

预估计混叠度的 MAP 超分辨率处理算法*

孟庆武⁺

(哈尔滨工业大学 航天学院,黑龙江 哈尔滨 150001)

An Aliasing Degree Pre-Estimated MAP Algorithm of Super-Resolution Processing

MENG Qing-Wu⁺

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-451-86419233, E-mail: mengqw2001@yahoo.com, <http://www.hit.edu.cn>

Received 2003-01-21; Accepted 2003-06-04

Meng QW. An aliasing degree pre-estimated MAP algorithm of super-resolution processing. *Journal of Software*, 2004,15(2):207~214.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/207.htm>

Abstract: In this paper, a sort of aliasing degree pre-estimated MAP (maximum a posteriori) algorithm, PEMAP, is proposed. It is used in super-resolution processing of satellite images on the ground. The aliasing degree of satellite images is firstly determined in frequency domain by spectrum analysis, and then used in a joint estimation of the registration parameters and high-resolution image in space domain as a priori information. This algorithm overcomes the blindness and instability of the MAP algorithm and improve its flexibility. Good results have been shown in a practical satellite image processing.

Key words: satellite image; super-resolution processing; aliasing degree; registration parameter; MAP (maximum a posteriori) estimation

摘要: 提出一种预估计混叠度的 PEMAP(pre-estimated MAP (maximum a posteriori))算法,用于卫星图像的地面超分辨率处理.它通过频域分析确定卫星图像的混叠度,将其作为先验信息在空域控制 MAP 估计的循环迭代,联合估计帧间位移和高分辨率图像.该算法克服了最大后验概率 MAP 算法的盲目性和不稳定性,使其适应性更好.实际的卫星图像处理显示了较好的处理效果.

关键词: 卫星图像;超分辨率处理;混叠度;位移参数;MAP(maximum a posteriori)估计

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

图像复原及超分辨率处理是图像处理的一项重要内容.它以改善图像质量为目标,以求获得更清晰的高分辨率图像.在过去的 30 年中,对于退化图像的复原以及高分辨率图像的获得,人们已经形成了较为成型的系统理论.

用线性的退化过程模拟图像的退化,由品质已经下降的图像恢复原始的图像,这是传统的线性处理方法.它

* Supported by the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2002AA716071 (国家高技术研究发展计划(863))

作者简介: 孟庆武(1968—),男,山东潍坊人,博士,高级工程师,主要研究领域为图像处理.

的系统矩阵是托普利茨块,其联立方程组在块循环近似算法中可以用二维离散付氏变换解开.具有代表性的图像恢复技术有滤波、维纳滤波、有约束最小平方等.

近 10 多年来,计算机技术的迅速发展允许更为复杂和费时的计算.人们可以考虑非线性的退化模型.R.Y. Tsai 在 1984 年首次提出利用多帧低分辨率图像来恢复一帧高分辨率图像.利用多帧低分辨率图像中所包含的丰富信息量进行超分辨率处理,可以获得高于记录图像中所用相机分辨率的高分辨率图像,拓宽输入图像的频谱范围,这是非线性的超分辨率处理方法,如频域算法、凸集投影(projections onto convex sets,简称 POCS)算法、最大后验概率(maximum a posteriori,简称 MAP)算法.

频域算法认为欠采样低分辨率图像的频谱是由实际景物的频谱混叠构成的.利用傅立叶变换的位移特性,推导出欠采样图像频谱与连续图像频谱之间的频率混叠公式,实际上是反映其平移关系的一组频域方程.如果有足够的帧数,就可以解出实际景物的频谱,再通过反傅立叶变换就可以得到未混叠的景物图像.

这种频域解混叠算法要求实际景物图像的频谱满足有限带宽,才能估算出欠采样图像的帧间位移参数,进而求解高分辨率图像.在多数情况下这都是不实际的,不可避免地会产生病态的平移关系矩阵.而且,此算法要求有最小限定数量的输入低分辨率图像帧数,在实际中也往往无法满足.

S.P. Kim 在文献[1]中考虑了噪音对频域算法的影响.把高斯噪音加入欠采样的低分辨率图像,再通过最小平方算法解出这组频域方程组,达到对噪音的抑制作用.S.P. Kim 又在文献[2]中进一步引入了模糊,在频域对病态问题进行 Tychonov 正则化处理.处理结果不够稳定,同时噪音的影响也较大.

