

Petri 网共享 PP-型子网合成性质分析*

夏传良^{1,2,3+}, 焦莉², 陆维明¹

¹(中国科学院 数学与系统科学研究院 计算机科学研究室,北京 100080)

²(计算机科学重点实验室(中国科学院 软件研究所),北京 100080)

³(山东建筑大学 计算机科学与技术学院,山东 济南 250101)

Property Analysis of Synthesis of Petri Nets Shared PP-Type Subnets

XIA Chuan-Liang^{1,2,3+}, JIAO Li², LU Wei-Ming¹

¹(Department of Computer Science, Academy of Mathematics and Systems Science, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

²(Laboratory of Computer Science (Institute of Software, The Chinese Academy of Sciences), Beijing 100080, China)

³(School of Computer Science and Technology, Shandong Jianzhu University, Ji'nan 250101, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-10-62541849, Fax: +86-10-62541829, E-mail: xcl@amss.ac.cn, http://www.amss.ac.cn

Xia CL, Jiao L, Lu WM. Property analysis of synthesis of Petri nets shared PP-type subnets. *Journal of Software*, 2007,18(1):22-32. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/22.htm>

Abstract: Petri net synthesis can avoid the state exploration problem, which is of exponential complexity, by guaranteeing the correctness in the Petri net while incrementally expanding the net. To solve the resource-sharing problem, Jiao L, *et al.*, investigate the transformation of merging a set of places of an asymmetric choice (AC) net satisfying siphon-trap-property (ST-property), and present the conditions for it to preserve liveness, boundedness and reversibility. The major motivation of this paper is to generalize the results of Jiao's research and to extend the place-merging problem to subnet-sharing synthesis problem on AC nets or Petri nets beyond AC nets. The conditions of liveness preservation, boundedness preservation and reversibility preservation are presented. The conditions are also presented to show that the synthesis net of AC nets is an AC net. These results are useful for studying the static and dynamic properties of Petri synthesis nets, and for analyzing properties of large complex system.

Key words: Petri net; analysis; synthesis; liveness and boundedness; subnet

摘要: Petri 网合成可以避免状态空间按指数阶迅速扩大的问题,并且在网扩大时可以保持原网的某些优良性质.为了解决资源共享问题,焦莉等人对于一个满足死锁-陷阱性质(ST-property)的非对称选择网(asymmetric choice,简称 AC)进行库所合并,给出了合并后的网保持原网活性、有界性和可回复性的条件.主要动机是对焦莉等人的研究结果进行推广,把对于 AC 网的库所合并问题推广到 AC 网或更一般的 Petri 网上的子网共享合成问题.给出了使共享 PP-型子网合成 Petri 网系统保持活性、有界性和可回复性的条件以及多个 AC 网进行共享 PP-型子网合成,使得到的合成网仍为 AC 网的条件.结果可为 Petri 网系统合成的静态和动态性质的考察提供有效

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60073013 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.G1998030416 (国家重点基础研究发展规划(973))

Received 2005-04-22; Accepted 2006-04-03

途径,为 Petri 网复杂大系统的分析提供一定的手段.

关键词: Petri 网;分析;合成;活性和有界性;子网

中图法分类号: TP301 文献标识码: A

在系统设计中,子系统共享是一个非常普遍、非常基本的问题.例如,在柔性制造系统中,若干个工厂和车间可作为子系统被多个生产制造过程所共享;又如,为达到同步操作和节省资源的目的,几个工厂可共享若干个半自动子系统,这些子系统用于周期性地传送部件、半成品组装等局部操作;这类系统具有一定的普遍性,有必要对其进行分析和验证.Petri 网是一种系统的数学和图形的建模与分析工具,特别适用于具有同步、并发、冲突的离散事件系统进行建模和分析,因而被广泛应用于复杂系统的设计和分析中.用 Petri 网来表示并发、互斥、同步显得直接、自然而且精确.同时,由于 Petri 网研究有坚实的数学基础,因此它为系统模型的分析 and 验证提供了一种有力的方法.但是,当系统大而且复杂时,就会由于状态空间爆炸而带来系统分析上的高复杂性.有一种重要的方法可用于降低大系统建模分析的复杂度,即系统的合成操作.合成操作就是把相对小的若干个 Petri 网系统合成为一个大的 Petri 网系统,通过大系统保持小系统的某些性质,如活性、有界性和可回复性等而得到大系统相应的性质,从而达到用小系统来研究大系统的目的.

Petri 网的组合化设计思想一直为理论界和工程界所关注,已有大量的工作.为了解决资源共享问题,很多文献提出了关于组合系统保持活性、有界性和可回复性的条件.文献[1,2]更进一步地采用了避免死锁产生的策略;在 DES 领域,合成与控制已非常普遍^[3];文献[4]给出了一套关于有界活的自由选择网进行合成的法则;关于按路径自动配置进行合成的问题,文献[5]给出了一种有效的解决方案;文献[6]研究了针对 AC 网进行库所集合合并的转化问题,提出了合并后的网保持死锁-陷阱性质、活性、有界性和可回复性的条件;文献[7]展示了一种合成建模方法的应用;文献[8]给出了一种控制行为系统的合成方法,该系统用模块信号网建模;文献[9]提出了一种正规设计表示模型——操作网系统(operation net system),用于对基于转换方式的异步系统进行高级合成;文献[10]引入了一组模块网,这种网由一些不同级别的小网组成,它们通过共享变迁来达到同步的目的;文献[11]提出了一种 ST-网的概念,在很多情况下,建模问题可由这种 ST-网来解决;文献[12]给出了一种对具有控制器的离散事件系统进行合成的系统方法;文献[13]提出了一种模块 PT-网,将一般的复杂 PT-网化成共享库所或共享变迁的模块 PT-网用来分析原网的系统行为性质时,状态空间可大大缩小;Chao^[14]提出了一种编结技术(knitting technique),可用于对比非对称选择网更一般的 Petri 网进行共享库所合成,并保持活性、有界性和可回复性;文献[15]提出了库所组合一个 F-健全网(F-robust net)和一个非干扰网(non-disturbing net)保持活性的方法;这些工作均针对 Petri 网合成和网性质分析.

本文的目的是对 AC 网或更一般的 Petri 网进行共享 PP-型子网合成,研究合成网对参与合成的各网的活性、有界性和可回复性的保持性问题.文中子系统共享合成问题可表述为:对 PP-型子网进行合并,将参与合成的若干个相同类型的 PP-型子网合并成一个 PP-型子网.直接合并存在诸多困难,为了解决共享子网合成问题,我们采用了从抽象操作→合并(库所)操作→精细化操作的解决方案.如图 1 所示.

