden P A. WISARD, a radical step forward in image recognition. *Sensor Review*, 1984, 4: 120-144.

RAM ASSOCIATIVE MEMORY WITH THE NONLINEAR MAPPING ABILITY

Chen Songcan

(*Department of Computer Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016*)

Abstract In this paper, a RAM associative memory (RAM-AM) with the nonlinear mapping ability is proposed. Every input pattern is divided into a number of sub-patterns which can address RAM to train the RAM-AM, its storage matrix is encoded through correlative matrix method. As a heteroassociative memory, the AM can successfully recall high-order nonlinear problems such as XOR and the parities problems. The analysis shows that its mapping ability depends on the partition for input patterns. Finally, this paper theoretically proves that the proposed AM has higher signal-to-noise ratio than those of Hopfield-like models and realizability under the existence of a large number of neurons. The experimental results confirm its feasibility.

Key words Associative memory, RAM, nonlinear mapping, neural networks, signal-to-noise ratio(SNR).