POCS 算法是与频域算法相对应的空域高分辨率图像重建方法.其前身是用于医学图像处理的重复迭代后向投影(iterative back projection,简称 IBP)算法,由猜测的初始图像开始迭代,并按照模拟误差逐次修正图像.

A.M. Tekalp, A.J. Patti 以及 Mehmet 等人在文献[3~5]中很好地发展了 POCS 算法,提出应用集理论恢复(set theoretic restoration)来处理含噪音并模糊的多帧低分辨率图像.把未知图像假设为一个适宜的希尔伯特(Hilbert)空间中的元素,关于未知图像的每一个先验知识或约束限制了希尔伯特空间中的一个封闭凸集的解,引入幅度边界的限制(0~255),导出求解未知图像的迭代公式,由初始估计迭代计算高分辨率图像.

空域迭代 POCS 算法的计算量和储存量都比较大,尤其对于线性移变模糊模型不能实施快速算法,致使这个算法实时性差,难以广泛应用,主要用于医学图像处理,并且其收敛性被证明仅适用于测量图像间的仿射几何畸变情况.

R.R. Schultz 在文献[6,7]中提出利用统计估计方法来解决多帧低分辨率图像的高分辨率重建问题,并实现了 MAP 重复递归算法.使用边缘保持 Huber-Markov 随机场作为图像先验模型,用块匹配算法计算帧间位移,依据贝叶斯准则,通过最大化条件概率函数得到未知图像的 MAP 估计.

Russel C. Hardie 在文献[8]中采取循环协同下降的优化算法,使代价函数对高分辨率图像和位移参数同时达到最小化.每次迭代过程中位移参数都根据最新计算的高分辨率图像更新,这样就有效利用了多帧观测资料.其估计算法同时考虑了图像模糊、欠采样、噪音等图像降质因素,与频域算法和 POCS 算法相比,没有频域算法出现的病态问题,又比 POCS 算法在运算速度上快许多.

但是,在 IEEE 文献[8]中没有考虑欠采样低分辨率图像的混叠程度.而混叠程度却是低分辨率图像的重要参数,反映了光学系统的成像精度.这样就不可避免地导致算法的盲目和不稳定性,常常陷入局部最优,得不到理想解.

要同时估计出混叠参数、运动参数和高分辨率图像是很难的.我们提出通过对低分辨率图像的频谱分析预估估计混叠度,然后将混叠参数作为先验信息,用于空域 MAP 估计的循环迭代控制.实际处理证明,充分利用已知图像信息对混叠度这一反映成像精度的重要参数作预估计,帮助算法跳出局部最优,得到全局理想解,提高超分辨率处理的精度,更重要的是克服了其处理的盲目性和不稳定性,使算法适应性更好,使大量卫星图像的实际处理成为可能.

1 数学模型

超分辨率处理利用包含在多帧低分辨率图像中的附加信息量来重构一帧高分辨率图像,以获得高于实测

图像中所用摄像机分辨率的图像.其中如何解开实测欠采样低分辨率图像中的信号混叠,是超分辨率处理的核心问题.

图像混叠在频域表现为折叠相加过程,在空域表现为卷积过程.频域算法通过求解高分辨率图像与低分辨率图像频谱之间的平移关系矩阵来解开频域的频谱叠加,而 MAP 空域算法则通过误差迭代来实现空域的高分辨率图像与低分辨率图像之间的反卷积.