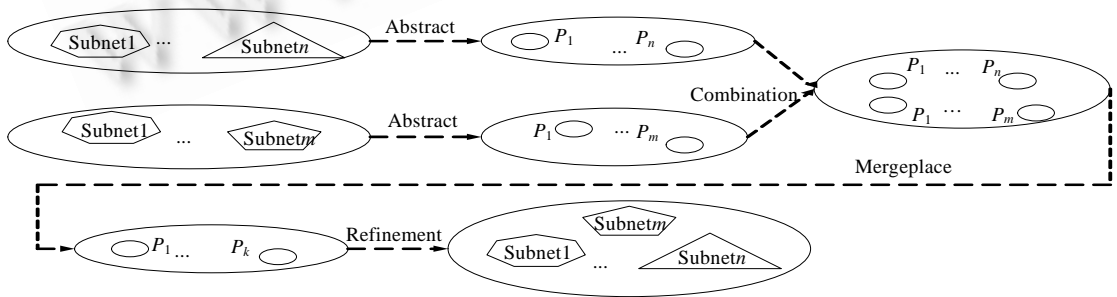


Fig.1
图 1

图 1 的具体含义为:首先对参与合成的各网系统使用抽象化操作将其某些子网抽象化为库所,得到相应的各个网系统,将这些抽象化后得到的网系统组合成一个有多个不连通分枝的网系统,先对这个网系统使用库所合并操作(将若干库所合并为一个库所),得到共享库所合成网系统,再对该合成网系统使用精细化操作(将库所精细化子网),就得到共享子网合成网系统.Petri 网从抽象化到精细化的描述方法及文献[6]中的库所合并操作,保证了共享 PP-型子网合成网系统对活性、有界性和可回复性的保持性。

文中给出了使共享 PP-型子网合成 Petri 网系统保持活性、有界性和可回复性的条件以及多个 AC 网进行共享 PP-型子网合成,使得到的合成网仍为 AC 网的条件.作为应用,将利用所得结果对由 3 个柔性制造系统进行共享子系统合成得到一个总体系统的过程和性质进行分析和验证。

本文第 1 节给出相关的基本概念和术语.第 2 节给出一种关于 Petri 网的由抽象化到精细化的描述方法.第 3 节给出共享 PP-型子网合成 Petri 网系统保持活性、有界性和可回复性的条件以及多个 AC 网进行共享 PP-型子网合成,使得到的合成网仍为 AC 网的条件.第 4 节用本文的合成方法对一个共享 PP-型子网的合成网系统进行分析 and 验证.第 5 节总结全文。

1 基本概念和相关术语

关于 Petri 网的基本概念和术语可参见文献[16,17],这里只引入与本文相关的少数几个概念。

定义 1.1. 设 $N=(P,T;F,W)$ 是一个 Petri 网, $\Sigma'=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统, $M \in R(M_0)$,

- (1) 变迁 $t \in T$ 称为在 M 下使能,当且仅当对 $\forall p \in {}^*t: M(p) \geq W(p,t)$, 记作 $M[t]$;
- (2) 若 t 是在 M 下使能的,则 t 可以引发,其结果把 M 转化为 M'

$$M'(p) = \begin{cases} M(p) - W(p,t), & p \in {}^*t \setminus t^* \\ M(p) + W(t,p), & p \in t^* \setminus {}^*t \\ M(p) - W(p,t) + W(t,p), & p \in {}^*t \cap t^* \\ M(p), & \text{其他} \end{cases}$$

- (3) 若 $M[t_1]M_1[t_2] \dots M_{n-1}[t_n]M_n$ (其中, $M_i \in R(M_0)$, $t_i \in T$, $i=1,2,\dots,n$), 则称 $\sigma=t_1t_2 \dots t_n$ 为 $\Sigma'=(N,M_0)$ 的一个可引发变迁序列, 记作 $M[\sigma]M_n$.

定义 1.2. 设 $\Sigma'=(N,M_0)$ 是一个 Petri 网系统,

- (1) 变迁 $t \in T$ 是活的,当且仅当 $\forall M \in R(M_0), \exists M' \in R(M)$, 使得 $M'[t]$;
- (2) Σ' 是活的,当且仅当 $\forall t \in T$, t 是活的;
- (3) 库所 $p \in P$ 是有界的,当且仅当存在常数 $k > 0$, 对于 $\forall M \in R(M_0)$, 总有 $M(p) \leq k$;
- (4) Σ 是有界的,当且仅当 $\forall p \in P$, p 是有界的;
- (5) Σ 是可回复的,当且仅当对于 $\forall M \in R(M_0)$, 总有 $M_0 \in R(M)$.

定义 1.3. 令 N 是 Petri 网,

- (1) N 是状态机(state machine) iff $\forall t \in T: |{}^*t|=|t^*|=1$;
- (2) N 是标识图(marked graph) iff $\forall p \in P: |{}^*p|=|p^*|=1$;
- (3) N 是自由选择网(free choice net, 简称 FC 网) iff $\forall p_1, p_2 \in P$, 如果 $p_1 \cap p_2 \neq \emptyset$, 那么, ${}^*p_1 = {}^*p_2$;
- (4) N 是非对称选择网(asymmetric choice net, 简称 AC 网) iff $\forall p_1, p_2 \in P$, 如果 $p_1 \cap p_2 \neq \emptyset$, 那么, ${}^*p_1 \subseteq {}^*p_2$ 或者 $p_2 \subseteq p_1$.

定义 1.4. 令 N 是 Petri 网,

- (1) 非空库所集 D 是一个死锁 iff ${}^*D \subseteq D$;
- (2) 非空库所集 D 是一个陷阱 iff $D \subseteq {}^*D$;
- (3) N 是满足死锁-陷阱性质(ST-property)的, iff N 的每个死锁中至少包含一个陷阱。

为了避免混淆,用 OAC 网表示一般的 AC 网,用 ST-OAC 表示满足 ST-property 的 OAC 网。

定义 1.5. 设 $N=(P,T;F,W)$ 和 $N_0=(P_0,T_0;F_0,W_0)$ 是两个 Petri 网,若满足:

- (1) $P_0 \subset P, T_0 \subset T$ 且 $P_0 \neq \emptyset, T_0 \neq \emptyset$;

$$(2) F_0 \subseteq F \cap ((P_0 \times T_0) \cup (T_0 \times P_0)),$$

则称 N_0 是 N 的一个子网.

定义 1.6. 设 $N=(P;T;F;W)$ 是一个 Petri 网, $N_0=(P_0 \cup \{p_{in}, p_{out}\}; T_0; F_0; W_0)$ 是 N 的一个子网, 若满足:

$$(1) \dot{T}_0 \cup \dot{T}_0 \subseteq P_0 \cup \{p_{in}, p_{out}\};$$

(2) N_0 是连通的, 并且 p_{in} 是 N_0 唯一的输入库所, p_{out} 是 N_0 唯一的输出库所.

则称 N_0 是 N 的一个 PP-型子网.

PP-型子网的简单示例如图 2 所示.

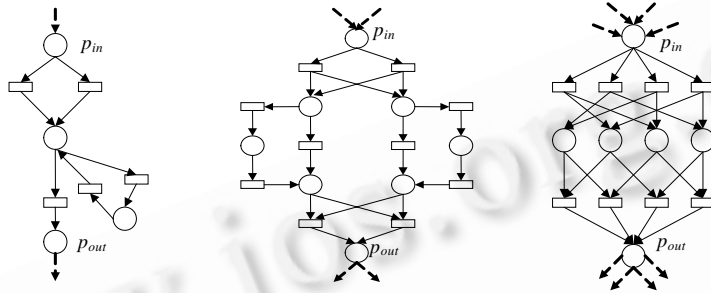


Fig.2

图 2

定义 1.7. PP-型子网系统 (N_0, M_{PP_0}) 由 PP-型子网 N_0 和初始标识 M_{PP_0} 构成, 并且满足:

(1) 初始标识(托肯)只能出现在 p_{in} 中;

(2) 在 (N_0, M_{PP_0}) 的一次执行过程(从托肯流入 p_{in} 至由 p_{out} 流出)中, 从外部流入 p_{in} 的托肯数与流出 p_{out} 的托肯数相等, 并且一次执行过程结束后, P_0 中的每个库所都不含托肯.

