

多值指数式多向联想记忆模型*

陈松灿 高航

(南京航空航天大学计算机系 南京 210016)

E-mail: cancs@nuaa.edu.cn

摘要 多向联想记忆 MDAM (multidirectional associative memory) 模型是 Kosko 双向联想记忆模型 BAM (bidirectional associative memory) 的一个直接推广, 它可应用于数据融合及维数分裂, 使模型能处理大维数输入问题。目前所提出的若干种多向模型均局限于二值输入/输出模式对, 但如在图象处理等的实际应用中, 所处理的模式均是多值的。本文的目的就是提出一个多值指数式多向联想记忆模型 MVeMDAM (multivalued exponential multidirectional associative memory), 证明其在同步和异步更新方式下的稳定性, 从而确保多值模式对成为 MVeMDAM 的稳定态。最后给出的计算机模拟证实了 MVeMDAM 的可行性。

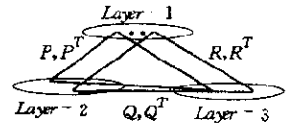
关键词 (多向)联想记忆, 多值, 稳定性, 指数, 神经网络。

中图法分类号 TP18

在多向联想记忆模型 MDAM (multidirectional associative memory) 中, 可以在一组 (如 (X_i, Y_i, Z_i))^[1] 数据模式之间进行多向联想。这种 MDAM 结构便是 Kosko^[2] 模型的直接推广。MDAM 的一个优点是回忆一组数据, 许多其他同属一模式组的联想对都能被回忆。例如, 给出一个 3-向模式联想组 (X_i, Y_i, Z_i) , (Y_i, Z_i) 可用输入 X_i 得以回忆。由于基于 Kosko 学习算法的 MDAM^[1] 具有如下缺陷: ① 无法实现对所有层的完全回忆; ② 容量有限; ③ 随着回忆方向 (如 N 个方向) 数的增加, 训练的时空复杂性大大提高。为克服上述缺陷, Naik 等^[3] 提出了不同结构的两个 MDAM。在第 1 种结构中采用高阶神经元改进存储量, 而在第 2 种结构中, 结合反传 (Counter-Propagation) 网络减少训练时间及空间复杂性, 同时提高了网络的存储容量。Hattori 等^[4] 提出了另一个改进型 MDAM。此模型能够存储和回忆含有共同项的模式组, 从而改善了 MDAM 的性能。尽管这些模型借助新的学习算法及改变网络结构部分改进了文献 [1] 的结果, 但存在两点不足: 一是没有任何理论上的稳定性证明, 因而无法说明训练模式组能否被存储; 二是所用的实验数据较少 (约 20 个), 一般仅能用于较小规模的问题, 因此暴露出应用的局限性。鉴于此, 作者在文献 [5] 中提出了一个改进的指数式多向 AM (eMDAM), 一方面, 首次给出了同类模型所缺乏的稳定性证明; 另一方面, 实验数据集相应地扩大到上百。eMDAM 具有较高的存储容量和纠错性能, 并且极易推广到任意向情形。不过, 所有上述模型所能处理的对象均是二值的, 而实际情形并非总是二值, 例如灰级和彩色图象的处理及模式分类等。本文的目的就是针对上述实际情形提出一个多值的 eMDAM (MVeMDAM), 证明了该模型在同步、异步更新方式下的稳定性, 从而保证所学模式组成为其稳定点, 最后给出的模拟结果证实了 MVeMDAM (multivalued exponential multidirectional associative memory) 的可行性和优越性。

1 传统的 MDAM

不失一般性, 本文仅讨论 3-向 AM。如前所述, MDAM 是基于 Kosko 学习原理的一个最小多层非线性反馈网络, 当神经元被激活时, 网络将快速地演变到一个稳定态, 图 1 示出了其中的一个 MDAM 结构, 其中 P 是 Layer1 到 Layer2 的存储编码矩阵, P^T 是 Layer2 到 Layer1 的存储编码矩阵, (R, R^T) 和 (Q, Q^T) 的含义相类似。MDAM 的回忆过程是产生一系列的三元模式组 (X_i, Y_i, Z_i) , 例如给出一初态 (X, Y, Z) 提交 MDAM, 得到如下回