实测图像的成像用卷积模型来表示.对于 p 帧低分辨率的图像 $Y = [y_1^T, y_2^T, \dots, y_p^T]^T = [y_1, y_2, \dots, y_{pM}]^T$, 其中 $M = N_1 N_2$. 设待重建的高分辨率图像 $Z = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$, 其中 $N = L_1 N_2 L_1 N_2$. 第 k 帧低分辨率图像 Y_k 等于高分辨率图像 Z 与成像核函数 W 的卷积加上高斯噪音 η_k :

$$Y_{k,m} = \sum_{r=1}^N W_{k,m,r}(D_k, S_k) Z_r + \eta_{k,m} \quad (1)$$

其中 $m = 1, 2, \dots, M, k = 1, 2, \dots, p$. $W_{k,m,r}(D_k, S_k)$ 代表高分辨率图像 Z 的第 r 个像素与第 k 帧低分辨率图像 Y_k 的第 m 个像素之间的关系. 向量 $D_k = [d_{k,x}, d_{k,y}]^T$ 是第 k 帧低分辨率图像的混叠参数. 向量 $S_k = [h_k, v_k]^T$ 是第 k 帧低分辨率图像的位移参数. $\eta_{k,m}$ 是方差为 σ_η^2 的加性高斯噪音,其多元概率密度函数表示如下:

$$P_{r(n)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{pM}{2}} \sigma_\eta^{pM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} n^T n\right\} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{pM}{2}} \sigma_\eta^{pM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_{m=1}^{pM} \eta_m^2\right\} \quad (2)$$

成像核函数卷积模型等同于式(3):

$$Y_k = D_k C_k F_k Z + \eta_k \quad (3)$$

其中 D_k, C_k 和 F_k 分别是作用于高分辨率图像 Z 的位移、模糊和抽取矩阵,用框图表示,如图 1 所示.

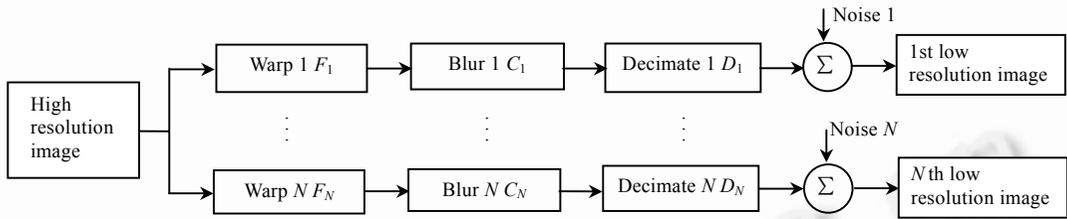


Fig.1 Simulation model of imaging
图 1 模拟成像模型

2 混叠度预估计

欠采样低分辨率图像中的信号发生混叠,高频端频率成分折叠到了低频端,使信号有效带宽变窄,图像分辨率降低(如图 2 和图 3 所示).

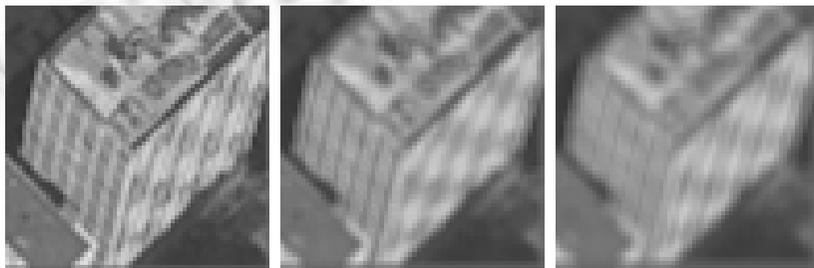


Fig.2 Undersampled images of different aliasing degree
图 2 不同混叠度的欠采样图像

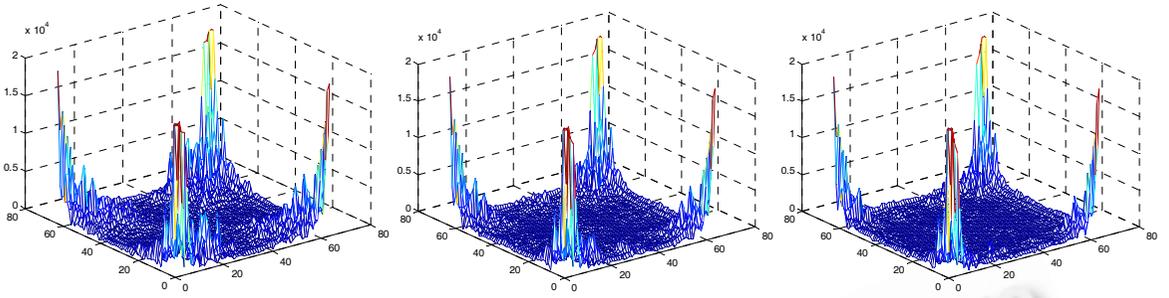


Fig.3 Spectrum contrast of different aliasing degree images
图3 不同混叠度图像的频谱对比

取实测图像中信号 $y_k = [y_{k,1}, y_{k,2}, \dots]^T$, 其频谱 $Y_k(f)$ 为

$$Y_k(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_k(t) e^{-i2\pi ft} dt \tag{4}$$