注:文献[18]也给出了相关的子网和精细化操作, 并给出了精细化后的网保持有界性、活性等的条件, 但文献[18]中定义的子网与 PP-型子网所满足的条件不太相同; 而且, 就库所精细化操作而言, 文献[18]中先将被精细化的库所转换为一个变迁, 然后在应用变迁精细化操作; 我们的方法是对库所直接用 PP-型子网进行精细化, 对子网的约束条件有所不同.

定义 1.8. PP-型闭网系统: 为 PP-型子网系统 (N_0, M_{PP_0}) 增加一个变迁集合 $T_{IPP} = \{t_{PP} | t_{PP} \in p_{out}\}$, 再增加有向弧集 $\{(p_{out}, t_{PP}), (t_{PP}, p_{in}) | t_{PP} \in T_{IPP}\}$, 并且标识不变, 得到 PP-型闭网系统 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$.

定义 1.9. PP-型子网精细化操作 $Ref_{PP}(\tilde{p}, N_{PP})$ 将 Petri 网 $N=(P;T;F;W)$ 中的变迁 \tilde{p} 精细化为一个 PP-型子网 $N_{PP}=(P_{PP} \cup \{p_{in}, p_{out}\}; T_{PP}; F_{PP}; W_{PP})$ (即用 PP-型子网 $N_{PP}=(P_{PP} \cup \{p_{in}, p_{out}\}; T_{PP}; F_{PP}; W_{PP})$ 来替换 \tilde{p}), 得到 Petri 网 $N'=(P'; T'; F'; W')$, 其中: (1) $P'=(P - \{\tilde{p}\}) \cup P_{PP} \cup \{p_{in}, p_{out}\}$; (2) $T'=T \cup T_{PP}$; (3) $F'=F \cup \{(t, p_{in}) | t \in T \wedge t \in \tilde{p}\} \cup F_{PP} \cup \{(p_{out}, t) | t \in T \wedge t \in \tilde{p}\} - \{(t, \tilde{p}) | t \in T \wedge t \in \tilde{p}\} - \{(\tilde{p}, t) | t \in T \wedge t \in \tilde{p}\}$.

定义 1.10. 经精细化操作后得到的网系统 (N', M'_0) 由经精细化操作后得到的网 N' 和初始标识 M'_0 构成,

$$M'_0 = \begin{cases} [M_{(P \setminus \tilde{p})_0}, \theta_{PP}], & M_0(\tilde{p}) = 0 \\ [M_{(P \setminus \tilde{p})_0}, M_{PP_0}], & M_0(\tilde{p}) > 0 \end{cases}$$

其中: $M_{(P \setminus \tilde{p})}$ 为 M 中去掉 \tilde{p} 所对应的分量以后的向量; θ_{PP} 是 M_{PP} 的零向量.

定义 1.11. PP-型子网抽象化操作 $Abs_{PP}(N_{PP}, \tilde{p})$ 将 Petri 网 $N=(P;T;F;W)$ 中的 PP-型子网 $N_{PP}=(P_{PP} \cup \{p_{in}, p_{out}\}; T_{PP}; F_{PP}; W_{PP})$ 抽象化为一个库所 \tilde{p} (即用 \tilde{p} 来替换 $N_{PP}=(P_{PP} \cup \{p_{in}, p_{out}\}; T_{PP}; F_{PP}; W_{PP})$), 得到 Petri 网 $N'=(P'; T'; F'; W')$, 其中:

$$(1) P'=(P - P_{PP} - \{p_{in}, p_{out}\}) \cup \{\tilde{p}\};$$

$$(2) T'=T - T_{PP};$$

$$(3) F'=(F - F_{PP} - \{(t, p_{in}) | t \in \dot{p}_{in}\} - \{(p_{out}, t) | t \in \dot{p}_{out}\}) \cup \{(t, \tilde{p}) | t \in \dot{p}_{in}\} \cup \{(\tilde{p}, t) | t \in \dot{p}_{out}\}.$$

定义 1.12. 经抽象化操作得到的网系统 (N', M'_0) 由经抽象化操作得到的网 N' 和初始标识 M'_0 构成,

$$M'_0 = \begin{cases} [M_{(P \setminus \tilde{p})_0}, 0], & M_0(p_{in}) = 0 \\ [M_{(P \setminus \tilde{p})_0}, M(p_{in})], & M_0(p_{in}) > 0 \end{cases}$$

其中, $M_{(P \setminus \tilde{p})}$ 为 M 中去掉 $P_{PP} \setminus \{p_{in}, p_{out}\}$ 所对应的分量以后的向量, 并且 $M'_0(\tilde{p}) = M_0(p_{in})$.

2 Petri 网由抽象化到精细化的描述方法

对 Petri 网系统 (N, M_0) 进行精细化操作得到网系统 (N', M'_0) 的同时也得到了 PP-型闭网系统 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$. 以下的引理 2.1~引理 2.3 分别给出了 (N', M'_0) 保持活性、有界性和可回复性的充分必要条件. 对 (N', M'_0) 使用抽象化操作可得到 (N, M_0) 和 PP-型闭网系统 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$, 只要 (N', M'_0) 是活的、有界的和可回复的, 那么, (N, M_0) 和 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是活的、有界的和可回复的; 反之, 对 (N, M_0) 使用精细化操作得到 (N', M'_0) , 只要 (N, M_0) 和 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是活的、有界的和可回复的, 那么, (N', M'_0) 就是活的、有界的和可回复的. 后文定理 3.2 的证明正是采用了这种由抽象化到精细化的过程来保持活性、有界性和可回复性的.

引理 2.1. 设 (N', M'_0) 是 (N, M_0) 中经 PP-型子网精细化操作 $Ref_{PP}(\tilde{p}, N_{PP})$ 得到的 Petri 网系统, 如果 $p_{in} \in \{p | (p \in P') \wedge (M'_0(p) > 0)\}$, 则 (N', M'_0) 是活的当且仅当 (N, M_0) 与 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是活的.

证明: (1) 先证充分性. 在 (N', M'_0) 中, $\forall t' \in T', \forall M' \in R(M'_0)$, 则有 $t' \in T$ 或者 $t' \in T_{PP}$. 记 $M' = [M_{(P \setminus \tilde{p})}, M_{PP}]$, 其中: $M \in R(M_0), M_{PP} \in R(M_{PP_0})$. 如果 $t' \in T$, 由 (N, M_0) 的活性, 对 $M \in R(M_0), \exists \bar{M} \in R(M)$, 使得 $\bar{M}[t']$. 根据 (N, M_0) 和 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 的活性以及定义 1.7、定义 1.9 和定义 1.10 可知: $\exists \bar{M}' = [\bar{M}_{(P \setminus \tilde{p})}, \bar{M}_{PP}] \in R(M')$, 使得 $\bar{M}'[t']$, 其中: $\bar{M} \in R(M), \bar{M}_{PP} \in R(M_{PP_0})$. 从而, t' 在 (N', M'_0) 中是活的; 如果 $t' \in T_{PP}$, 由 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 的活性, 对 $M_{PP} \in R(M_{PP_0}), \exists \bar{M}_{PP} \in R(M_{PP_0})$, 使得 $\bar{M}_{PP}[t']$. 根据 (N, M_0) 和 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 的活性以及定义 1.7、定义 1.9 和定义 1.10 可知: $\exists \bar{M}'' = [\bar{M}'_{(P \setminus \tilde{p})}, \bar{M}_{PP}] \in R(M')$, 使得 $\bar{M}''[t']$, 其中: $\bar{M}' \in R(M), \bar{M}_{PP} \in R(M_{PP_0})$. 于是, t' 在 (N', M'_0) 中是活的. 所以, 由 t' 的任意性可知 (N', M'_0) 是活的.

