

# 基于双特征高斯混合模型和双约束空间变换的配准\*

魏梓泉<sup>1</sup>, 杨扬<sup>1,2</sup>, 张慷<sup>1,2</sup>, 杨昆<sup>1,2</sup>



<sup>1</sup>(云南师范大学 信息学院, 云南 昆明 650500)

<sup>2</sup>(西部资源环境地理信息技术教育部工程研究中心(云南师范大学), 云南 昆明 650500)

通讯作者: 杨扬, E-mail: yyang\_ynu@163.com; 杨昆, E-mail: kmdecynu@163.com

**摘要:** 非刚性点集配准是当前多个领域中的一重要研究问题. 现今流行的配准算法通常使用基于单一特征的对应关系评估与包含单一约束条件的空间变换更新, 而单特征与单约束限制了其配准效果与应用领域. 提出了一种基于双特征高斯混合模型和双约束空间变换的非刚性点集配准算法. 首先定义了双特征描述子, 并用全局特征和局部特征构建它; 随后, 基于此描述子将高斯混合模型改进为双特征高斯混合模型. 定义了局部结构约束项, 并与全局结构约束项分别维护点集在进行空间变换更新时的局部与全局结构稳定. 通过交替进行基于双特征高斯混合模型评估点集之间的对应关系和基于高斯径向基函数(Gaussian radial basis function)更新双约束空间变换, 使该算法准确地完成非刚性点集配准. 通过人造点集配准、CMU 序列图像配准、遥感图像配准、IMM 人脸数据配准和真实图像特征点配准对该算法进行了性能测试, 同时也与当前流行的 8 种算法进行了性能比较实验, 该算法展现出了卓越的非刚性配准性能, 并在大部分实验中超越了当前的相关算法.

**关键词:** 高斯混合模型; 非刚性点集配准; 混合特征; 对应关系评估; 空间变换更新

**中图法分类号:** TP391

中文引用格式: 魏梓泉, 杨扬, 张慷, 杨昆. 基于双特征高斯混合模型和双约束空间变换的配准. 软件学报, 2018, 29(11): 3575-3593. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5300.htm>

英文引用格式: Wei ZQ, Yang Y, Zhang S, Yang K. Registration based on dual-feature gaussian mixture model and dual-constraint spatial transformation. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2018, 29(11): 3575-3593 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5300.htm>

## Registration Based on Dual-Feature Gaussian Mixture Model and Dual-Constraint Spatial Transformation

WEI Zi-Quan<sup>1</sup>, YANG Yang<sup>1,2</sup>, ZHANG Su<sup>1,2</sup>, YANG Kun<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>(School of Information Science and Technology, Yunnan Normal University, Kunming 650500, China)

<sup>2</sup>(Engineering Research Center of GIS Technology in Western China (Yunnan Normal University), Kunming 650500, China)

**Abstract:** Non-Rigid point set registration is very important for many fields of study. Currently, the famous algorithms generally use correspondence estimation and transformation update based on single feature and single constraint. But performance and application area of the single feature and constraint based algorithms are limited. This paper presents a non-rigid point set registration method based on dual-feature Gaussian mixture model and dual-constraint transformation. Firstly, a dual-feature descriptor is defined and global feature and local feature are used to build the dual-feature descriptor. Then, Gaussian mixture model is improved to obtain a dual-feature

\* 基金项目: 国家自然科学基金(41661080); 云南师范大学博士科研启动基金(01000205020503065); 云南师范大学大学生科研训练基金(ky2016-114); 国家级大学生创新创业项目(201710681017)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (41661080); Doctoral Scientific Research Foundation of Yunnan Normal University (01000205020503065); College Students' Scientific Research Training Project of Yunnan Normal University (ky2016-114); National Undergraduate Training Program for Innovation and Entrepreneurship (201710681017)

收稿时间: 2017-01-20; 修改时间: 2017-03-26; 采用时间: 2017-04-24; jos 在线出版时间: 2018-04-16

CNKI 网络优先出版: 2018-04-16 10:59:56, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2560.TP.20180416.1059.008.html>

Gaussian mixture model by the dual-feature descriptor. Finally, a local structure constraint descriptor is defined and used together with global structure constraint descriptor to preserve the local and global structures of point set. A method is presented for running estimate correspondence that uses dual-feature Gaussian mixture model and updates dual-constraint transformation based on Gaussian radial basis function iteratively to match non-rigid point set accurately. Performance of the presented method is evaluated by synthetic point set registration, CMU sequence image registration, remote sensing registration, IMM face data registration and true image feature point registration. Comparing with other eight state-of-the-art methods, the new method shows the best alignments in most scenarios.

**Key words:** Gaussian mixture model; non-rigid point set registration; mixture feature; correspondence estimation; spatial transformation updating

非刚性点集配准(non-rigid point set registration)是将某一个点集(源点集)与其发生非刚性变形后的点集(目标点集)进行匹配的过程.该技术在立体匹配(stereo matching)<sup>[1,2]</sup>、基于内容图像检索(content-based image retrieval)<sup>[3]</sup>、图像配准(image registration)<sup>[4]</sup>、形状识别(shape recognition)、超分辨率问题(super-resolution)<sup>[5]</sup>等计算机视觉任务中是一项重要的研究问题,它同时还被广泛应用在医学图像处理<sup>[6]</sup>、模式识别<sup>[7]</sup>、计算机图形学、地理信息系统等领域.在已有的非刚性点集配准方法中,大体可以分为两个研究方向:(1) 基于迭代或非迭代的算法;(2) 基于学习或非学习的算法.由于本文算法主要涉及基于迭代的非刚性点集配准问题,所以我们将基于第 1 类研究方向对当前的非刚性点集配准算法进行介绍和讨论.

基于非迭代的非刚性点集配准算法通常使用某种高级结构特征(high level structural features)来对两个点集之间的对应关系进行仅有一次的相似性评估,然后直接确定两个点集之间的对应关系.在基于非迭代的配准模型中,直线(line)<sup>[8]</sup>、曲线(curve)<sup>[9]</sup>、表面结构(surface)<sup>[10]</sup>、Shape context<sup>[11,12]</sup>和图论(graphs)<sup>[13,14]</sup>等特征被用于两个点集之间相似性的评估.在非迭代算法中,Shape context 和 Graphs 是最受欢迎的两种特征描述法,前者的核心思想是通过最小化两个点集之间的分布差异来确定它们之间的对应关系<sup>[11,12]</sup>,后者则是通过最小化两个点集之间的拓扑结构差异来确定它们之间的对应关系<sup>[13,14]</sup>.最近,一部分研究人员<sup>[15-19]</sup>在传统的基于 Graphs 特征算法的基础上加入了学习要素,通过在配准前使用适当的学习样本进行学习,来优化算法中的参数设置,从而提高了算法的配准精度.但是这类算法使用的 Shape context 或 Graphs 特征在点集的相邻点较为接近的情况下会变得非常相似,以至于这类算法并不能达到较好的配准效果<sup>[20-22]</sup>.

基于迭代的非刚性配准算法通常由两个相互交替进行的过程组成:对应关系评估(correspondence estimation)和空间变换更新(transformation updating).与基于非迭代的算法相比,基于迭代的算法有如下优势:它们可以在迭代过程中逐步调整源点集的初始几何形状和空间位置,使得源点集的几何形状和空间位置变得与目标点集越来越接近,从而使得通过几何结构特征评估点集之间的对应关系变得更加容易.TPS-RPM<sup>[23]</sup>算法是基于迭代的算法中最著名的,它使用点集到点集的距离、Softassign<sup>[24,25]</sup>和退火算法<sup>[26]</sup>来对点集之间的对应关系进行评估和控制薄板样条函数(thin platespline,简称 TPS)的更新.Myronenko 等人<sup>[27]</sup>在 TPS-RPM 算法框架基础上提出了在空间变换更新中增加运动一致性约束条件(motion coherence constraint)来提高配准过程中空间变换的稳定性,点集之间的对应关系则是利用最大似然估计法(maximum likelihood estimation)来进行评估.然后,Myronenko 等人<sup>[28]</sup>在之前的文献<sup>[27]</sup>的基础上发表了著名的 CPD 算法(coherent points drift,简称 CPD),他们改良了空间变换模型,使之既可以适用于刚性和非刚性的点集配准问题,并可以在牺牲些许配准精度的前提下,通过使用快速高斯变换(fast Gaussian transform)<sup>[29]</sup>和矩阵低秩逼近(low-rank matrix approximation)<sup>[30]</sup>技术减少计算量来提升算法的配准速度.在这之后,Jian 等人<sup>[21]</sup>提出了一种基于高斯混合模型(Gaussian mixture model)的非刚性点集配准算法(被命名为 GMMREG 算法).该算法不直接在几何空间中配准两个点集,而是通过将两个点集转变成两个高斯混合模型来进行对应关系的评估,并基于最小化两个高斯混合模型的  $L_2$  距离进行空间变换的更新.最近,国内的 Ma 等人<sup>[31]</sup>提出了一种基于 Shape context 特征的对应关系评估并采用  $L_2$  最小化评估( $L_2$ -minimizing estimate)<sup>[32]</sup>进行空间变换更新,Wang 等人<sup>[33]</sup>通过使用不对称高斯模型捕捉空间点集的不对称分布,并用其作为特征描述进行点集的非刚性配准.