功率谱 $S_k(f)$ 为

$$S_k(f) = |Y_k(f)|^2 \tag{5}$$

由波谱特征我们知道,功率谱 $S_k(f)$ 是频率 f 的函数:

$$S_k(f) = Af^\beta \tag{6}$$

两边取对数:

$$\log S_k(f) = \log A + \beta \log f \tag{7}$$

得到谱指数 β :

$$\beta = \frac{\log S_k(f) - \log A}{\log f} \tag{8}$$

谱指数代表图像频谱中高、低频率成分之间的比率.信号混叠造成高频成分丢失、有效频带变窄,使谱指数降低.谱指数的大小直接反映了图像混叠程度的大小.

在已知高清晰图像的条件下,可以通过不同混叠程度的一系列降质图像,准确地拟合出谱指数与混叠度之间的关系,由输入图像的谱指数求准混叠度,用于 MAP 迭代估计.

在高清晰图像未知的情况下,要准确求出输入模糊卫星图像的混叠程度是比较难的.我们通过其他参照卫星图像得到谱指数与混叠度之间的经验公式,或者由图像再降质得到它们之间的相对关系,从而估计出严重影响图像恢复质量的这一重要参数的相对值,以帮助算法跳出局部最优.图 4 反映了混叠度与谱指数的近似正比关系.

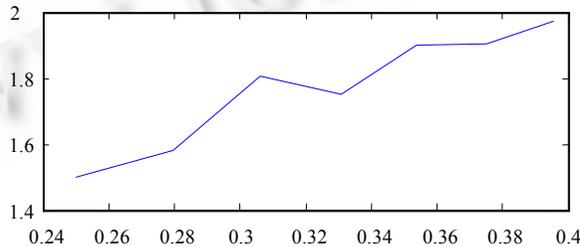


Fig.4 Spectrum exponent curve of different aliasing degree images
图4 不同混叠度图像的谱指数曲线

3 MAP 估计

在给定低分辨率图像 Y 的情况下,对高分辨率图像 Z 和位移 S 作出估计,可以用式(9)表示.

$$\hat{Z}, \hat{S} = \arg \max_{Z, S} \Pr(Z, S, D | Y) \quad (9)$$

其中 D 为低分辨率图像的混叠度.由贝叶斯准则可知:

$$\hat{Z}, \hat{S} = \arg \max_{Z, S} \frac{\Pr(Y | Z, S, D) \Pr(Z, S, D)}{\Pr(Y)} \quad (10)$$

分母 $\Pr(Y)$ 不是 Z, S 或 D 的函数,且 Z, S 和 D 互为独立变量,高分辨率图像 Z 的 MAP 估计可以改写为

$$\hat{Z}, \hat{S} = \arg \max_{Z, S} \Pr(Y | Z, S, D) \Pr(Z) \Pr(S) \Pr(D) \quad (11)$$

式(11)等价于式(12):

$$\hat{Z}, \hat{S} = \arg \min_{Z, S} L(Z, S, D) = \arg \min_{Z, S} \{-\log[\Pr(Y | Z, S, D)] - \log[\Pr(Z)] - \log[\Pr(S)] - \log[\Pr(D)]\} \quad (12)$$

经过公式推导,高分辨率图像的 MAP 估计转化成求代价函数 $L(Z, S, D)$ 的极值问题.

由低分辨率图像 Y 直接估计高分辨率图像 Z 通常是病态的反问题,导致噪音过度放大.合适地选择概率密度函数 $\Pr(Z)$ 起到正则化的作用.选取高斯模型来反映随机场 Z 的统计特征,其概率密度函数如下:

$$P_{r(Z)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_z|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} Z^T C_z^{-1} Z\right\} \quad (13)$$

其中 C_z 是 Z 的 $N \times N$ 协方差矩阵.