(2) 再证必要性. 采用反证法. 假设 $\forall M'_0 \in R(M'_0)$, 由 (N', M'_0) 中经抽象化操作得到的 (N, M_0) 不活, 亦即 $\exists M \in R(M_0), \exists t \in T$, 对 $\forall \bar{M} \in R(M)$, 都有 $\neg(\bar{M}[t])$. 因为 (N', M'_0) 是活的, $M_{(P \setminus \tilde{p})_0}$ 是 M'_0 在 $P - \{\tilde{p}\}$ 上的投影, 所以可记 $M_{(P \setminus \tilde{p})_0}[\sigma]M_{(P \setminus \tilde{p})}[\bar{\sigma}]\bar{M}_{(P \setminus \tilde{p})}, \sigma, \bar{\sigma} \in T$ (其中, 由定义 1.1 可知: $\sigma, \bar{\sigma}$ 为 (N, M_0) 上的可引发变迁序列). 现在加入 (N_{PP}, M_{PP_0}) 中的变迁(或变迁步) σ_P , 得到 $\sigma', \sigma'' \in T'$. 从 $M_{(P \setminus \tilde{p})_0}[\sigma]M_{(P \setminus \tilde{p})}[\bar{\sigma}]\bar{M}_{(P \setminus \tilde{p})}, \sigma, \bar{\sigma} \in T$, 根据定义 1.7、定义 1.9、定义 1.10 和 (N', M'_0) 的活性易知: $M'_0[\sigma']M[\sigma'']\bar{M}''$, 并且 $M_{(P \setminus \tilde{p})}$ 是 M'' 在 $P - \{\tilde{p}\}$ 上的投影, $\bar{M}_{(P \setminus \tilde{p})}$ 是 \bar{M}'' 在 $P - \{\tilde{p}\}$ 上的投影. 这样, 对应于 $M_{(P \setminus \tilde{p})}, \exists M'' \in R(M''_0), \exists t' \in T'$ (其中 $t' = t$), 使得对应于 $\forall \bar{M}_{(P \setminus \tilde{p})}$ 有 $\forall \bar{M}'' \in R(M'')$, 由 $\neg(\bar{M}_{(P \setminus \tilde{p})}[t'])$ 可推知 $\neg(\bar{M}''[t'])$, 从而 (N', M'_0) 不活, 矛盾. 因此, $\exists M'_0, M''_0 \in R(M'_0)$, 使得从 (N', M'_0) 中经抽象化操作得到的 (N, M_0) 和从 (N', M''_0) 中经抽象化操作得到的 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是活的. 又因为 $p_{in} \in \{p | (p \in P') \wedge (M'_0(p) > 0)\}$, 所以, 从 (N', M'_0) 中经抽象化操作得到的 (N, M_0) 和 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是活的.

引理 2.2. 设 (N', M'_0) 是 (N, M_0) 中经 PP-型子网精细化操作 $Ref_{PP}(\tilde{p}, N_{PP})$ 得到的 Petri 网系统, 则 (N', M'_0) 是有界的当且仅当 (N, M_0) 与 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是有界的.

证明: (1) 先证充分性. 因为 (N, M_0) 是有界的, 则 $\forall p \in P$, 存在正常数 k_1 , 使得 $M(p) \leq k_1, \forall M \in R(M_0)$. 显然, $\forall p \in P - \{\tilde{p}\}, M_{(P \setminus \tilde{p})}(p) \leq k_1$ (其中, $M_{(P \setminus \tilde{p})}$ 为 M 中去掉 \tilde{p} 所对应的分量以后的向量). 因为 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 有界, 则 $\forall p \in P_{PP}$, 存在一个正常数 k_2 , 使得 $M_{PP}(p) \leq k_2, \forall M_{PP} \in R(M_{PP_0})$. 令 $k = k_1 + k_2$, 由定义 1.6~定义 1.10 可知, $\forall p \in P', M'(p) = [M_{(P \setminus \tilde{p})}, M_{PP}](p) \leq k, \forall M' \in R(M'_0)$, 所以, (N', M'_0) 有界.

(2) 再证明必要性. 采用反证法. 假设 (N, M_0) 无界, 则 $\exists p \in P, \forall k > 0, \exists M \in R(M_0)$ 且 $M(p) > k$. 由定义 1.6~定义 1.10 可知, $\forall k > 0, \exists M' \in R(M'_0)$ 且 $M'(p) > k$. 这与题设 (N', M'_0) 有界矛盾.

引理 2.3. 设 (N', M'_0) 是 (N, M_0) 中经 PP-型子网精细化操作 $Ref_{PP}(\tilde{p}, N_{PP})$ 得到的 Petri 网系统, 如果

$p_{in} \in \{p | (p \in P') \wedge (M'_0(p) > 0)\}$, 则 (N', M'_0) 是可回复的, 当且仅当 (N, M_0) 与 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是可回复的.

证明: (1) 先证充分性. $\forall M' \in R(M'_0)$, 根据定义 1.9 和定义 1.10, $M'_0 = [M_{(P \setminus \bar{p})_0}, M_{PP_0}]$, $M' = [M_{(P \setminus \bar{p})}, M_{PP}]$. 因为 (N, M_0) 是可回复的, 则 $\forall M \in R(M_0), M_0 \in R(M)$. 又因为 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 是可回复的, 则 $\forall M_{PP} \in R(M_{PP_0}), M_{PP_0} \in R(M_{PP})$. 由定义 1.6~定义 1.10 易知, $M'_0 \in R(M')$, 即 (N', M'_0) 是可回复的.

(2) 再证必要性. 采用反证法. 假设 (N, M_0) 不是可回复的, 则 $\exists M_1 \in R(M_0)$, 使得 $M_0 \notin R(M_1)$, 由定义 1.7~定义 1.11 可知, $\exists M'_1 = [M_{(P \setminus \bar{p})_1}, M_{PP_1}]$, 使得 $M'_0 \notin R(M'_1)$, 这与题设 (N', M'_0) 是可回复的矛盾. 因此, $\exists M''_0, M'''_0 \in R(M'_0)$, 使得从 (N', M''_0) 中经抽象化操作得到的 (N, M_0) 和从 (N', M'''_0) 中经抽象化操作得到的 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是可回复的. 因为 $p_{in} \in \{p | (p \in P') \wedge (M'_0(p) > 0)\}$, 由定义 1.6~定义 1.12 易知, 从 (N', M'_0) 中经精细化操作得到的 (N, M_0) 和 $(\bar{N}_{PP}, \bar{M}_{PP_0})$ 都是可回复的.

3 共享 PP-型子网合成性质分析

本节将研究共享 PP-型子网合成网对参与合成的各网性质的保持性问题, 给出共享 PP-型子网合成网保持活性、有界性和可回复性的若干条件. 为了清楚起见, 现把文献[6]的有关结论列出如下:

库所合并操作(MERGE-PLACE): 设 (N, M_0) 是一个 Petri 网系统, 其中 $N = (P_0 \cup Q_1 \cup \dots \cup Q_k, T, F)$ 满足如下条件:

(1) $P_0 \cap Q_i = \emptyset, Q_i \cap Q_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, k$;

(2) $\forall p, q \in Q_i: (p \cap q) = \emptyset, (p \cap q) = \emptyset$.