(P, R, Q 为编码阵)
图1 MDAM结构

* 本文研究得到国家自然科学基金资助。作者陈松灿, 1962年生, 教授, 主要研究领域为模式识别, 图象处理, 神经网络。高航, 1964年生, 副教授, 主要研究领域为算法设计, 模式识别, 多媒体技术。

本文通讯联系人: 陈松灿, 南京 210016, 南京航空航天大学计算机系

本文 1997-03-19 收到原稿, 1997-05-26 收到修改稿

忆序列 $(X, Y, Z), (X', Y', Z'), \dots, (X_f, Y_f, Z_f)$, 而 (X_f, Y_f, Z_f) 是一最终的稳定态. 学习的目的是期望它是一个稳定的模式组.

2 MVeMDAM

多值 eMDAM 的结构在多向联想中与图 1 类似, 所不同的是我们在层间引入了指数非线性特性. MVeMDAM 主要是将 eMDAM 从二值推广到了多值, 同时仍保持其稳定性. 但稳定性的证明无法直接从 eMDAM 推广而得, 我们必须采用新的能量函数. 本节除给出 MVeMDAM 的回忆更新规则外, 将从理论上证明其同、异步方式下的稳定性从而确保所有被训练的模式元组成为系统的稳态.

2.1 MVeMDAM 的回忆规则

设有 K 个三元模式组 (X_i, Y_i, Z_i) , $X_i \in \{-1, -\frac{L-1}{L}, \dots, -\frac{1}{L}, 0, \frac{1}{L}, \dots, \frac{L-1}{L}, 1\}^n$; $Y_i \in \{-1, -\frac{M-1}{M}, \dots, -\frac{1}{M}, 0, \frac{1}{M}, \dots, \frac{M-1}{M}, 1\}^p$; $Z_i \in \{-1, -\frac{N-1}{N}, \dots, -\frac{1}{N}, 0, \frac{1}{N}, \dots, \frac{N-1}{N}, 1\}^q$; $i = 1, 2, \dots, K$.

为了进行三者间的联想, 构造回忆更新规则如下:

$$U = \frac{\sum_{i=1}^K Y_i b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}}{\sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}} \quad (a) \quad Y' = f(U) \quad (b) \quad (1)$$

$$V = \frac{\sum_{i=1}^K Z_i b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}}{\sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}} \quad (a) \quad Z' = g(V) \quad (b) \quad (2)$$

$$W = \frac{\sum_{i=1}^K X_i b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}}{\sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}} \quad (a) \quad X' = h(W) \quad (b) \quad (3)$$

其中 $X, X', X_i; Y, Y', Y_i; Z, Z', Z_i$ 分别都是 n 维, p 维, q 维多值向量; L, M, N 分别表示它们的取值级数参数, (\cdot, \cdot) 表示内积, 而

$$f(u) = \begin{cases} -1, & u < -\frac{2M-1}{2M+1} \\ \frac{r}{M}, & u \in \left[\frac{2r-1}{2M+1}, \frac{2r+1}{2M+1} \right), \quad r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (M-1) \\ 1, & u \geq \frac{2M-1}{2M+1} \end{cases} \quad (4)$$

$$g(v) = \begin{cases} -1, & v < -\frac{2N-1}{2N+1} \\ \frac{s}{N}, & v \in \left[\frac{2s-1}{2N+1}, \frac{2s+1}{2N+1} \right), \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (N-1) \\ 1, & v \geq \frac{2N-1}{2N+1} \end{cases} \quad (5)$$

$$h(w) = \begin{cases} -1, & w < -\frac{2L-1}{2L+1} \\ \frac{t}{L}, & w \in \left[\frac{2t-1}{2L+1}, \frac{2t+1}{2L+1} \right), \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (L-1) \\ 1, & w \geq \frac{2L-1}{2L+1} \end{cases} \quad (6)$$

上述的 $f(u), g(v), h(w)$ 分别为多级激活函数, 以符合 (X, Y, Z) 的取值. 显然由函数的定义可知, 随着 L, M, N 的增

• 一般的情形是 (X, Y, Z) 都取整数值. 如灰级图象取值 0~255 个灰级. 因此在实际应用前, 必须将灰级图象的表示方式转换为本文的格式.

大,激活函数级数呈两倍增加,因此,实际应用中, L, M, N 究竟取多大视情形而定.