用 $C_{i,j}^{-1}$ 表示 C_z^{-1} 中的第 (i, j) 个元素,它的值由式(14)给出:

$$C_{i,j}^{-1} = \frac{1}{\lambda} \sum_{r=1}^N d_{i,r} d_{j,r} \quad (14)$$

上式表示 Z 中的 N 个元素对 $C_{i,j}^{-1}$ 都有影响.将式(13)指数项中的 C_z^{-1} 表示成因子相乘的形式:

$$P_{r(Z)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_z|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N Z^T d_i d_i^T Z\right\} \quad (15)$$

其中 $d_i = [d_{i,1}, d_{i,2}, \dots, d_{i,N}]^T$ 是系数向量, λ 是控制参数.因而先验模型可改写为

$$P_{r(Z)} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_z|^{1/2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} Z_j\right)^2\right\} \quad (16)$$

混叠参数先验模型 $\Pr(D)$ 为常数,而运动参数先验模型 $\Pr(S)$ 的选取由具体应用所特定.在信噪比(SNR)很低或需要对很多参数作出估计的情况下,事先确定一个有效的先验统计模型是十分有益的.但当信噪比(SNR)较高并且只需估计相对较少数量的参数时,就不需要预先选择先验模型以产生有用解.在多数情况下,运动参数可以由观测图像明显超定,无须依靠先验模型作出估计.

根据数学模型和噪音概率密度函数,写出条件概率密度函数 $\Pr(Y | Z, S, D)$:

$$\Pr(Y | Z, S, D) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{pM}{2}} \sigma_\eta^{pM}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_{m=1}^{pM} \left(Y_m - \sum_{r=1}^N W_{m,r}(S, D) Z_r\right)^2\right\} \quad (17)$$

忽略与 Z, S 和 D 无关的项,MAP 估计变成:

$$\hat{Z}, \hat{S} = \arg \min_{Z, S} L(Z, S, D) = \arg \min_{Z, S} \left\{ \frac{1}{2\sigma_\eta^2} \sum_{m=1}^{pM} \left(Y_m - \sum_{r=1}^N W_{m,r}(S, D) Z_r\right)^2 + \frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^N d_{i,j} Z_j\right)^2 \right\} \quad (18)$$

上式中求 $L(z, s, d)$ 对 S 的微分很不容易,同时估计 Z 和 S 使 $L(z, s, d)$ 达到极小就更为困难.但是,如果给定 Z ,就可以按一定算法搜索确定一组有限的离散运动参数,使 $L(z, s, d)$ 对 S 达到极小.同时,给定了运动参数 S ,并且已知混叠参数 D , $L(z, s, d)$ 构成的关于 Z 的二次函数就可以对 Z 极小化.因此,采用周期性下降的循环方法求解代价函数 $L(z, s, d)$ 的极值问题,得到高分辨率图像的 MAP 估计.

每次迭代中先给定 Z 作为高分辨率图像 $\hat{z}^n = [\hat{z}_1^n, \hat{z}_2^n, \dots, \hat{z}_n^n]^T$ 的当前估计,由式(19)计算运动参数.

$$\hat{S}_k^n = \arg \min_{S_k} \left\{ \sum_{m=1}^M \left(Y_{k,m} - \sum_{r=1}^N W_{k,m,r}(S_k, D_k) \hat{Z}_r^n \right)^2 \right\}, \quad k=1,2,\dots,p \quad (19)$$

代价函数 $L(z,s,d)$ 在向量 Z 方向上的梯度为

$$\nabla_Z L(Z, S, D) = \frac{1}{\sigma_\eta^2} (W_{S,D}^T W_{S,D} Z - W_{S,D}^T Y) + C_Z^{-1} Z \quad (20)$$

其中

$$\nabla_Z L(Z, S, D) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(Z, S, D)}{\partial Z_1} \\ \frac{\partial L(Z, S, D)}{\partial Z_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial L(Z, S, D)}{\partial Z_N} \end{bmatrix} \quad (21)$$

将运动参数 $S = \hat{S}^n$ 和混叠参数 D 用于第 n 次迭代,使 $\nabla_Z L(Z, S, D)|_{S^n, D} = 0$,解出第 $n+1$ 次迭代估计:

$$\hat{Z}^{n+1} = [W_{S^n, D^n}^T W_{S^n, D^n} + \sigma_\eta^2 C_Z^{-1}]^{-1} W_{S^n, D^n}^T Y \quad (22)$$

经过反复迭代,直到 $\|\hat{Z}^{n+1} - \hat{Z}^n\| / \|\hat{Z}^n\| < \varepsilon$ 为止, ε 为误差门限,得到重构的高分辨率图像.