将网系统 (N, M_0) 中的每个库所集 Q_i 合并为一个库所 q_i 后得到网系统 (N', M'_0) , 其中: $N' = (P_0 \cup Q_0, T', F')$; $Q_0 = \{q_1, q_2, \dots, q_k\}$; $T' = T$, 将 F 中所有形如 (t, p) 或 (p, t) (其中 $p \in Q_i$) 的有向弧分别替换为 (t, q_i) 或 (q_i, t) 后得到 F' . M'_0 定义如下:

规则 1. $M'_0(p) = \begin{cases} M_0(p), & p \in P_0 \\ \max_{q \in Q_i} \{M_0(q)\}, & p = q_i \in Q_0 \end{cases}$

规则 2. 该规则仅适用于 $M_0(q) = M_0(q') \forall q, q' \in Q_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 的情况.

$$M'_0(p) = \begin{cases} M_0(p), & p \in P_0 \\ M_0(q), & p = q \in Q_0 \end{cases}$$

引理 3.1^[6]. 设 $N' = (P_0 \cup Q_0, T', F')$ 通过对一个 OAC 网 $N = (P_0 \cup Q_1 \cup \dots \cup Q_k, T, F)$ 进行库所合并操作而得到, 如果 N 满足如下条件:

(1) $\forall p \in P_0, \forall q \in Q_1 \cup \dots \cup Q_k$, 如果 $p \cap q \neq \emptyset$, 则 $p \subseteq q$; (2) 如果 $Q_i \cap Q_j \neq \emptyset$, 则 $Q_i \subseteq Q_j$ 或者 $Q_j \subseteq Q_i$, 则 N' 是一个 OAC 网.

引理 3.2^[6]. 令 (N, M_0) 是一个活的、有界的和可回复的 ST-OAC 网系统, (N', M'_0) 通过对 (N, M_0) 进行库所合并操作而得到. 如果存在一个正的 P-不变量 $\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_{|P_0|}, a_{|P_0|+1}, \dots, a_{|P_0|+|Q_1|}, \dots, a_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_k|})$ 满足 $a_{|P_0|+1} = \dots = a_{|P_0|+|Q_1|}$, $a_{|P_0|+|Q_1|+1} = \dots = a_{|P_0|+|Q_1|+|Q_2|}$, \dots , $a_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_{k-1}|+1} = a_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_k|}$, 并且 N' 是一个 ST-OAC 网, 则 (N', M'_0) 是活的、有界的和可回复的.

引理 3.3^[6]. 设 $N' = (P_0 \cup Q_0, T', F')$ 通过对网 $N = (P_0 \cup Q_1 \cup \dots \cup Q_k, T, F)$ 进行库所合并操作而得到, 如果 N 满足如下条件:

(1) N 是一个 ST-OAC 网;

(2) 对 N 的每一个死锁 D , 如果 $Q_i \subseteq D, i \in \{1, 2, \dots, k\}$, 那么, D 必包含一个陷阱 S , 使得要么 $S \subseteq P_0$, 要么 $Q_i \subseteq S$. 那么, N' 也是一个 ST-OAC 网.

下面定义共享 PP-型子网合成网: 先给出参与合成的各网应满足的条件, 然后给出合成网的定义.

假设 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v0})$ 是 v 个 Petri 网系统, $N_1 \cup N_2 \cup \dots \cup N_v = N_0 \cup \dots \cup N_k$, 其中:

(1) N_0 是各网中不包含 PP-型子网的集合;

(2) $i = \{N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}\} (i = 1, 2, \dots, k)$ 是 PP-型子网的集合, 其中, $N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}$ 是相同类型的 PP-型子网 (在进

行合成时将 $N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}$ 合并成一个 PP-型子网 N'_i).

满足以下条件:

- (1) $N_0 \cap_i = \emptyset, \quad i \cap_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, k;$
- (2) $\forall N_{i1}, N_{i2} \in_i, i = 1, 2, \dots, k, (\overset{\bullet}{p}_{i1in} \cap \overset{\bullet}{p}_{i2in}) = \emptyset, (\overset{\bullet}{p}_{i1out} \cap \overset{\bullet}{p}_{i2out}) = \emptyset;$

(3) 初始状态下, $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v0})$ 中每个 PP-型子网的输入节点中均有托肯.

定义 3.1. Petri 网系统 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v0})$ 的共享 PP-型子网合成网系统 (N', M'_0) 定义如下:

- (1) 将网中相同类型的 PP-型子网 $N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}$ 合并成一个 PP-型子网 $N'_i (i=1, 2, \dots, k)$.

其中, 取 $N'_i = N_{i1}$. 显然, $P'_i = P_{i0} \cup \{p'_{iin}, p'_{iout}\}, P'_{i0} = P_{i10}, p'_{iin} = p_{i1in}, p'_{iout} = p_{i1out}, T'_i = T_{i1}, F'_i = F_{i1}$; 将原来连接到各网 $N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}$ 输入节点的输入弧都连到 p'_{iin} , 将原来由各网 $N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}$ 输出节点的输出的弧改为都由 p'_{iout} 出发指向相应的各节点, 删除 $N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}$;

- (2) $N' = N_0 \cup N'_1 \cup \dots \cup N'_k, P_{in} = \{p_{iin} | i=1, 2, \dots, k\}, p_{iin} (i=1, 2, \dots, k, j=1, 2, \dots, j_i)$ 是 PP-型子网 N_{i1} 的输入节点;

- (3) M'_0 表述如下:

$$\text{规则 1. } M'_0(p) = \begin{cases} M_0(p), & p \in P_0 \\ \max_{l \in \{1, 2, \dots, j_i\}} M_0(p_{iin}), & p = p_{iin} \in P_{in} \\ 0, & p \in P - P_0 - P_{in} \end{cases}$$

规则 2. 该规则仅适于 $M_0(q) = M_0(q') \forall q, q' \in \{p_{iin} | l=1, 2, \dots, j_i\}, i=1, 2, \dots, k$ 的情况:

$$M'_0(p) = \begin{cases} M_0(p), & p \in P_0 \\ M_0(q), & p = q \in P_{in} \\ 0, & p \in P - P_0 - P_{in} \end{cases}$$

注: 如果 (N, M_0) 是一个 Petri 网系统, 其中 $N = N_0 \cup_1 \cup \dots \cup_k, \quad i = \{N_{i1}, N_{i2}, \dots, N_{ij}\} (i=1, 2, \dots, k), N_{il} (i=1, 2, \dots, k; l=1, 2, \dots, j_i)$ 是 PP-型子网) 满足如下条件:

(1) $N_0 \cap_i = \emptyset, \quad i \cap_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, k;$ (2) $\forall N_{i1}, N_{i2} \in_i, i = 1, 2, \dots, k, (\overset{\bullet}{p}_{i1in} \cap \overset{\bullet}{p}_{i2in}) = \emptyset, (\overset{\bullet}{p}_{i1out} \cap \overset{\bullet}{p}_{i2out}) = \emptyset$, 则显然, 定义 3.1 也适合于对一个单独的网系统 (N, M_0) 进行共享 PP-型子网合成得到合成网系统 (N', M'_0) 的情况.

令 $\Omega_i = \{p_{iout} | l=1, 2, \dots, j_i\}, i=1, 2, \dots, k$.

定理 3.1. 设 N_1, N_2, \dots, N_v 都是 OAC 网, N 是关于 N_1, N_2, \dots, N_v 的共享 PP-型子网 $N_{il} (l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k)$ 合成网. 如果在网 N_1, N_2, \dots, N_v 中满足:

- (1) $\forall p \in P_0, \forall q \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_k$, 如果 $p^* \cap q^* \neq \emptyset$, 则 $p^* \subseteq q^*$;
- (2) 如果 $\Omega_i^* \cap \Omega_j^* \neq \emptyset$, 则 $\Omega_i^* \subseteq \Omega_j^*$ 或者 $\Omega_j^* \subseteq \Omega_i^*$, 则 N 是一个 OAC 网.