TPS-RPM、CPD、GMMREG、Ma 等人人和 Wang 等人分别使用 TPS、运动一致性理论和  $L_2$  距离最小化约

束条件进行空间变换的更新,分别使用欧式距离、高斯混合模型、Shape context 和不对称高斯模型来进行对应关系的评估。然而,基于单一的全局特征的对应关系评估,使这些算法无法清晰地描述出点集中的局部特征,这使得它们评估出的对应关系在全局特征较为相似的情况下不够可靠。

在本文中,我们提出了一种基于双特征高斯混合模型和双约束空间变换的非刚性点集配准算法。这种算法通过分析双特征高斯混合模型的分布情况来评估两个点集之间的对应关系,并基于高斯径向基函数对源点集进行全局与局部结构双约束的空间变换更新。与当前典型的其他基于迭代的算法相比,本文算法主要包含了 3 个创新之处。

- (1) 我们定义了一个双特征描述子,并以此改进高斯混合模型。通过对高斯混合模型的改进,使其可以基于两个特征进行对应关系的评估,并使用确定性退火技术,合理地调节两个特征之间的比重。
- (2) 我们定义了一个局部特征描述子,该描述子利用局部相邻点的和向量,能够敏感地描述局部特征结构。
- (3) 我们定义了一个局部结构约束项,此约束项通过最大化空间变换前后的局部结构相似性,维护点集的局部结构在空间变换更新过程中的稳定性。

本文第 1 节将对基于双特征高斯混合模型和双约束空间变换的非刚性点集配准算法进行详细的介绍并阐述其核心思想。第 2 节对本文算法的相关算法进行讨论。第 3 节将呈现本文算法在 6 种不同配准模式下的性能表现,并与 8 种当前典型的算法进行比较实验。第 4 节对本文进行总结,并提出我们对本文算法的改进设想。

## 1 方 法

在本部分中,我们首先介绍了基于高斯混合模型进行非刚性点集配准的算法,然后提出本文算法对上述算法的改进方案,以此突显本文算法的创新之处,并在最后详细介绍了本文算法进行非刚性点集配准的完整过程及其可行性的验证。假设  $A=(a_1, a_2, \dots, a_X)^T$  和  $B=(b_1, b_2, \dots, b_Y)^T$  是两组需要进行非刚性配准的点集,其中  $A$  是源点集,  $B$  是目标点集。

### 1.1 基于高斯混合模型的非刚性点集配准

高斯混合模型在非刚性点集配准中的核心思想是:将源点集内的每个点都当作一个高斯模型的中心,把整个源点集构造为一个高斯混合模型,并通过调整高斯混合模型的参数,使目标点集在高斯混合模型中的概率密度最小。如此反复迭代,直到达到最大迭代次数或源点集与目标点集足够接近。具体的配准过程可分为两部分。

#### a) 构建高斯混合模型并评估两个点集之间的对应关系

通过把源点集的每一个点都当作一个高斯模型(Gaussian model,简称 GM)的中心,使整个源点集被构造为一个高斯混合模型(Gaussian mixture model,简称 GMM)。在本文中,我们用点集  $A$  来构造高斯混合模型。于是,点集  $B$  在高斯混合模型中的概率密度函数(probability density function,简称 PDF):

$$PDF(B|G) = \prod_{j=1}^Y PDF(b_j|G) = \prod_{j=1}^Y \sum_{i=1}^{X+1} P(x) PDF(b_j|\varrho_i) = \prod_{j=1}^Y \left( (1-\omega) \sum_{i=1}^X P(x) PDF(b_j|\varrho_i) + \omega \frac{1}{Y} \right) \quad (1)$$

这里,我们使用了  $X+1$  个高斯模型。其中的前  $X$  个高斯模型中,每一个高斯模型  $\varrho_i$  均代表了点集  $A$  中的一个点  $a_i$ 。第  $X+1$  个高斯模型被用于消除冗余点的影响,并用  $\omega$  来约束这个高斯模型,且满足  $0 < \omega < 1$ 。点  $b_j$  在高斯模型  $\varrho_i$  中的概率密度函数:

$$PDF(b_j|\varrho_i) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{D/2}} \exp\left(-\frac{\|b_j - C(\varrho_i, \theta_i)\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

其中,  $C(\varrho_i, \theta_i)$  是第  $x$  个高斯模型的参数取值为  $\theta_i$  时的中心坐标,即进行了空间变换更新之后的点  $a_i$  坐标;  $D$  是进行配准的点集的维度。然后,就可以基于贝叶斯法则产生高斯模型的后验概率,其中,高斯模型的参数的取值等于前一次迭代的参数:

$$\mathcal{P}^{old}(\varrho_i | b_j) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|b_j - \mathcal{C}(\varrho_i, \theta_i)\|^2\right)}{\sum_{n=1}^X \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|b_j - \mathcal{C}(\varrho_n, \theta_n)\|^2\right) + \frac{\omega}{1-\omega} (2\pi\sigma^2)^{D/2} \frac{X}{Y}} \quad (3)$$

由此得到的一个  $X \times Y$  矩阵  $\mathcal{P}_o$  就是源点集  $A$  与目标点集  $B$  之间的一组模糊对应关系。

#### b) 空间变换更新

步骤 a) 确定了两个点集之间的对应关系矩阵, 在这一步开始对源点集  $A$  进行空间变换更新. 由于源点集被构造为了一个高斯混合模型, 因此只要基于对应关系矩阵找到高斯混合模型的一组最优参数, 就可以完成对  $A$  的空间变换更新. 由此可以看出, 非刚性点集配准的空间变换更新被转变为了一个参数的优化过程. 我们通过最小化公式(1)的负对数似然函数(negative log-likelihood function)来寻找高斯混合模型最优的参数  $\Theta$  和  $\sigma^2$ . 公式(1)的负对数似然函数如下:

$$E = -\log \prod_{j=1}^Y \sum_{i=1}^{X+1} P(x) \mathcal{PDF}(b_j | \varrho_i) = -\sum_{j=1}^Y \log \sum_{i=1}^{X+1} P(x) \mathcal{PDF}(b_j | \varrho_i) \quad (4)$$

我们采用期望最大化算法(expectation maximization, 简称 EM)来解决这个优化问题, EM 算法分为求解期望的  $E$  步骤和最大化期望的  $M$  步骤.

- 通过  $E$  步骤, 可以得到如下能量方程:

$$Q(\Theta, \sigma^2) = \sum_{j=1}^Y \sum_{i=1}^X \mathcal{P}^{old}(\varrho_i | b_j) \frac{\|b_j - \mathcal{C}(\varrho_i, \theta_i)\|^2}{2\sigma^2} + \frac{N_p D}{2} \log \sigma^2 \quad (5)$$

其中,  $N_p = \sum_{j=1}^Y \sum_{i=1}^X \mathcal{P}^{old}(\varrho_i | b_j)$ .

- 然后进行 EM 算法的  $M$  步骤, 即通过对能量方程式(5)求偏导数来计算最优参数  $\Theta$  和  $\sigma^2$ .

为了方便对能量方程求导, 我们将其重新写为矩阵形式. 在这之前, 我们首先基于高斯径向基函数(Gaussian radial basis function, 简称 GRBF)对源点集  $A$  的空间变换做了如下定义:

$$\mathcal{C}(\mathcal{G}, \Theta) = A + G\mathcal{W} \quad (6)$$

其中,  $G$  是由 GRBF:  $g_{ij} = \exp(2\xi^{(-2)} \|a_i - a_j\|^2)$  计算得到的  $X \times X$  内核矩阵,  $\mathcal{W}$  是高斯内核的  $X \times D$  权重矩阵. 因此, 我们将要进行优化的参数由  $\Theta$  和  $\sigma^2$  变为了  $\mathcal{W}$  和  $\sigma^2$ . 通过公式(6)将公式(5)改写为

$$Q(\mathcal{W}, \sigma^2) = \sum_{j=1}^Y \sum_{i=1}^X \mathcal{P}^{old}(\varrho_i | b_j) \frac{\|b_j - (a_i + g_{i \cdot} \mathcal{W})\|^2}{2\sigma^2} + \frac{N_p D}{2} \log \sigma^2 \quad (7)$$

然后, 将能量方程式(7)写为矩阵形式:

$$Q = \frac{1}{2\sigma^2} (\text{Trace}(\mathcal{B}^T \mathcal{P}_B \mathcal{B}) - 2\text{Trace}(\mathcal{A}^T \mathcal{P}_o \mathcal{B}) - 2\text{Trace}(\mathcal{W}^T G \mathcal{P}_o \mathcal{B}) + \text{Trace}(\mathcal{A}^T \mathcal{P}_A \mathcal{A}) + 2\text{Trace}(\mathcal{W}^T G \mathcal{P}_A \mathcal{A}) + \text{Trace}(\mathcal{W}^T G \mathcal{P}_A G \mathcal{W})) + \frac{N_p D}{2} \log \sigma^2 \quad (8)$$

其中,  $\text{Trace}(\cdot)$  是某个矩阵的迹,  $\mathcal{P}_A (X \times X)$  是由列向量  $\mathcal{P}_o \mathbf{1}$  所形成的对角矩阵,  $\mathcal{P}_B (Y \times Y)$  是由列向量  $\mathcal{P}_o^T \mathbf{1}$  所形成的对角矩阵,  $\mathbf{1}$  代表的是一个元素全是 1 的列向量.

最后, 下述这组偏导数方程组的解就是进行空间变换更新所需要的最优参数:

$$\frac{\partial Q}{\partial \mathcal{W}} = \frac{1}{\sigma^2} G \mathcal{P}_A \mathcal{A} - \frac{1}{\sigma^2} G \mathcal{P}_o \mathcal{B} + \frac{1}{\sigma^2} G \mathcal{P}_A G \mathcal{W} = 0 \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial \sigma^2} = -\frac{1}{\sigma^4} (\text{Trace}(\mathcal{B}^T \mathcal{P}_B \mathcal{B}) - 2\text{Trace}(\mathcal{A}^T \mathcal{P}_o \mathcal{B}) - 2\text{Trace}(\mathcal{W}^T G \mathcal{P}_o \mathcal{B}) + \text{Trace}(\mathcal{A}^T \mathcal{P}_A \mathcal{A}) + \\ 2\text{Trace}(\mathcal{W}^T G \mathcal{P}_A \mathcal{A}) + \text{Trace}(\mathcal{W}^T G \mathcal{P}_A G \mathcal{W})) + \frac{N_p D}{2\sigma^2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

至此就完成了基于高斯混合模型的非刚性点集配准过程中的一次迭代过程, 只要反复迭代进行 a) 步骤和

b)步骤,直到达到最大迭代次数或公式(5)收敛,就完成了对两个点集的非刚性配准.