2.2 MVeMDAM 的稳定性

稳定性是任何一个联想记忆模型的一个重要特性.它意味着当用已存数据模式组的噪声版作为输入提交网络后,该网络仍能收敛到该已存模式元组.这同样表明了网络所具有的纠错能力.本节通过引入一个能量函数证明 MVeMDAM 在同步和异步更新方式下是渐近稳定的.

定理. 设 $f(u), g(v), h(w)$ 如前定义,则采用回忆规则(1)~(3)的 MVeMDAM 在同步和异步更新方式下是渐近稳定的.

证明:为证明 MVeMDAM 的稳定性,我们定义如下的能量函数:

$$E(X, Y, Z) = -\ln \sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)} + (\ln b) \left[\frac{L}{2L+1} \langle X, X \rangle + \frac{M}{2M+1} \langle Y, Y \rangle + \frac{N}{2N+1} \langle Z, Z \rangle \right] \quad (7)$$

设当前状态为 (X, Y, Z) , 下一个状态为 (X', Y', Z') , 记它们的能量差为 $\Delta E_X = E(X', Y', Z') - E(X, Y, Z)$. 为证 $\Delta E_X \leq 0$, 须引用如下引理.

引理. 设 $b > 1; (r_1, r_2, \dots, r_n), (t_1, t_2, \dots, t_n)$ 为两组互异实数, 令 $h(r_1, \dots, r_n) = \ln \sum_{i=1}^n b^{r_i}$, 则

$$h(r_1, r_2, \dots, r_n) - h(t_1, t_2, \dots, t_n) \geq (\ln b) \frac{\sum_{i=1}^n b^{r_i} (r_i - t_i)}{\sum_{i=1}^n b^{t_i}} \quad (8)$$

此引理的证明借助函数 $h(\cdot)$ 的凸性即可得证.

下面,我们仅证明同步方式下的稳定性,而异步方式下的稳定性完全类似.由引理,我们有

$$\begin{aligned} \Delta E_X &= -\left[\ln \sum_{i=1}^K b^{(X'_i, X') + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)} - \ln \sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)} \right] + \frac{L}{2L+1} [\langle X', X' \rangle - \langle X, X \rangle] \ln b \\ &\leq -(\ln b) \frac{\sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)} \langle X_i, X' - X \rangle}{\sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}} + \frac{L}{2L+1} [\langle X', X' \rangle - \langle X, X \rangle] \ln b \\ &= -(\ln b) \left[\sum_{k=1}^n \left\{ \frac{\sum_{i=1}^K x_{ik} b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}}{\sum_{i=1}^K b^{(X_i, X) + (Y_i, Y) + (Z_i, Z)}} \right\} (x'_k - x_k) + \frac{L}{2L+1} \sum_{k=1}^n (x'_k{}^2 - x_k{}^2) \right] \\ &= -(\ln b) \left[\sum_{k=1}^n w_k (x'_k - x_k) + \frac{L}{2L+1} \sum_{k=1}^n (x'_k{}^2 - x_k{}^2) \right] \\ &= -(\ln b) \left\{ \sum_{k=1}^n \left[w_k - \frac{2L}{2L+1} \left(x_k - \frac{1}{2L} \right) - \frac{1}{2L+1} \right] (x'_k - x_k) + \frac{L}{2L+1} \sum_{k=1}^n (x'_k - x_k)^2 \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

其中 x_k, x'_k, x_{ik}, w_k 分别是 X, X', X_i 及 W 的第 k 个分量. 又因为

$$x_k = \begin{cases} -1; & w_k < -\frac{2L-1}{2L+1} \\ \frac{2L+1}{2L} [w_k] + \frac{1}{2L}; & w_k \in \left[-\frac{2L-1}{2L+1}, \frac{2L-1}{2L+1} \right], \\ 1; & w_k \geq \frac{2L-1}{2L+1} \end{cases}, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

上式中, $[w_k]$ (或 $\lceil w_k \rceil$) 表示集合 $\{s/L; s=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm L\}$ 中 $\leq w_k$ (或 $\geq w_k$) 的最大(或最小)元素. 从而由式(10), 对式(9)不等式的右边利用当 $x'_k > x_k$ 时 $w_k - [w_k] - \frac{1}{2L+1} > \frac{L}{2L+1}$ 及 $\Delta E_X \leq 0$, 而当所有 $x'_k = x_k$ 时有 $\Delta E_X = 0$, 即证明了当 X 的状态发生改变, 而 Y, Z 的状态不变时, 能量减少. 由此可证明 $\Delta E_Y \leq 0, \Delta E_Z \leq 0$. 又对于任意的 $X, Y, Z, E(X, Y, Z)$ 是有界的, 从而表明随着网络状态的改变, 能量函数始终是减少. 如此保证了网络最终将趋于稳态.