证明: 首先, 对网 N_1, N_2, \dots, N_v 分别使用抽象化操作 $Abs_{PP}(N_{PP}, \tilde{p})$, 得到网 N'_1, N'_2, \dots, N'_v , 亦即用 $\tilde{p}_{il} (i=1, 2, \dots, k; l=1, 2, \dots, j_i)$ 替换 $N_{il} (i=1, 2, \dots, k; l=1, 2, \dots, j_i)$. 因为 N_1, N_2, \dots, N_v 都是 OAC 网, 根据定义 1.12 和定义 1.4 可知, N'_1, N'_2, \dots, N'_v 都是 OAC 网. 令 $N' = \{N'_1, N'_2, \dots, N'_v\}$, N' 显然是一个 OAC 网. 令 $\Omega'_i = \{\tilde{p}_{il} | l=1, 2, \dots, j_i\}, i=1, 2, \dots, k$, 根据条件(1), 显然有 $\forall p \in P'_0, \forall q \in \Omega'_1 \cup \Omega'_2 \cup \dots \cup \Omega'_k$, 如果 $p^* \cap q^* \neq \emptyset$, 则 $p^* \subseteq q^*$. 根据条件(2), 显然有: 如果 $\Omega'_i^* \cap \Omega'_j^* \neq \emptyset$, 则 $\Omega'_i^* \subseteq \Omega'_j^*$ 或者 $\Omega'_j^* \subseteq \Omega'_i^*$. 对网 N' 使用库所合并操作 (MERGE-PLACE) 得到网 N'' . 根据引理 3.1 可知, N'' 是一个 OAC 网. 然后, 对网 N'' 使用精细化操作 $Ref_{PP}(\tilde{p}, N_{PP})$ 得到网 N , 亦即用 PP-型子网 $N_{il} (i=1, 2, \dots, k)$ 替换库所 $\tilde{p}_{il} (i=1, 2, \dots, k)$. 因为 N_1, N_2, \dots, N_v 都是 OAC 网, 所以 PP-型子网 $N_{il} (i=1, 2, \dots, k)$ 是 OAC 网. 因此, 根据定义 1.4 可知, N 是一个 OAC 网.

针对一个 OAC 网进行共享子网合成, 目标网仍为 OAC 网的情况有:

推论 3.1. 设 $N = N_0 \cup_1 \cup \dots \cup_k (i=1, 2, \dots, k)$ 是 PP-型子网的集合) 是一个 OAC 网, 如果满足:

- (1) $\forall p \in P_0, \forall q \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_k$, 如果 $p^* \cap q^* \neq \emptyset$, 则 $p^* \subseteq q^*$;
- (2) 如果 $\Omega_i^* \cap \Omega_j^* \neq \emptyset$, 则 $\Omega_i^* \subseteq \Omega_j^*$ 或者 $\Omega_j^* \subseteq \Omega_i^*$, 则 N 是一个 OAC 网.

定理 3.2. 设 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v0})$ 都是活的、有界的和可回复的 Petri 网系统, (N, M_0) 是关于 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v0})$ 的共享 PP-型子网 $\{(N_{il}, M_{i10}) | l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k\}$ 的合成网系统; 对 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots,$

(N_v, M_{v_0}) 分别使用抽象化操作得到 $(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), \dots, (N'_v, M'_{v_0})$;令 $(N', M'_0) = \{(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), \dots, (N'_v, M'_{v_0})\}$;令 $Q'_i = \{\tilde{p}_{il} | l=1, 2, \dots, j_i\} (i=1, 2, \dots, k)$; $P'_0 = P' - \{\tilde{p}_{il} | l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k\}$;对 (N', M'_0) 使用合并库所操作(MERGE-PLACE)得到网系统 (N'', M''_0) ;如果满足如下条件:

(1) N' 和 N'' 都是 ST-OAC 网;(2) 存在 N' 的一个正的 P-不变量 $\alpha' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_{|P_0|}, a'_{|P_0|+1}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|+|Q_2|})$ 满足 $a'_{|P_0|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|}$, $a'_{|P_0|+|Q_1|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|+|Q_2|}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_{k-1}|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_k|}$, 则 (N, M_0) 是一个活的、有界的和可回复的 Petri 网系统.

证明:因为对 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v_0})$ 分别使用抽象化操作(用库所 $\tilde{p}_{il} (l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k)$ 替换 PP-型子网 $(N_{il}, M_{i0}) (l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k)$ 得到 $(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), \dots, (N'_v, M'_{v_0})$, 并且 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v_0})$ 都是活的、有界的和可回复的 Petri 网系统, 所以根据引理 2.1~引理 2.3 可知, $(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), \dots, (N'_v, M'_{v_0})$ 都是活的、有界的和可回复的 Petri 网系统, 并且 PP-型闭网 $(\bar{N}_{il}, \bar{M}_{i0}) (l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k)$ 都是活的、有界的和可回复的. 又因为 $(N', M'_0) = \{(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), \dots, (N'_v, M'_{v_0})\}$, 显然, (N', M'_0) 是活的、有界的和可回复的 Petri 网系统. 因为 N' 是一个 ST-OAC 网, 则 (N', M'_0) 是一个活的、有界的和可回复的 ST-OAC 网系统. 对 (N', M'_0) 使用库所合并操作(MERGE-PLACE)得到网系统 (N'', M''_0) . 根据条件(1)、条件(2)和引理 3.2 可知, (N'', M''_0) 是一个活的、有界的和可回复的 Petri 网系统. 根据定义 1.10、定义 1.11, 对 (N'', M''_0) 使用精细化操作(用 PP-型子网 $(N_i, M_{i0}) (i=1, 2, \dots, k)$ 替换库所 $\tilde{p}_i (i=1, 2, \dots, k)$), 显然得到网系统 (N, M_0) . 因为 (N'', M''_0) 是一个活的、有界的和可回复的 Petri 网系统, 并且 $(\bar{N}_i, \bar{M}_{i0}) (i=1, 2, \dots, k)$ 都是活的、有界的和可回复的 Petri 网系统, 则根据引理 2.1~引理 2.3 可知, (N, M_0) 是一个活的、有界的和可回复的 Petri 网系统.

注: (1) 共享 PP-型子网合成的步骤和定理 3.2 的证明思路是:第 1 步,对参与合成的各网系统使用抽象化操作,把某些子网抽象化为库所,将抽象化后得到的网系统看成一个有多个不连通分枝的网系统;第 2 步,对网系统使用库所合并操作(MERGEPLACE),将某些库所合并为一个库所,得到合成网系统;第 3 步,对系统使用精细化操作将相应的库所精细化子网,就得到共享子网合成网系统.引理 2.1~引理 2.3 和引理 3.2 保证了证明过程的正确性.

(2) 关于如何保证 N'' 满足死锁-陷阱性质(ST-property)的问题,只要 N' 满足引理 3.3 的条件,就能保证 N'' 满足死锁-陷阱性质(ST-property).