本文算法在此非刚性配准算法的两个步骤均做出了改进.

- a) 定义了一种双特征描述子和局部特征描述子来改进评估对应关系时仅使用了单一的全局特征,并在后文对改进方法进行了详细介绍;
- b) 在能量方程式(5)上添加了一个全局结构约束项和一个局部结构约束项,并在后文对局部结构约束项做了详细介绍.

## 1.2 对应关系评估的改进

在这一节,我们使用双特征描述子代替原始高斯混合模型上的单一特征描述,使其同时包含两种特征,并通过确定性退火技术来平衡这两种特征之间的关系,以改进对应关系评估方法.我们分为两节对改进方法进行了详细介绍.

### 1.2.1 双特征高斯混合模型

我们首先定义了双特征描述子,具体如下:

$$F(\cdot) = \mathcal{F}(\cdot)_1 + \alpha \mathcal{F}(\cdot)_2 \quad (11)$$

其中,  $\mathcal{F}_1$  为第 1 种特征的描述子;  $\mathcal{F}_2$  为第 2 种特征的描述子;  $\mathcal{F}_2$  的权重参数  $\alpha$  被用来平衡两个特征之间的关系,定义如下:

$$\alpha = \exp\left(-\frac{t}{c_1}\right), c_1 \in \mathbb{R} \quad (12)$$

其中,  $t$  是当前迭代次数.由此可以看出,随着迭代次数的增加,  $\alpha$  会逐渐地趋于 0.即随着配准的进行,第 2 种特征在双特征描述子中产生的影响会逐渐减小.常数  $c_1$  被用来控制减小的速度.在本文中,我们使用全局特征作为第 1 种特征,局部特征作为第 2 种特征.在配准前期,目标点集由于产生较大级别非刚性形变,影响了全局特征描述的稳定性,本文算法通过混合使用全局特征与稳定性较强的局部特征以解决此问题;随着配准的进行,源点集与目标点集的空间位置逐渐变得相似,全局特征描述的稳定性逐渐恢复.本文通过确定性退火技术逐渐降低混合特征中局部特征的权重,使全局特征在配准后期占主要地位.

为了使高斯混合模型可以包含两种特征,我们使用双特征描述子把普通高斯模型的概率密度函数改写为如下形式:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}D\mathcal{F}_\theta &= \omega \exp\left\{\frac{[(\mathcal{F}(B)_1 + \alpha \mathcal{F}(B)_2) - (\mathcal{F}(A)_1 + \alpha \mathcal{F}(A)_2)]^2}{2\sigma^2}\right\} \\ &= \omega \exp\left\{\frac{[(\mathcal{F}(B)_1 - \mathcal{F}(A)_1) + \alpha(\mathcal{F}(B)_2 - \mathcal{F}(A)_2)]^2}{2\sigma^2}\right\} \\ &= \omega \exp\left\{\frac{(\Psi_1 + \alpha \Psi_2)^2}{2\sigma^2}\right\} \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\Psi_1$  表示两个点集在第 1 种特征上的  $X \times Y$  差异矩阵,  $\Psi_2$  表示两点集在第 2 种特征上的  $X \times Y$  差异矩阵.

通过公式(13),把公式(3)改写为如下形式:

$$\mathcal{P}^{old}(\theta_i | b_j) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\psi_{1ij} + \alpha \psi_{2ij})^2\right)}{\sum_{n=1}^X \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\psi_{1nj} + \alpha \psi_{2nj})^2\right) + \frac{\omega}{1-\omega} (2\pi\sigma^2)^{D/2} \frac{X}{Y}} \quad (14)$$

至此,高斯混合模型经过双特征描述子的改进,基于两种特征加强了它对点集特征的描述.我们为经过改进的新型高斯混合模型命名为双特征高斯混合模型(dual-feature Gaussian mixture model).

本文中,全局特征描述采用了原始高斯混合模型的全局特征(global feature),即点的空间坐标.为了在评估对应关系时能正确评判两个点集之间全局特征的相似性,使两个模型的空间结构最大程度地重叠,并加强与局部特征的混合效果,我们将两个点的欧氏距离作为全局特征差异.令  $\Psi_1 = \Psi_G$ ,则矩阵中每一个元素的定义如下.

$$\psi_{1ij} = \psi_{Gij} = \|b_j - C(\varrho_i, \theta_i)\| \quad (15)$$

为了使点集的局部特征(local feature)作为第 2 种特征,我们定义了一个局部特征描述子,令  $\Psi_2 = \Psi_L$ ,并在下一小节进行了详细介绍.

### 1.2.2 局部特征描述子

在本小节中,我们基于向量对局部特征描述子进行了定义.假设有一个包含了  $V$  个点的点集  $P$ ,点  $q_{ik}$  是点  $p_i$  的第  $k$  近的相邻点,则点集  $P$  的第  $i$  个点的局部特征描述如下:

$$f(P)_i = \sum_{k=1}^K \mu_{ik} v_{ik} \quad (16)$$

其中, $K$  是相邻点的数量, $v_{ik}$  是点  $p_i$  到点  $q_{ik}$  之间的向量, $\mu_{ik}$  是控制对应向量对局部特征描述贡献程度的权重参数.由于向量特征既包含了欧式距离还包含了角度的信息,因此,描述子采用和向量对  $p_i$  的局部特征进行描述.

由公式(16)的定义可以看出,此描述子对局部特征的描述主要受到两个因素的影响:1) 相邻点个数  $K$  的取值;2) 权重参数  $\mu_{ik}$  的取值.

- 首先,由于点  $p_i$  的局部特征描述主要受到它周围点的影响,故  $K$  的取值应当顾及周围大部分会产生影响的相邻点.例如在二维的情况下,最少在 4 个方向(上、下、左、右)的点可能存在较大的影响,故进行二维的非刚性点集配准时, $K$  应取一个大于 4 的值.由于本文算法可以应用在大于等于二维的任何维度,因此  $K$  的取值应根据进行配准时所在的维度来确定.在本文实验中, $K$  在二维情况下取值为 5,三维情况下取值为 7.
- 其次,考虑到在某种情况下,向量  $v_{ik}$  的长度可能会由于过长而对局部特征描述子造成超出预期的影响,故我们用欧几里得范数对  $\mu_{ik}$  进行了定义,使  $v_{ik}$  对局部特征描述子的影响满足长度越短影响越大,具体定义如下:

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\|p_i - q_{ik}\|^2}{2}\right) \quad (17)$$

至此,完成了对局部特征描述子的定义.其核心思想是:某个点的局部特征可以由该点到一组指定数量的相邻点之间的向量之和来表示,且这些向量均会受到他们本身长度的影响.

因此,第 2 种特征差异矩阵  $\Psi_L$  的每个元素可以基于公式(16)写成如下形式:

$$\psi_{Lij} = \|f(B)_j - f(C(\mathcal{G}, \Theta))_i\|^2 \quad (18)$$

于是,将全局特征当作第 1 种特征,局部特征当作第 2 种特征,公式(14)即可写为

$$\mathcal{P}^{old}(\varrho_i | b_j) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\psi_{Gij} + \alpha\psi_{Lij})^2\right)}{\sum_{n=1}^X \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\psi_{Gnj} + \alpha\psi_{Lnj})^2\right) + \frac{\omega}{1-\omega}(2\pi\sigma^2)^{D/2} \frac{X}{Y}} \quad (19)$$

至此就完成了对对应关系评估的全部改进.根据改进之后的公式(19),可以得到新的模糊对应关系矩阵  $\mathcal{P}_\omega$ .

## 1.3 空间变换更新的改进方法

在这一节,为了使本文算法可以在进行空间变换更新时维护点集的全局结构和局部结构稳定,我们通过添加全局结构约束项和局部结构约束项重新设计了用于空间变换更新的能量方程式(7),并对局部结构约束项的定义进行了具体描述.我们分为两小节详细介绍了本文算法在空间变换更新上的改进.

### 1.3.1 全局结构约束项

为了使本文算法在进行空间变换更新时可以维护点集的全局结构稳定,我们在能量方程上加入了一个全局结构约束项——非刚性变换的正则化运算符  $\gamma(C(\mathcal{G}, \Theta))$ .为了方便对空间变换更新过程的改进,我们给出了此约束项的具体矩阵形式:

$$R = \gamma(C(\mathcal{G}, \Theta)) = \frac{\lambda}{2} \text{Trace}(W^T G W) \quad (20)$$

其中,常数 $\lambda$ 是控制全局结构约束项约束强度的权重参数.