在实现中采用如图 5 所示的原理框图.

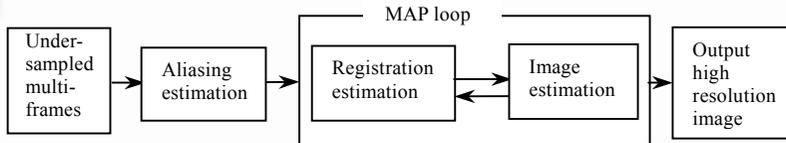


Fig.5 Steps of PEMAP super-resolution processing
图 5 PEMAP 超分辨率处理步骤

根据超分辨率处理原理框图确定算法流程图(如图 6 所示).

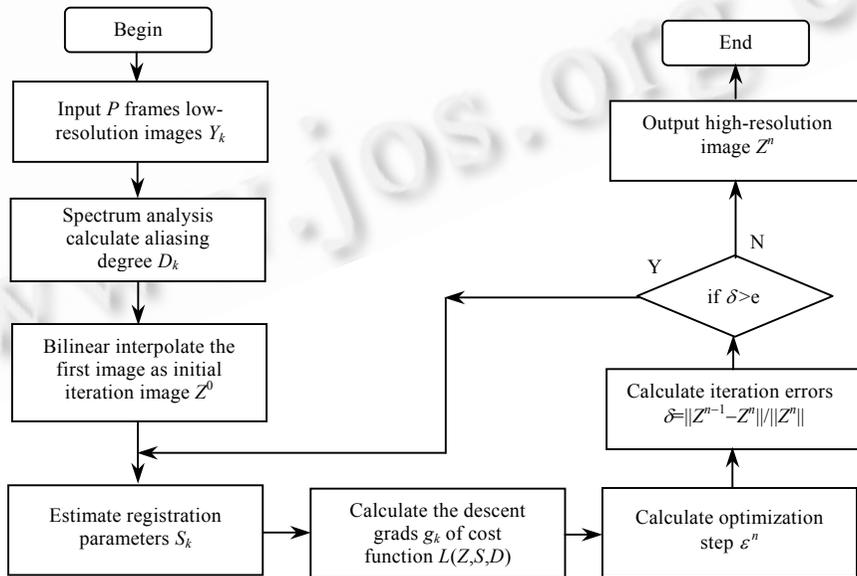


Fig.6 Flow chart of PEMAP estimation algorithm
图 6 PEMAP 估计算法流程图

4 实验结果

实际卫星图像处理显示了 PEMAP 算法较好的稳定性和处理效果,如图 7~图 12 所示.