针对一个网进行子网合成的情况,有:

推论 3.2. 设 (N, M_0) 是一个活的、有界的和可回复的 Petri 网系统,其中, $N = N_0 \cup \dots \cup N_k (i=1, 2, \dots, k)$ 是 PP-型子网的集合. 设 (N^S, M_0^S) 是 (N, M_0) 的合成网系统. 对 (N, M_0) 使用抽象化操作 $Abs_{PP}(N_{PP}, \tilde{p})$ 得到 (N', M'_0) . 令 $Q'_i = \{\tilde{p}_{il} | l=1, 2, \dots, j_i\} (i=1, 2, \dots, k)$, 对 (N', M'_0) 使用库所合并操作(MERGE-PLACE)得到网系统 (N'', M''_0) . 如果满足如下条件:

(1) N' 和 N'' 都是 ST-OAC 网;(2) 存在 N' 的一个正的 P-不变量 $\alpha' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_{|P_0|}, a'_{|P_0|+1}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|+|Q_2|})$ 满足: $a'_{|P_0|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|}$, $a'_{|P_0|+|Q_1|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|+|Q_2|}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_{k-1}|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_k|}$, 则 (N^S, M_0^S) 是一个活的、有界的和可回复的 Petri 网系统.

由定理 3.1 和定理 3.2 可得定理 3.3.

定理 3.3. 设 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v_0})$ 都是活的、有界的和可回复的 Petri 网系统, (N, M_0) 是关于 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v_0})$ 的共享 PP-型子网 $\{(N_{il}, M_{i0}) | l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k\}$ 的合成网系统. 对 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), \dots, (N_v, M_{v_0})$ 分别使用抽象化操作得到 $(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), \dots, (N'_v, M'_{v_0})$. 令 $(N', M'_0) = \{(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), \dots, (N'_v, M'_{v_0})\}$; 令 $Q'_i = \{\tilde{p}_{il} | l=1, 2, \dots, j_i\} (i=1, 2, \dots, k)$, $P'_0 = P' - \{\tilde{p}_{il} | l=1, 2, \dots, j_i; i=1, 2, \dots, k\}$. 对 (N', M'_0) 使用合并库所操作(MERGE-PLACE)得到网系统 (N'', M''_0) ; 如果满足如下条件:

(1) N' 和 N'' 都是 ST-OAC 网;

(2) 存在 N' 的一个正的 P-不变量 $\alpha' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_{|P_0|}, a'_{|P_0|+1}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|+|Q_2|})$ 满足: $a'_{|P_0|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|}$, $a'_{|P_0|+|Q_1|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|+|Q_2|}, \dots, a'_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_{k-1}|+1} = \dots = a'_{|P_0|+|Q_1|+\dots+|Q_k|}$;

(3) $\forall p \in P_0, \forall q \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_k$, 如果 $p \cap q \neq \emptyset$, 则 $p \subseteq q$;

(4) 如果 $\Omega_i \cap \Omega_j \neq \emptyset$, 则 $\Omega_i \subseteq \Omega_j$ 或者 $\Omega_j \subseteq \Omega_i$,

则 (N, M_0) 是一个活的、有界的和可回复的 OAC 网系统。

由推论 3.1 和推论 3.2 可得定理 3.4.

定理 3.4. 设 (N, M_0) 是一个活的、有界的和可回复的 Petri 网系统, 其中 $N = N_0 \cup \dots \cup N_k$ ($i=1, 2, \dots, k$) 是 PP-型子网的集合). 设 (N^S, M_0^S) 是 (N, M_0) 的合成网系统. 对 (N, M_0) 使用抽象化操作 $Ab_{SP}(N_{PP}, \tilde{p})$ 得到 (N', M'_0) . 令 $Q'_i = \{ \tilde{p}_i \mid i=1, 2, \dots, j_i \}$ ($i=1, 2, \dots, k$). 对 (N', M'_0) 使用库所合并操作 (MERGE-PLACE) 得到网系统 (N'', M''_0) . 如果满足如下条件:

(1) N' 和 N'' 都是 ST-OAC 网;

(2) 存在 N' 的一个正的 P-不变量 $\alpha' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_{|P_1|}, a'_{|P_1|+1}, \dots, a'_{|P_1|+|Q'_1|}, \dots, a'_{|P_1|+|Q'_1|+|Q'_2|}, \dots, a'_{|P_1|+|Q'_1|+|Q'_2|+|Q'_3|+1}, \dots, a'_{|P_1|+|Q'_1|+|Q'_2|+|Q'_3|+1})$ 满足: $a'_{|P_1|+1} = \dots = a'_{|P_1|+|Q'_1|}$, $a'_{|P_1|+|Q'_1|+1} = \dots = a'_{|P_1|+|Q'_1|+|Q'_2|}$, $\dots, a'_{|P_1|+|Q'_1|+|Q'_2|+|Q'_3|+1} = \dots = a'_{|P_1|+|Q'_1|+|Q'_2|+|Q'_3|+1}$;

(3) $\forall p \in P_0, \forall q \in \Omega_1 \cup \Omega_2 \cup \dots \cup \Omega_k$, 如果 $p^* \cap q^* \neq \emptyset$, 则 $p^* \subseteq q^*$;

(4) 如果 $\Omega_i \cap \Omega_j \neq \emptyset$, 则 $\Omega_i \subseteq \Omega_j$ 或者 $\Omega_j \subseteq \Omega_i$,

则 (N^S, M_0^S) 是一个活的、有界的和可回复的 OAC 网系统。

4 应用

下面用本文中刚刚提到的 Petri 网共享 PP-型子网合成方法对一个子系统共享问题进行验证.

图 3~图 5 给出了 3 个柔性制造系统的模型(由文献[6]改造而得), 它们共享两种子系统. 这 3 个系统被描述为 3 个活的、有界的和可回复的 OAC 网系统 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), (N_3, M_{30})$. 它们共享两种类型的子网 $\Omega_1 = \{N_{a1}, N_{a2}\}$ 和 $\Omega_2 = \{N_{b1}, N_{b2}, N_{b3}, N_{b4}\}$, 其中 $N_{a1}, N_{a2}, N_{b1}, N_{b2}, N_{b3}, N_{b4}$ 都是 PP-型子网.

首先, 对网系统 $(N_1, M_{10}), (N_2, M_{20}), (N_3, M_{30})$ 分别使用 PP-型子网抽象化操作 $Ab_{SP}(N_{PP}, \tilde{p})$, 得到 3 个网系统 $(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), (N'_3, M'_{30})$. 显然, 根据引理 2.1~引理 2.3 可知, $(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), (N'_3, M'_{30})$ 是 3 个活的、有界的和可回复的 ST-OAC 网系统.

然后, 令 $(N'', M''_0) = \{(N'_1, M'_{10}), (N'_2, M'_{20}), (N'_3, M'_{30})\}$. 对 (N'', M''_0) 使用库所合并操作 (MERGE-PLACE) 得到网系统 (N'', M''_0) . 由引理 3.2 可知, (N'', M''_0) 是一个活的、有界的和可回复的 ST-OAC 网系统.

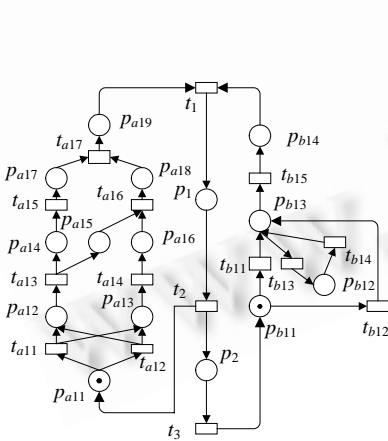


Fig.3 Net system 1

图 3 网系统 1

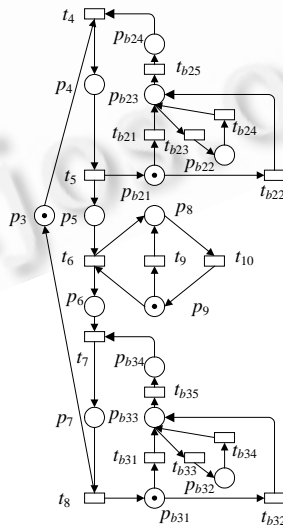


Fig.4 Net system 2

图 4 网系统 2

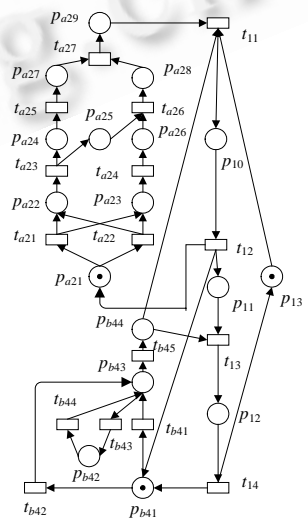


Fig.5 Net system 3

图 5 网系统 3

最后, 对 (N'', M''_0) 使用 PP-型子网精细化操作 $Ref_{PP}(\tilde{p}, N_{PP})$, 就得到网系统 (N, M_0) . 由定理 3.3 可得, 共享 PP-型子网合成网系统 (N, M_0) (如图 6 所示) 是一个活的、有界的和可回复的 OAC 网系统.