由此,可以将公式(7)改进为如下形式:

$$Q_G(W, \sigma^2) = Q(W, \sigma^2) + \frac{\lambda}{2} \text{Trace}(W^T G W) \quad (21)$$

然后,进行参数计算的方程组(9)和公式(10)被重新写为如下形式:

$$\frac{\partial Q_G}{\partial W} = \frac{\partial Q}{\partial W} + \frac{\partial}{\partial W} \left[ \frac{\lambda}{2} \text{Trace}(W^T G W) \right] = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial Q_G}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial Q}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial}{\partial \sigma^2} \left[ \frac{\lambda}{2} \text{Trace}(W^T G W) \right] = 0 \quad (23)$$

### 1.3.2 局部结构约束项

为了使本文算法在进行空间变换更新时可以维护点集的局部结构稳定,我们首先基于第 1.2.2 节的局部特征描述子公式(16),对局部结构约束项进行了定义:

$$L = \eta \sum_{i=1}^X \| f(A)_{Li} - f(A+GW)_{Li} \|^2 \quad (24)$$

其中, $\eta$ 是控制局部结构约束项约束强度的权重参数.此约束项的核心思想是:通过判断点集  $A$  在空间变换前后的局部相似性,来约束点集  $A$  在进行空间变换时的局部形变.

由于在此约束项中,权重参数 $\eta$ 的取值对约束强度占主要影响,而在不同情况下和不同配准进度下,本文算法对局部结构约束强度的需求是不同的,因此, $\eta$ 的取值策略对本文算法在非刚性点集配准上的性能同样会产生一定影响.为了使本文算法的性能最大化,我们针对大部分情况对局部结构约束项的约束强度在不同的配准进度下的需求进行了如下设计:在配准一开始,按照预先设定的 $\eta$ 的最大值对源点集的空间变换进行局部结构约束;随着配准的进行,逐渐减弱局部结构约束项的约束强度.因此,采用确定性退火技术对 $\eta$ 进行了定义:

$$\eta = m \exp\left(-\frac{t-1}{c_2}\right), c_2 \in \mathbb{R} \quad (25)$$

其中, $m$ 是预先设定的 $\eta$ 的最大值, $t$ 是当前迭代次数,常数 $c_2$ 被用来控制约束强度变化的速度.

将局部结构约束项加在已经可以控制全局结构稳定的能量方程式(21)上,使本文算法在进行空间变换更新时,可以同时维护全局和局部结构稳定.在这之前,为方便改进的过程,我们给出了局部结构约束项的矩阵形式:

$$L = \eta \text{Trace}(\mathcal{D}^T \mathcal{D}) \quad (26)$$

其中,

$$\mathcal{D} = UA - U(A+GW) = -UGW \quad (27)$$

这里, $U = H(A) - KI$ ,  $I$  是一个单位矩阵, $K$  是相邻点的数量.假设有一个包含了  $V$  个点的点集  $P$ ,且点  $q_{ik}$  是点  $p_i$  第  $k$  近的相邻点,则我们将  $H(P)$  定义为一个  $V \times V$  的矩阵,矩阵内的元素定义如下:

$$h_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\|p_j - p_i\|^2}{2}\right), & p_j \in \{q_{ik}\}_{k=1}^K \\ 0, & p_j \notin \{q_{ik}\}_{k=1}^K \end{cases} \quad (28)$$

其中, $K$  是相邻点的数量.可以看出,这里的  $H(P)$  表示的是由点  $p_i$  的  $K$  个最近相邻点的权值所组成的稀疏矩阵.为了使矩阵  $W$  的取值满足点  $a_i + g_i$ ,  $W$  的  $K$  个最近相邻点与  $a_i$  的  $K$  个最近相邻点相同,在公式(27)中我们使用点集  $A$  的稀疏矩阵来计算点集  $A+GW$  的局部特征.

由此,可以将能量方程式(21)改写为

$$Q_{GL}(W, \sigma^2) = Q_G(W, \sigma^2) + \eta \text{Trace}(\mathcal{D}^T \mathcal{D}) \quad (29)$$

然后,进行参数计算的方程组(22)和公式(23)被重新写为

$$\frac{\partial Q_{GL}}{\partial W} = \frac{\partial Q_G}{\partial W} + \frac{\partial}{\partial W} [\eta \text{Trace}(\mathcal{D}^T \mathcal{D})] = \frac{\partial Q}{\partial W} + \frac{\partial R}{\partial W} + \frac{\partial L}{\partial W} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial Q_{GL}}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial Q_G}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial}{\partial \sigma^2} [\eta \text{Trace}(\mathcal{D}^T \mathcal{D})] = \frac{\partial Q}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial R}{\partial \sigma^2} + \frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = 0 \quad (31)$$

#### 1.4 基于双特征高斯混合模型和双约束空间变换的非刚性点集配准

结合第 1.2 节给出的经过改进的对应关系评估方法和第 1.3 节给出的经过改进的空间变换更新,在本节,我们给出了本文算法进行非刚性点集配准的完整过程,并在本节最后给出了本文算法的伪代码.

使用本文算法进行非刚性点集配准的过程可以具体分为反复迭代进行的两部分.

- 用公式(1)在源点集上构建高斯混合模型,并基于双特征描述子,用公式(19)计算出源点集和目标点集之间的模糊对应关系矩阵.
- 通过方程组(30)和公式(31)计算出本文算法对源点集进行空间变换时所需要的参数  $W$  和下一次迭代所需要的参数  $\sigma^2$ ,然后用公式(6)对源点集进行空间变换更新.

由于在介绍本文算法的双约束空间变换更新时并未验证它的可行性,因此我们在本节给出了方程组(30)和公式(31)的解,以说明本文算法在进行双约束空间变换更新时,用于计算最优参数的能量方程式(2)是可行的.

由于

$$\frac{\partial R}{\partial W} = \lambda G W, \frac{\partial L}{\partial W} = 2\eta G^T U^T U G W, \frac{\partial R}{\partial \sigma^2} = 0, \frac{\partial L}{\partial \sigma^2} = 0 \quad (32)$$

因此,与公式(9)和公式(10)相结合,可以得出方程组(30)和公式(31)的解:

$$W = (G P_A G + \sigma^2 \lambda G + 2\sigma^2 \eta G^T U^T U G)^{-1} (G P_o B - G P_A A) \quad (33)$$

$$\sigma^2 = \frac{2}{N_p D} \left( \text{Trace}(B^T P_B B) - 2\text{Trace}(A P_o B) - 2\text{Trace}(W^T G P_o B) + \text{Trace}(A^T P_A A) + 2\text{Trace}(W^T G P_A A) + \text{Trace}(W^T G P_A G W) \right) \quad (34)$$

算法 1 给出了本文算法的伪代码.

**算法 1.** 基于双特征高斯混合模型和双约束空间变换的非刚性点集配准算法.

输入:两个点集  $A$  和  $B$ .

参数设置.初始化  $K, m, \omega, c_1, c_2$  和  $\lambda$ .

开始.迭代优化双特征高斯混合模型计划.

步骤 1. 使用公式(19)评估点集  $A$  与点集  $B$  之间的模糊对应关系矩阵.

步骤 2. 使用公式(33)和公式(34)更新参数  $W$  和  $\sigma^2$ .

步骤 3. 使用公式(6)对点集  $A$  进行空间变换更新得到新的点集  $A$ .

结束.直到达到最大迭代次数或公式(29)收敛.

输出.配准后的点集  $A$ .

## 2 相关研究

当前,基于迭代的算法中,与本文算法较为相似的主要有 7 种:TPS-RPM<sup>[23]</sup>、CPD<sup>[28]</sup>、GMMREG<sup>[21]</sup>、Ma-L2E<sup>[31]</sup>、Wang 等人<sup>[33]</sup>、Yang 等人<sup>[22]</sup>和 Ma 等人的 PRGLS<sup>[34]</sup>,我们给出了其中相似度最高的 Yang 等人和 PRGLS 与本文算法的不同之处.

- (1) Yang 等人使用全局和局部混合距离(global and local mixture distance,简称 GLMD)特征对两个点集进行对应关系的评估,并通过控制 TPS 函数的更新对源点集进行空间变换更新.本文算法使用双特征高斯混合模型对两个点集进行对应关系的评估,并基于 GRBF 进行维护了源点集的全局和局部结构稳定的空间变换更新.虽然 Yang 等人和本文算法都是基于混合全局与局部双特征对两点集之间的对应关系进行评估,但本文算法对源点集的空间变换更新是在有双约束的前提下进行的,而 Yang 等人对源点集的空间变换更新是在只维护了全局结构稳定的前提下进行的.
- (2) PRGLS 是基于全局特征对两点集之间的对应关系进行评估,并在维护了源点集的全局和局部结构稳



定的前提下进行空间变换更新.虽然 PRGLS 和本文算法在进行空间变换更新时均维护了点集的全局和局部结构,但本文算法在进行两点集之间的对应关系评估时,同时使用了全局与局部特征,而 PRGLS 仅使用了单一的全局特征.

由此可以看出本文算法与这两种相关算法之间的不同.为了测试本文算法的性能,我们在本文的实验部分分别与这些相似算法进行了比较实验.

### 3 实验

我们用 Matlab 2016a 实现了本文算法,并通过下述 6 种配准模式的实验测试了本文算法的各项性能.

- 1) 二维轮廓配准(2D synthetic point set);
- 2) 三维轮廓配准(3D synthetic point set);
- 3) 序列图像(CMU hotel sequence);
- 4) 遥感图像配准(remote sensing registration);
- 5) IMM 人脸数据配准(IMM face database);
- 6) 真实图像特征点配准(Pascal 2007 Challenge datasets).

与下列当前较为流行的 8 种相关算法进行了性能比较实验:(1) TPS-RPM<sup>[23]</sup>,CPD<sup>[28]</sup>,GMMREG<sup>[21]</sup>,MaL2E<sup>[31]</sup>,PRGLS<sup>[34]</sup>与 Wang 等人<sup>[33]</sup>这 5 种基于迭代的算法;(2) Caetano 等人<sup>[15]</sup>与 Leordeanu 等人<sup>[18]</sup>这两种基于 Graph 的学习算法;(3) Zhou 等人<sup>[14]</sup>这一种基于 Graph 的非学习算法.