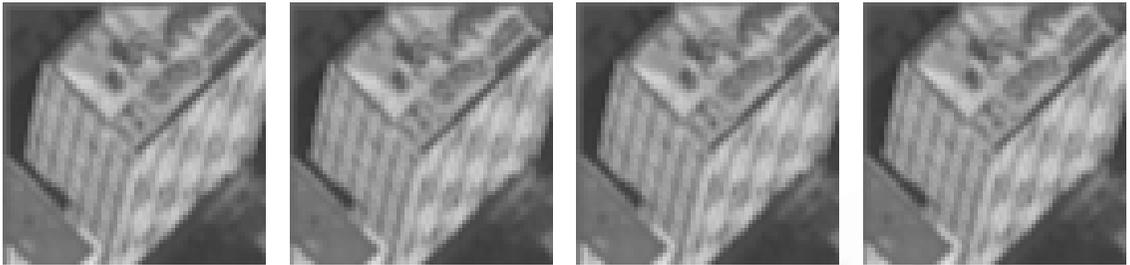


Fig.7 Four frames of input satellite images
图 7 4 幅输入卫星图像

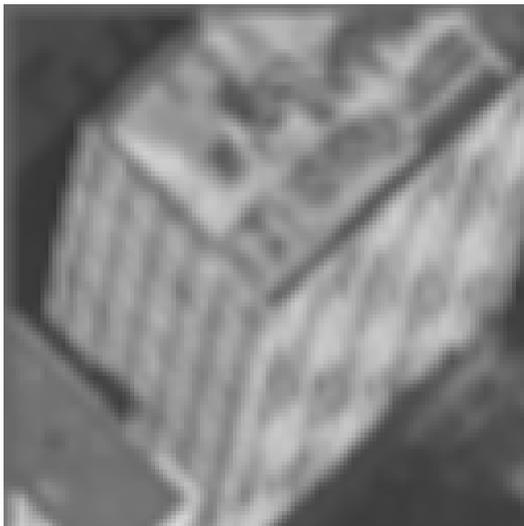


Fig.8 Result of bilinear interpolation
图 8 双线性插值结果

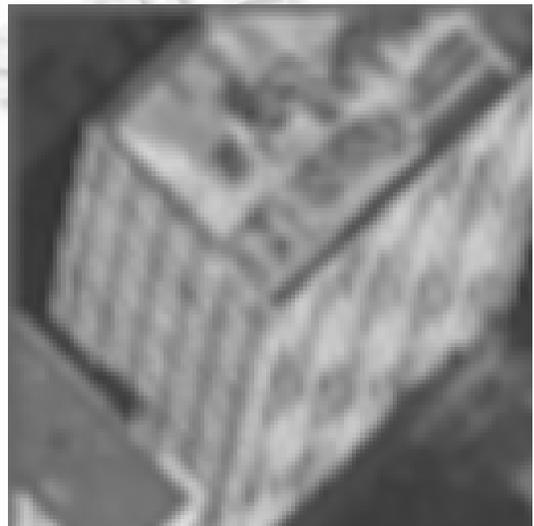


Fig.9 Result of bicubic interpolation
图 9 双三次插值结果

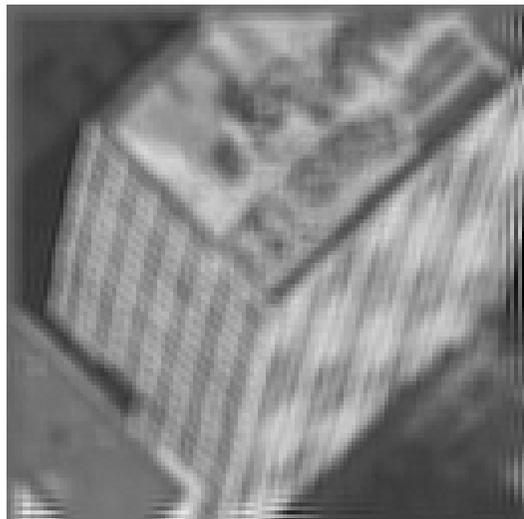


Fig.10 Result of MAP estimation in IEEE
图 10 IEEE 中 MAP 算法处理结果

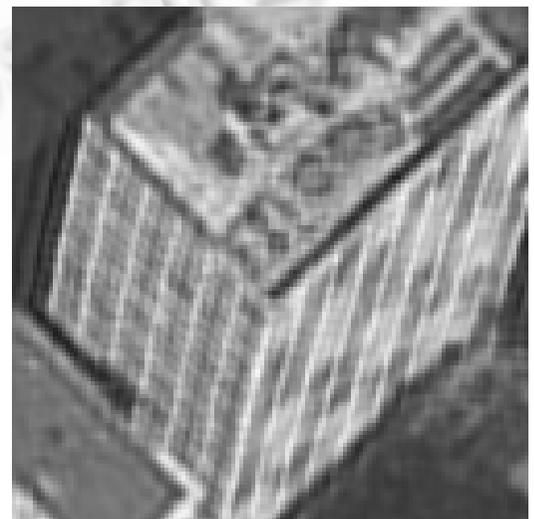


Fig.11 Result of PEMAP estimation
图 11 PEMAP 估计算法处理结果

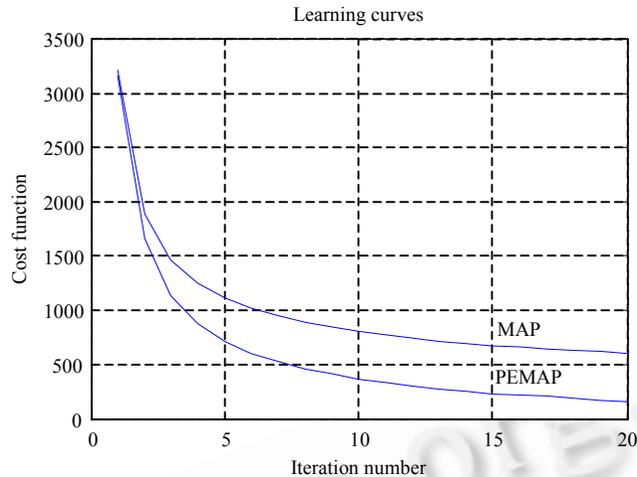


Fig.12 Learning curve contrast of cost function
图 12 代价函数学习曲线对比

处理结果显示,美国 IEEE 文献中实现的 MAP 算法构造的代价函数 $L(Z,S)$ 没有考虑混叠参数的影响,因此不可避免地导致了算法的盲目和不稳定性,从而无法解开欠采样低分辨率输入图像的混叠,陷入了局部最优.而预估计混叠度的 PEMAP 算法以很快的速度收敛,解开了低分辨率输入图像的混叠,重建高分辨率图像的效果较为理想.

5 结 语

作为一种有效的空域迭代超分辨率处理方法,MAP 算法不像频域算法那样容易产生畸变和噪音放大,成为目前图像处理领域的研究热点.在国外文献中,不同学者利用贝叶斯准则提出了多种不同的 MAP 实现算法.他们大都围绕不同的正则化操作,通过给出不同的先验模型,例如泊松分布或高斯分布,按照不同的概率密度函数来反映平稳随机场的统计特征.我们进一步考虑了图像混叠程度的影响,通过频谱分析预估计欠采样低分辨率图像的混叠度,然后参与帧间位移以及重建高分辨率图像间的循环迭代估计.混叠度是低分辨率图像的重要性质,反映了光学系统的成像精度.我们利用已知图像信息,对图像混叠度这一重要参数作出预估计,帮助算法跳出局部最优,得到全局理想解,提高了超分辨率处理的精度,克服了其盲目性和不稳定性,使算法的适应性更好.

References:

- [1] Kim SP, Bose NK, Valenzuela HM. Recursive reconstruction of high-resolution image from noisy undersampled multiframes. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1990,38(6):1013~1027.