MVeMDAM 存储容量和纠错能力难以从理论上给出, 因此, 我们采用人工模拟的方法来证实其可行性. 因为缺乏可对比性模型, 本文就 MVeMDAM 自身给出其性能值.

3 模拟

由于对 MVeMDAM 的存储容量和纠错能力存在理论上分析的困难,本节通过模拟来进行,以验证其可行性.

设有 K 个模式元组 $(X_i, Y_i, Z_i), i=1, 2, \dots, K$, 存入已构造的网络, 分别随机地产生于各自的定义域. 设 $n=p=q=10, L=M=N=3, 7; K$ 从 20 变化到 120 (实际上的变化可更大, 具体取决于所用的计算机). 为测试 MVeMDAM 的纠错能力, 我们在输入 X_i 上附加均匀随机噪声, 即当 x_{ik} 取值为 s/L 时, 所附加的噪声随机地产生于 $((s-1)/L, (s+1)/L)$, 然后将附加有上述噪声的 X_i 作为输入来测试能正确回忆出的 (Y_i, Z_i) 的个数. 其回忆率表示为所有正确回忆的 (Y_i, Z_i) 占总输入 (这里为 K) 的百分比, 结果见表 1. 由表 1 可见, MVeMDAM 具有良好的存储性能和纠错性能, 从而表明 MVeMDAM 具有一定的实用性. 但从计算量来说, MVeMDAM 比 eMDAM 大得多, 因此, 进一步降低运算量在实际中应予以考虑. 倘若用并行算法实现, 那么这一问题基本上就可解决.

表 1 MVeMDAM 的存储性能和纠错性能

K	20	40	60	80	100	120
$L=3$ 无噪	99.30	97.92	95.23	92.33	90.67	90.03
$L=3$ 有噪	95.72	93.17	92.32	90.22	88.90	86.54
$L=7$ 无噪	98.83	96.67	94.53	90.78	88.76	85.38
$L=7$ 有噪	95.43	93.47	92.91	88.63	85.35	82.97

参考文献

- Hagiwara M. Multidirectional associative memory. In: Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Vol 1. Washington, DC, May 1990. 717~718
- Kosko B. Bidirectional associative memory. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 1990, 18(1), 49~60
- Naik K *et al.* An improved multidirectional associative memory. In: Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Vol 1. Singapore, Nov. 1991. 506~511
- Hattori M *et al.* Improved multidirectional associative memories for training sets including common terms. In: Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks, Vol 2. Baltimore, June 1992. 172~177
- 陈松灿, 高航, 朱梧桐. 指数式多向联想记忆模型及性能模拟. 软件学报, 1997, 8(增刊), 178~181
(Chen Song-can, Gao Hang, Zhu Wu-tong. Exponential multidirectional associative memory and its performance simulations. Journal of Software, 1997, 8(Supplement), 178~181)

Multivalued Exponential Multidirectional Associative Memory

CHEN Song-can GAO Hang

(Department of Computer Science Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016)

Abstract MDAM (multidirectional associative memory) is a direct extension of Kosko BAM (bidirectional associative memory). It can be applied in data fusion and splitting larger dimensional input patterns to ease some problems to be solved. At present, the existing multidirectional models only dealt with binary input-output patterns or data. However, some patterns in such applications as image processing and pattern recognition are represented in a multivalued mode. Therefore, the above models have some processing difficulties. The purpose of this paper is to present a MVeMDAM (multi-valued exponential associative memory) to partially solve the difficulties. In this paper, the stability of the MVeMDAM is proven in synchronous and asynchronous update modes for neuron states, which enables the MVeMDAM to ensure all the training pattern sets to become the stable states of the system. Finally, the computer simulation results confirm feasibility of the proposed model.

Key words (Multidirectional) associative memory, multivalued, stability, exponent, neural networks.