#### 3.1 实验设计

Fish 1、Fish 2、Chinese character 和 3D face 是非刚性点集配准算法在轮廓点集配准测试中普遍使用的几个经典点集,它们分别来自 TPS-RPM<sup>[23]</sup>和 CPD<sup>[28]</sup>.本文实验首先使用这 4 个点集作为源点集,并使用下面列出的人工合成方法来创建发生了非刚性形变的目标点集(由于本研究主要解决包含高级别形变、噪音、旋转的非刚性点集配准问题,本文算法并非通用普适,因此我们未进行经过冗余点处理(outlier)与局部结构残缺(occlusion)的配准模式实验).

- (1) 形变级别(deformation degree):我们设置了 8 个控制点(三维的情况下是 6 个控制点)均匀分布在每组轮廓点集边缘(二维:上、下、左、右、左上、右上、左下、右下;三维:上、下、左、右、前、后).每个控制点拥有上、下、左、右 4 个方向的自由移动以及 0.2 的移动步长.8 个(或 6 个)控制点的移动顺序以及方向被随机设定.TPS 空间变换被用于使用这 8 个(或 6 个)控制点使前述源点集发生形变创建新目标点集.本实验将移动控制点的数量定义为形变级别(二维和三维情况下的最大形变级别分别为 8 和 6).
- (2) 噪音比(noise level):我们通过利用均值为 0 且标准偏差以 0.01~0.05 间隔为 0.01 的高斯白噪声(Gaussian whitenoise)创建了 5 个噪音级别的目标点集.
- (3) 旋转角度(rotation degree):我们以 15°为间隔,以 -30°~30°对源点集进行人工旋转,共设置了 5 个级别的旋转角度(在三维的情况下,沿 Z 轴旋转).

其中,方法(2)、方法(3)在人工产生噪音、旋转之前均会随机发生中等级别的形变(二维情况下为 4 级,三维情况下为 3 级).并且上述的每一种人工合成方法,在每一个级别都进行了 100 次的随机实验.

我们采用均方根误差(root mean square error,简称 RMSE)来测量轮廓配准结果的平均误差.

在开始性能测试实验与比较实验之前,我们首先采用了二维轮廓点集 Fish 1 与复杂真实三维点集进行了本文算法的性能展示.此部分同时展示了本文算法基于双特征的配准较单特征的优势与本文算法的复杂真实三维点集非刚性配准能力.

#### 3.2 性能展示

在本文中,我们对与局部特征无关的参数设置如下: $K=5$ (三维时  $K=7$ ), $\omega=0.2$ , $\lambda=8$ .对于其余参数,我们进行了

$A$  与  $B$  两种设置—— $A:m=0,\alpha=0;B:m=2,c_1=10,c_2=10$ .可以看出,在  $A$  设置下,本文算法仅使用了单一的全局特征与全局结构约束;在  $B$  设置下,本文算法使用了双特征与双约束.

在性能展示的第 1 部分,我们采用了二维轮廓点集 Fish 1,并在两种不同移动步长下对目标点集进行了 100 次随机人工非刚性形变处理,本文算法分别在单特征单约束参数设置与双特征双约束参数设置下进行了配准实验.测试统计数据(平均误差与标准偏差)展示在图 1(误差线表示了 100 次随机测试中平均误差的标准偏差值).本文算法在两种参数设置下均给出了正确的配准结果,双特征双约束参数设置展现出了最优的配准性能.在之后的性能展示实验、性能测试实验与比较实验中,我们均采取双特征双约束参数设置.

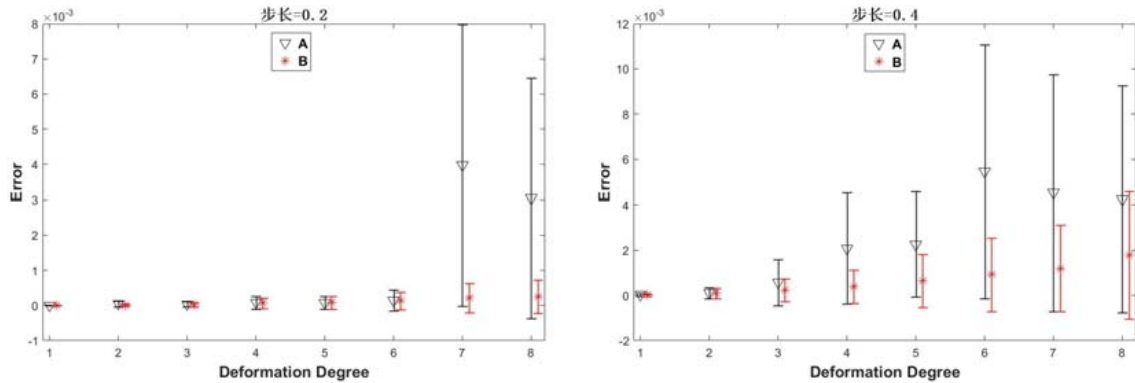


Fig.1 Performance of our algorithm on 2D contour point set Fish 1 registration in two parameter settings and two step lengths

图 1 二维轮廓点集 Fish 1 配准在两种参数设置与两种移动步长的非刚性形变下本文算法的性能展示

在性能展示的第 2 部分,我们采用了动物狼在两种姿势下共包含 3 400 个点的表面点集(数据获取自 <http://www.vovakim.com/>),展示了本文算法在复杂三维点集非刚性配准中的配准性能.图 2 展示了配准结果.其中点是源点集,圈是目标点集.本文算法给出了正确的配准结果.

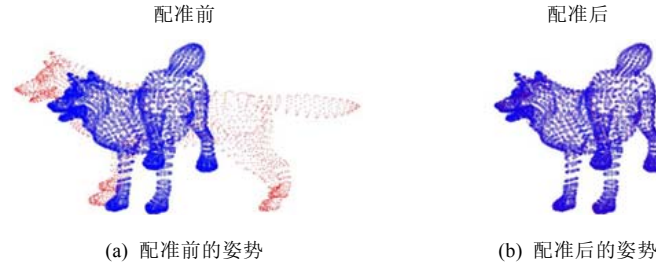


Fig.2 Result of non-rigid registration on wolf's two poses

图 2 动物狼的两种姿势的非刚性配准结果

### 3.3 二维轮廓配准的实验结果

在本文实验的二维轮廓配准测试部分,我们将本文算法与 TPS-RPM,CPD 和 PRGLS 这 3 种相关算法进行了比较实验,并分别给出了本文算法在形变级别为 7、噪音比为 0.04、旋转角度为  $30^\circ$  时的配准实例.

#### 3.3.1 Fish 1

我们将本文算法与相关算法在点集 Fish 1 的配准实验中的性能测试统计数据展示在了图 3 的第 1 行(误差线表示了 100 次随机测试中平均误差的标准偏差值.第 1 行~第 3 行分别是 Fish 1,Fish 2 和 Chinese character 的实验结果).这 4 种算法在所有实验中均展现出了准确的配准结果.本文算法在所有形变级别的实验中都给出了最优的配准结果.在目标点集含有噪音的配准实验中,PRGLS 表现得更好.在目标点集发生了旋转的配准实验

中,TPS-RPM 表现得更好.图 4 给出了本文算法的一个配准实例(其中,十字是源点集,圈是目标点集).

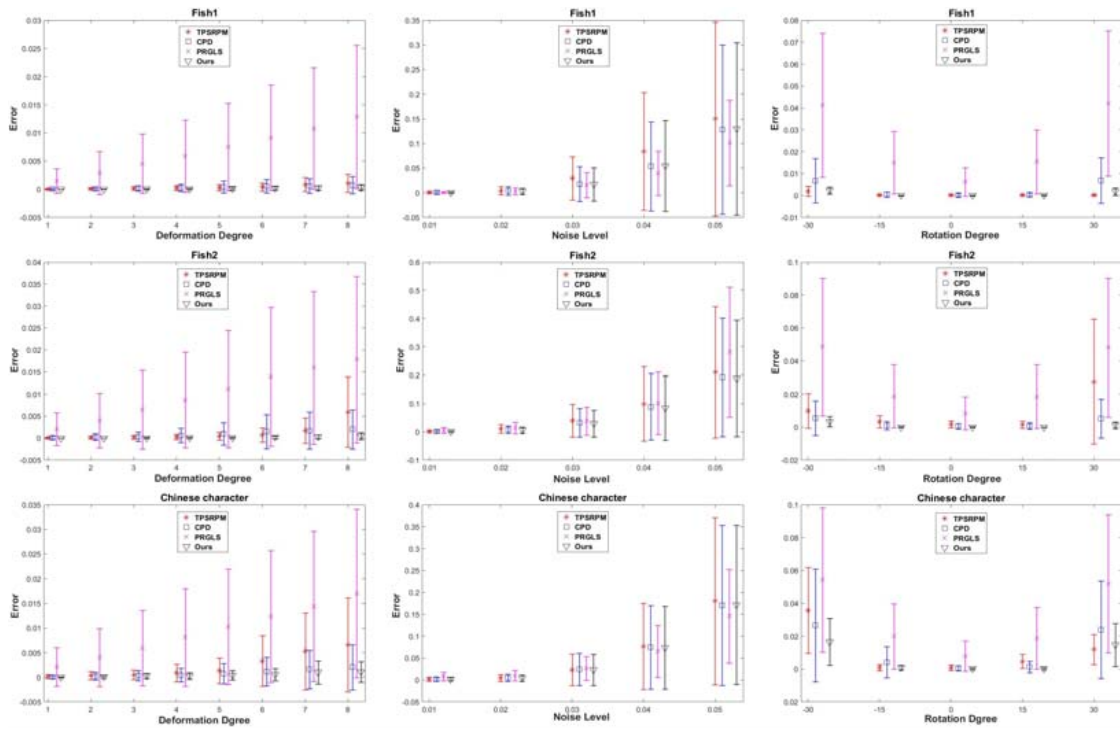


Fig.3 Performance testing and comparison of our results against TPS-RPM, CPD and PRGLS on 2D contour point set registration