- [2] Kim SP, Su WY. Recursive high-resolution reconstruction of blurred multiframe images. In: Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP). Toronto: IEEE Press, 1991. 2977~2980.
- [3] Tekalp AM, Ozkan MK, Sezan MI. High-Resolution images reconstruction from lower-resolution images sequences and space varying images restoration. In: Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). San Francisco: IEEE Press, 1992. 169~172.
- [4] Patti AJ, Sezan MI, Tekalp AM. High-Resolution image reconstruction from a low-resolution image sequence in the presence of time-varying motion blur. In: Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Image Processing (ICIP). Austin: IEEE Press, 1994. 343~347.
- [5] Mehmet KA, Murat T, Sezan MI. POCS-Based restoration of space-varying blurred images. IEEE Trans. on Image Processing, 1994,3(4):450~454.
- [6] Schultz RR, Stevenson RL. Improved definition video frame enhancement. In: Proc. of the IEEE International Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP). Detroit: IEEE Press, 1995. 2169~2172.
- [7] Schultz RR, Stevenson RL. Extraction of high-resolution frames from video sequences. IEEE Trans. on Image Processing, 1996, 5(6):996~1011.
- [8] Hardie RC, Barnard KJ, Armstrong EE. Joint MAP registration and high-resolution image estimation using a sequence of undersampled images. IEEE Trans. on Image Processing, 1997,38(6):1621~1633.