以上给出的只是一个柔性制造系统合成设计的例子.其实,本文的合成方法也可应用于其他大型复杂系统(如业务过程处理系统等)的设计.因此,具有一定的实用性.

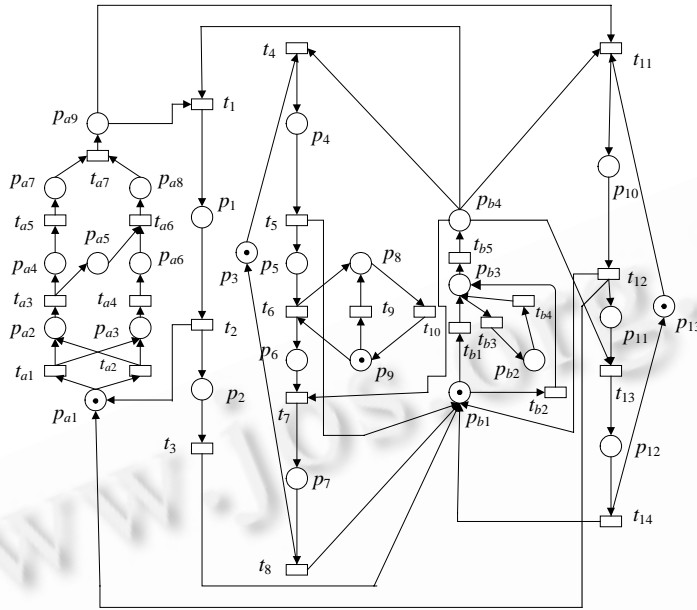


Fig.6 Synthesis net system

图 6 合成网系统

5 结 论

本文研究了共享 PP-型子网合成网系统对参与合成的各网性质的保持性问题.采用了一种关于 Petri 网的由抽象化到精细化描述方法.共享 PP-型子网合成的一个主要优点是合成网可保持活性、有界性和可恢复性.目前存在的合成方法大多对状态机、标识图或 AC 网等的单个库所进行归并合成,用于解决资源共享问题.本文的方法虽然也是对 AC 网进行合成,但解决了部分子系统的共享问题.文中通过对 3 个制造系统进行共享子系统合成性质的分析和验证,进一步说明了该合成方法的有效性.本文的结果可为复杂大系统的分析提供有力的保证.下一步的研究工作应是扩展本文的结果对更为广泛的 Petri 网类进行合成或对其他性质(如公平性、守恒性和非阻塞性)的保持性问题进行研究.

References:

- [1] Ezpeleta J, Colom JM, Martinez J. A Petri net based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems. *IEEE Trans. on Robotics Automat*, 1995,11(2):173-184.
- [2] Park J, Reveliotis SA. Deadlock avoidance in sequential resource allocation systems with multiple resource acquisitions and flexible routings. *IEEE Trans. on Automat*, 2001,46(10):1572-1582.
- [3] Bednarczyk MA, Bernardinello L, Caillaud B, Pawlowski W, Pomello L. Modular system development with pullbacks. In: van der Alast WMP, Best E, eds. *Proc. of the 24th Int'l Conf. on Application and Theory of Petri Nets*. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 140-160.
- [4] Esparza J, Silva M. Top-Down synthesis of live and bounded free choice nets. In: Rozenberg G, ed. *Advances in Petri Nets 1991*. LNCS 524, Berlin: Springer-Verlag, 1991. 118-139.
- [5] Badouel E, Darondeau P. The synthesis of Petri nets from path-automatic specifications. *Information and Computation*, 2004,193: 117-135.

- [6] Jiao L, Cheung TY, Lu W. On liveness and boundedness of asymmetric choice nets. *Theoretical Computer Science*, 2004,311: 165–197.
- [7] Franceschinis G, Gribaudo M, Iacono M, Marrone S, Mazzocca N, Vittorini V. Compositional modeling of complex systems: Contact center scenarios in OsMoSys. In: Cortadella J, Reisig W, eds. *Proc. of the 25th Int'l Conf. on Application and Theory of Petri Nets*. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 177–196.
- [8] Juhás G, Lorenz R, Neumair C. Synthesis of controlled with modules of signal nets. In: Cortadella J, Reisig W, eds. *Proc. of the 25th Int'l Conf. on Application and Theory of Petri Nets*. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 238–257.
- [9] Yoo DH, Lee DI, Lee JA. Operation net system: A formal design representation model for high-level synthesis of asynchronous systems based on transformations. In: Cortadella J, Reisig W, eds. *Proc. of the 25th Int'l Conf. on Application and Theory of Petri Nets*. Berlin: Springer-Verlag, 2004. 435–453.
- [10] Mäkelä M. Model checking safety properties in modular high-level nets. In: van der Alast WMP, Best E, eds. *Proc. of the 24th Int'l Conf. on Application and Theory of Petri Nets*. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 201–220.
- [11] van Hee K, Sidorova N, Voorhoeve M. Soundness and separability of workflow nets in the stepwise refinement approach. In: van der Alast WMP, Best E, eds. *Proc. of the 24th Int'l Conf. on Application and Theory of Petri Nets*. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 337–356.
- [12] Chen H. Control synthesis of Petri nets based on S-decreases. *Discrete Event Dynamic Systems: Theory and Applications*, 2000, 10:233–249.
- [13] Christensen S, Petrucci L. Modular analysis of Petri nets. *The Computer Journal*, 2000,43(3):224–242.
- [14] Chao DY. Petri net synthesis and synchronization using knitting technique. *Journal of Information Science and Engineering*, 1999, 15:543–568.
- [15] Souissi Y. On liveness preservation by composition of nets via a set of places. In: Rozenberg G, ed. *Advances in Petri Nets 1991*. LNCS 524, Berlin: Springer-Verlag, 1991. 277–295.
- [16] Murata T. Petri nets: Properties, analysis, and applications. *Proc. of the IEEE*, 1989,77(4):541–580.
- [17] Reisig W. *Petri Nets an Introduction*. Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- [18] Huang H, Cheung TY, Mak WM. Structure and behavior preservation by Petri-net-based refinements in system design. *Theoretical Computer Science*, 2004,328:245–269.



夏传良(1967 -),男,山东茌平人,博士,副教授,CCF 高级会员,主要研究领域为 Petri 网,算法设计与分析,计算机网络与通信.



陆维明(1941 -),男,研究员,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为 Petri 网,软件工程,算法设计与分析.



焦莉(1964 -),女,博士,研究员,CCF 高级会员,主要研究领域为 Petri 网,算法设计与分析.