图 3 二维轮廓点集配准下的性能测试和比较实验结果

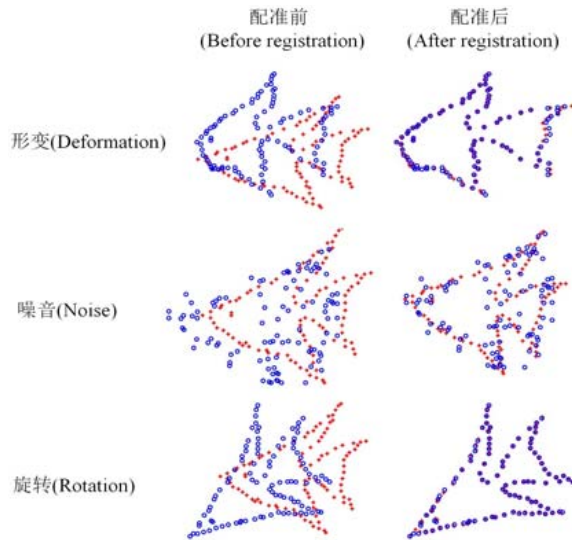


Fig.4 Our method registration examples on 2D contour point set Fish 1 point set

图 4 本文算法在二维点集 Fish 1 上的配准实例

### 3.3.2 Fish 2

我们将本文算法与相关算法在点集 Fish 2 的配准实验中的性能测试统计数据展示在了图 3 的第 2 行.这 4

种算法在所有实验中均展现出了准确地配准结果.本文算法在所有形变级别、噪音比和旋转角度的实验中都给出了最优的配准结果.图 5 给出了本文算法的一个配准实例(其中,十字是源点集,圈是目标点集).

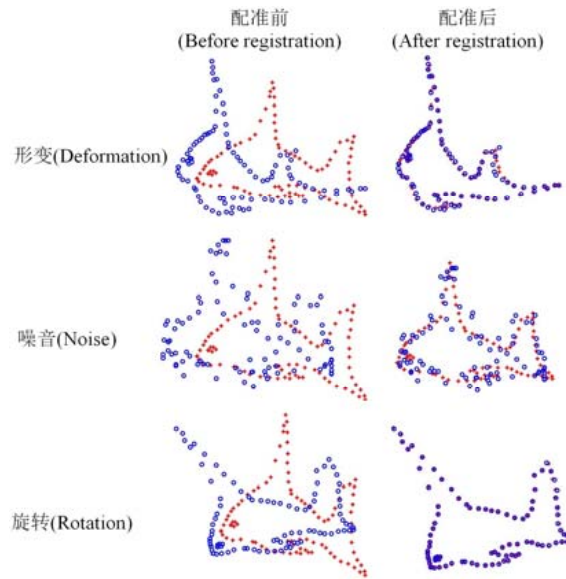


Fig.5 Our method registration examples on 2D contour point set Fish 2 point set

图 5 本文算法在二维点集 Fish 2 上的配准实例

### 3.3.3 Chinese character

我们将本文算法与相关算法在点集 Chinese character 的配准实验中的性能测试统计数据展示在了图 3 的第 3 行.这 4 种算法在所有实验中均展现出了准确地配准结果.本文算法在所有形变级别和旋转角度为 $-30^{\circ}\sim 15^{\circ}$ 的实验中都给出了最优的配准结果.在目标点集含有噪音的配准实验中,PRGLS 表现得更好.图 6 给出了本文算法的一个配准实例(其中,十字是源点集,圈是目标点集).

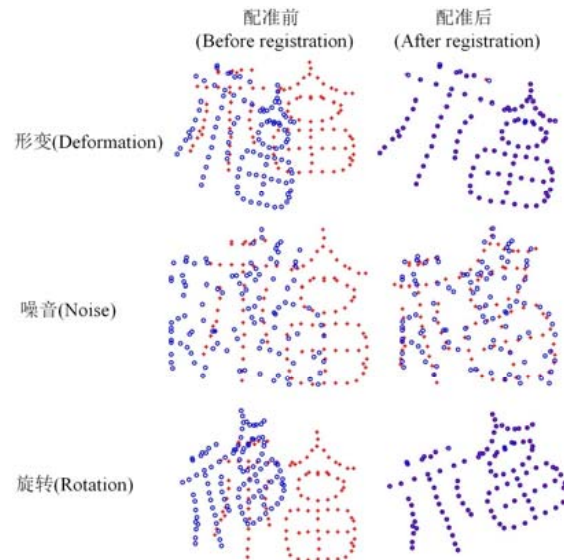


Fig.6 Our method registration examples on 2D contour point set Chinese character point set

图 6 本文算法在二维点集 Chinese character 上的配准实例

### 3.4 三维轮廓配准的实验结果

在本文实验的三维轮廓配准测试部分,我们测试了本文算法在进行三维轮廓点集配准时性能,并与两种相关算法进行了比较实验.我们使用了点集 3D face 来进行性能测试和比较实验,CPD 和 GMMREG 等算法同样使用了这个三维人造点集来测试性能.我们将本文算法与 CPD,GMMREG 在配准实验中的性能测试统计数据展示在了图 8(误差线表示了 100 次随机测试中平均误差的标准偏差值).本文算法和 CPD 在所有实验中均给出了准确地配准结果.本文算法在所有形变级别、噪音比和旋转角度的实验中都给出了最优的配准结果.图 7 给出了本文算法分别在形变级别为 5、噪音比为 0.04、旋转角度为 30°时的一个配准实例(其中,十字是源点集,圈是目标点).

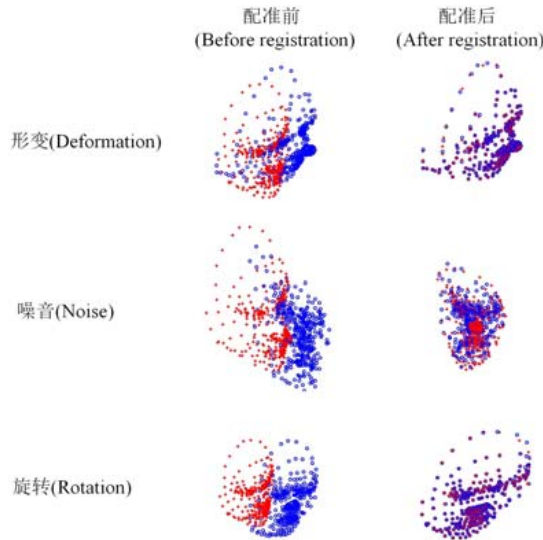


Fig.7 Our method registration examples on 3D face point set  
图 7 本文算法在三维点集 3D face 上的配准实例

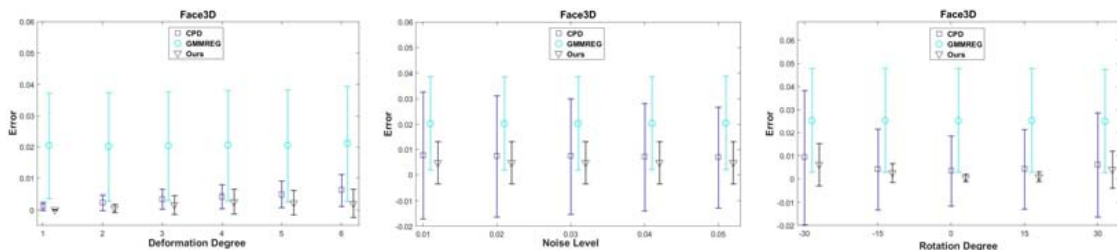


Fig.8 Performance testing and comparison of our results against CPD and GMMREG on 3D face contour point set registration

图 8 三维 Face 轮廓点集配准下的性能测试和比较实验

### 3.5 序列图像的配准结果

在本文实验的序列图像配准部分,我们测试了本文算法在进行序列图像特征点配准时性能.与二维、三维点集相比,序列图像拥有更少的特征点,这些点稀疏地分布在图像中.CMU 系列的序列图像是目前用于测试基于 Graph 的学习算法最流行的实验数据.在本文实验中,我们采用了 CMU 系列的 CMU hotel 序列图像,这组序列图像有 101 幅图组成,每幅图拥有 30 个标记的特征点.本实验使用正确配准点数的百分比(即配准率)进行误差的评估.

本文算法与当今流行的两种基于 Graph 的学习算法和一种基于迭代的算法分别在这组序列图像中进行了

所有配准可能(10 201 次配准)的比较实验.我们将实验结果展示在了表 1(表中的  $S$  和  $U$  分别代表“监督学习”和“无监督学习”, $S$  和  $U$  内的数字代表用于训练的图像对数量).与 GMMREG、Leordeano 等人和 Caetano 等人相比较,本文算法展现出了更高的配准率.图 9 展示了本文算法的一个配准实例,使用的是第 001 号序列图像和 101 号序列图像(图上的黄色的连线代表正确的匹配,蓝色的连线代表错误的匹配).

**Table 1** Mean of matching rates on the CMU hotel frequency images for all possible image pairs (%)

配准方法(methods)	参数设置(parameters setting)	配准率(CMU hotel)
GMMREG	-	97.1
Leordeano 等人	$S(5)$ $U(5)$	94.8
Caetano 等人	$S(106)$	<90
<b>Ours</b>	-	<b>97.9</b>

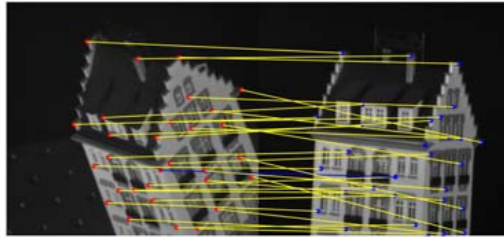


Fig.9 Registration example on CMU hotel

图 9 CMU hotel 的配准实例

### 3.6 遥感图像配准

在本文实验的遥感图像配准部分,我们使用了两对分辨率分别为  $951 \times 651$  和  $785 \times 734$  的谷歌地球卫星图像,拍摄地点分别是夏威夷和湄公河.我们用原始的卫星图像(the reference image)和同一地点但发生了视角变化的卫星图像(the sensed image)进行特征点配准,以此测试我们算法的性能,并与 GMMREG 进行了比较实验.

- 特征点选取方法:使用 SIFT 算法选取卫星图像中的特征点并剔除冗余点,图 10 展示了我们使用的卫星图像,并用点分别标出了 SIFT 特征点(左边一列标出的是目标点集,右边一列标出的是源点集).



Fig.10 Two satellite image pairs of Hawaii and Mekong River used in remote sensing image registration, respectively. Meanwhile, the feature point sets used in point set registration are marked in images

图 10 用于遥感图像配准的夏威夷和湄公河的两对卫星图像,并标出了配准时使用的特征点集

- 误差测量方法:我们使用 TPS 形变函数将发生了视角变化的卫星图像进行变形,并将变形后的图像(the transformed image)和原始的图像平均分为  $5 \times 5$  个部分,交替显示在棋盘图像(checkboard)上,通过观察棋盘图像与原始卫星图像的相似度来评判配准算法的性能,并从棋盘图像和原始卫星图像上手动选取 10 对界标点(landmark),通过计算这 10 对界标点之间的平均距离作为配准结果的平均误差.我们将本文算法和 GMMREG 的配准结果展示在了图 11(前两列是本文算法的配准结果,后两列是 GMMREG 的配准结果),将配准结果的平均误差展示在了表 2(我们同时测试了 GMMREG 在遥感图像配准上的性能来与本文算法进行比较实验).在两个实验中,本文算法均给出了较为准确的配准结果,并且展现出了更高的配准精度.



Fig.11 Remote sensing image registration results of our algorithm and GMMREG

图 11 本文算法和 GMMREG 的遥感图像配准结果

**Table 2** Average error of results of our method and GMMREG on remote sensing image registration

表 2 本文算法和 GMMREG 的遥感图像配准结果的平均误差

配准方法(methods)	夏威夷(Hawaii)	湄公河(Mekong river)
GMMREG	6.226 5	18.154 6
<b>Ours</b>	<b>3.869 0</b>	<b>1.391 8</b>

### 3.7 IMM人脸数据配准

在本文实验的人脸数据配准部分,我们测试了本文算法在进行人脸特征点配准时性能.我们选择了可以公开获取的标准 IMM 人脸数据库(IMM face database)(数据获取自 <http://www.imm.dtu.dk/~aam/datasets/datasets.html>)<sup>[35]</sup>对本文算法进行测试,此数据库包含了 40 个人脸的图像组,并且每个人脸图像组均包含了 6 种不同表情、姿势和照明度的图像,每张图像分辨率为  $640 \times 480$ .此数据库的图像均用 58 个特征点把人脸的眉毛、眼睛、鼻子、嘴巴和下巴结构标注了出来.本部分实验的目标是配准同一个人的不同表情、姿势和照明度的人脸图像中的特征点集.我们从此数据库中挑选了前 8 个人脸,并对每种人脸的所有可能配准图像进行了配准实验.同时测试了 Wang 等人<sup>[36]</sup>和 PRGLS 与本文算法进行了比较实验,并使用配准率来衡量配准精度.我们在图 12 展示了 IMM 人脸数据库的两个人脸的 12 张图像作为示例(每一列均是一个人的不同表情、姿势、照明度的人脸图像,其中的白点代表了人脸结构上的特征点),并用白点标出了特征点.在表 3 中展示了本文算法、Wang 等人<sup>[36]</sup>和 PRGLS 的比较实验结果(我们同时测试了 Wang 等人<sup>[36]</sup>和 PRGLS 在 IMM 人脸数据库中的性能来与本文算法进行比较实验),本文算法展现出了更高的配准精度.图 13 展示了本文算法的配准实例,第 1 行~第 3 行分别是 IMM 人脸数据库中的第 2 种人脸、第 3 种人脸和第 5 种人脸,其中,前两列是第 1 个形态和第 4 个形态的特征点配准实例,后两列是第 1 个形态和第 6 个形态的特征点配准实例(十字代表源点集,圈代表目标点集).



Fig.12 Two groups of examples of images in the IMM face database

图 12 IMM 人脸数据库的两组示例图像

**Table 3** Matching rates of our algorithm, Wang, *et al.*, and PRGLS on IMM face database (%)

表 3 本文算法、Wang 等和 PRGLS 在 IMM 人脸数据库中的配准率 (%)

配准方法(methods)	配准率(results)
Wang 等人	68.4
PRGLS	69.6
<b>Ours</b>	<b>79.8</b>

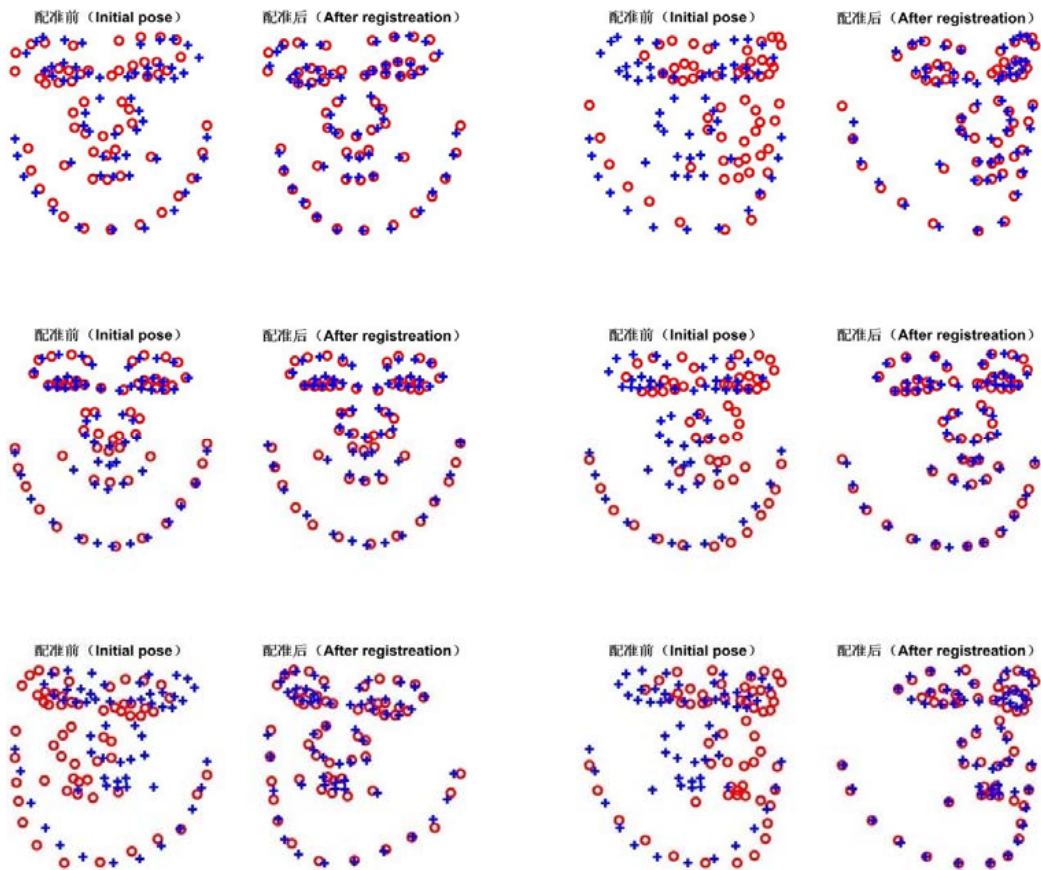


Fig.13 Proposed method registration examples in face feature point set on the IMM face database

图 13 本文算法的 IMM 人脸数据库的人脸特征点集配准实例



### 3.8 真实图像特征点的配准结果

在本文实验的真实图像配准部分,我们使用 Leordeanu 等人<sup>[18]</sup>的测试数据测试了本文算法的性能.这组测试数据从 Pascal 2007 Challenge 数据库中挑选出了 30 对汽车图像与 20 对摩托车图像,并且每对图像包含 30 到 60 个特征点.在真实图像特征点配准中,本文算法与 CPD、GMMREG、Zhou 等人的 FGM<sup>[14]</sup>和 Leordeanu 等人<sup>[18]</sup>进行了比较实验,实验结果展示在表 4.对于 FGM 和 Leordeanu 等人,我们报告了他们公布的实验结果.本文算法给出了最优的配准率,并在图 14 展示了本文算法分别在汽车和摩托车上的两个配准实例(第 1 行是在 Pascal 2007 Challenge 汽车数据上的配准实例,第 2 行是在 Pascal 2007 Challenge 摩托车数据上的配准实例.其中,连线代表正确的匹配).

**Table 4** Average matching rates of our algorithm, CPD, GMMREG, FGM and Leordeanu, *et al.*, on Pascal 2007 Challenge car and motorbike datasets (%)

**表 4** 本文算法、CPD、GMMREG、FGM 和 Leordeanu 等人在 Pascal 2007 Challenge 汽车和摩托车数据中的平均配准率 (%)

配准方法(methods)	平均配准率(car and motorbike)
CPD	79.2
GMMREG	82.9
FGM	80
Leordeanu 等人	80
<b>Ours</b>	<b>84.9</b>



Fig.14 Registration examples on Pascal 2007 Challenge

图 14 Pascal 2007 Challenge 的两个配准实例

## 4 结论

我们已经详细介绍了一种基于双特征高斯混合模型的非刚性点集配准方法:(1) 定义了一种基于和向量的局部特征描述子和双特征描述子,并基于双特征描述子构建了双特征高斯混合模型,以此进行点集的对应关系评估;(2) 基于局部特征描述子定义了可以维护局部结构稳定的局部结构约束项,与全局结构约束项相结合设计了双约束空间变换更新;(3) 使用确定性退火技术来控制局部特征描述子和局部结构约束项在配准的不同时

期的影响程度.在本文的实验部分,我们将本文算法与当前流行的 8 种算法在人造数据、序列图像和多种不同现实图像中进行了性能测试和比较实验,并且本文算法在绝大多数的形变和旋转情况下均展现出了最好的配准结果.关于本文算法的改进方案,我们提出如下两种设想:(1) 在双特征描述子的基础上合理地添加新的特征描述,使对两点集之间的对应关系评估更加准确;(2) 使用混合特征描述将高斯模型改进为多维高斯模型.

#### References:

- [1] Guo Y, Sohel F, Bennamoun M, Wan J, Lu M. An accurate and robust range image registration algorithm for 3D object modeling. *IEEE Trans. on Multimedia*, 2014,16(5):1377–1390. [doi: 10.1109/TMM.2014.2316145]
- [2] Wu YF, Wang W, Lu KQ, Wei YD, Chen ZC. A new method for registration of 3D point sets with low overlapping ratios. In: *Proc. of the 13th CIRP Conf. on Computer Aided Tolerancing (Procedia CIRP)*, Vol.27. 2015. 202–206. [doi: 10.1016/j.procir.2015.04.067]
- [3] Li L, Wu Z, Zha ZJ, Jiang S, Huang Q. Matching content-based saliency regions for partial-duplicate image retrieval. In: *Proc. of the 2011 IEEE Int'l Conf. on Multimedia and Expo*. 2011. 1–6. [doi: 10.1109/ICME.2011.6011895]
- [4] Patel MS, Patel NM, Holia MS. Feature based multi-view image registration using SURF. In: *Proc. of the 2015 Int'l Symp. on Advanced Computing and Communication (ISACC)*. 2015. 213–218. [doi: 10.1109/ISACC.2015.7377344]
- [5] Jiang J, Ma X, Cai Z, Hu R. Sparse support regression for image super-resolution. *IEEE Photonics Journal*, 2015,7(5):1–11. [doi: 10.1109/JPHOT.2015.2484287]
- [6] Peng L, Li G, Xiao M, Xie L. Robust CPD algorithm for non-rigid point set registration based on structure information. *PLoS ONE*, 2016,11(2):No.e0148483. [doi: 10.1371/journal.pone.0148483]
- [7] Ma JY, Zhao J, Ma Y, Tian JW. Non-Rigid visible and infrared face registration via regularized Gaussian fields criterion. *Pattern Recognition*, 2015,48(3):772–784. [doi: 10.1016/j.patcog.2014.09.005]
- [8] Park SH, Lee KM. A line feature matching technique based on an eigenvector approach. *Computer Vision and Image Understanding*, 2000,77(3):263–283. [doi: 10.1006/cviu.2000.0808]
- [9] Kong WX, Kimia BB. On solving 2D and 3D puzzles using curve matching. In: *Proc. of the 2001 IEEE Computer Society Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol.2. 2001. 583–590. [doi: 10.1109/CVPR.2001.991015]
- [10] Liu T, Liu W, Qiao L, Luo T, Peng X. Point set registration based on implicit surface fitting with equivalent distance. In: *Proc. of the 2015 IEEE Int'l Conf. on Image Processing (ICIP)*. 2015. 2680–2684. [doi: 10.1109/ICIP.2015.7351289]
- [11] Belongie S, Malik J, Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002,24(4):509–522. [doi: 10.1109/34.993558]
- [12] Körtgen M, Park GJ, Novotni M, Klein R. 3D shape matching with shape context. In: *Proc. of the 7th Central European Seminar on Computer Graphics*. 2003. 22–24.
- [13] Sundar H, Silver D, Gagvani N, Dickinson S. Skeleton based shape matching and retrieval. In: *Proc. of the Shape Modeling Int'l (SMI 2003)*. 2003. 130–139.
- [14] Zhou F, De la Torre F. Factorized graph matching. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2016,38(9):1774–1789. [doi: 10.1109/TPAMI.2015.2501802]
- [15] Caetano TS, Cheng L, Le QV, Smola AJ. Learning graph matching. In: *Proc. of the 11th IEEE Int'l Conf. on Computer Vision*. Rio de Janeiro: IEEE, 2007. 1–8.
- [16] Leordeanu M, Hebert M. Smoothing-Based optimization. In: *Proc. of the 2008 IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*. Anchorage: IEEE, 2008. 1–8.
- [17] Caetano TS, McAuley JJ, Cheng L, Le QV, Smola AJ. Learning graph matching. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2009,31(6):1048–1058.
- [18] Leordeanu M, Sukthankar R, Hebert M. Unsupervised learning for graph matching. *Int'l Journal of Computer Vision*, 2012,96(1):28–45. [doi: 10.1007/s11263-011-0442-2]
- [19] Torresani L, Kolmogorov V, Rother C. A dual decomposition approach to feature correspondence. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013,35(2):259–271. [doi: 10.1109/TPAMI.2012.105]

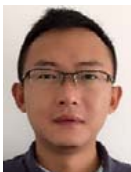
- [20] Xiao D, Zahra D, Bourgeat P, Berghofer P, Tamayo OA, Wimberley C, Gregoire MC, Salvado O. An improved 3D shape context based non-rigid registration method and its application to small animal skeletons registration. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2010,34(4):321–332. [doi: 10.1016/j.compmedimag.2009.12.003]
- [21] Jian B, Vemuri BC. Robust point set registration using Gaussian mixture models. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011,33(8):1633–1645. [doi: 10.1109/TPAMI.2010.223]
- [22] Yang Y, Ong SH, Foong KWC. A robust global and local mixture distance based non-rigid point set registration. *Pattern Recognition*, 2015,48(1):156–173. [doi: 10.1016/j.patcog.2014.06.017]
- [23] Chui HL, Rangarajan A. A new point matching algorithm for non-rigid registration. *Computer Vision and Image Understanding*, 2003,89(2-3):114–141. [doi: 10.1016/S1077-3142(03)00009-2]
- [24] Rangarajan A, Chui HL, Bookstein FL. The softassign procrustes matching algorithm. In: *Proc. of the 15th Int'l Conf. on Information Processing in Medical Imaging*, Poultney, Vermont: Springer-Verlag, 1997. 29–42.
- [25] Chui HL, Rambo J, Duncan J, Schultz R, Rangarajan A. Registration of cortical anatomical structures via robust 3D point matching. In: *Proc. of the 16th Int'l Conf. on Information Processing in Medical Imaging*. Visegrád: Springer-Verlag, 1999. 168–181.
- [26] Gold S, Rangarajan A, Lu CP, Pappu S, Mjolsness E. New algorithms for 2D and 3D point matching: Pose estimation and correspondence. *Pattern Recognition*, 1998,31(8):1019–1031.
- [27] Myronenko A, Song XB, Carreira-Perpiñán MÁ. Non-Rigid point set registration: Coherent point drift. In: *Proc. of the 2006 Advances in Neural Information Processing Systems 19*. Cambridge: MIT Press, 2006. 1009–1016.
- [28] Myronenko A, Song XB. Point set registration: Coherent point drift. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2010,32(12):2262–2275. [doi: 10.1109/TPAMI.2010.46]
- [29] Greengard L, Strain J. The fast Gauss transform. *SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing*, 1991,12(1):79–94.
- [30] Markovsky I. Structured low-rank approximation and its applications. *Automatica*, 2008,44(4):891–909.
- [31] Ma JY, Zhao J, Tian JW, Tu ZW, Yuille AL. Robust estimation of non-rigid transformation for point set registration. In: *Proc. of the 2013 IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*. Portland: IEEE, 2013. 2147–2154.
- [32] Scott DW. Parametric statistical modeling by minimum integrated square error. *Technometrics*, 2001,43(3):274–285.
- [33] Wang G, Wang ZC, Chen YF, Zhao WD. A robust non-rigid point set registration method based on asymmetric Gaussian representation. *Computer Vision and Image Understanding*, 2015,141(2015):67–80. [doi: 10.1016/j.cviu.2015.05.014]
- [34] Ma JY, Zhao J, Yuille AL. Non-Rigid point set registration by preserving global and local structures. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2016,25(1):53–64. [doi: 10.1109/TIP.2015.2467217]
- [35] Stegmann MB, Ersbøll BK, Larsen R, FAME—A flexible appearance modelling environment. *IEEE Trans. on Medical Imaging*, 2003,22(10):1319–1331. [doi: 10.1109/TMI.2003.817780]



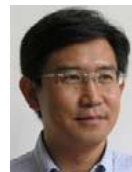
魏梓泉(1997—),男,河南郑州人,本科生,主要研究领域为模式识别。



张饒(1989—),男,硕士,主要研究领域为模式识别。



杨扬(1980—),男,博士,副教授,CCF 专业会员,主要研究领域为模式识别,计算机视觉,医学图像处理,遥感图像处理。



杨昆(1963—),男,教授,博士生导师,主要研究领域为地理信息系统,遥感图像处理。