

定义 12(图 \mathcal{Y} 的构建).

$$\mathcal{Y} \equiv \begin{cases} \gamma_1^i | \Phi^{n_1} \\ \gamma_2^i | \Phi^{n_2} \\ \gamma_3^i | \Phi^{n_3} \\ \dots \\ \gamma_k^i | \Phi^{n_k} \end{cases}$$

3.4.2 Ω_0 公式的获得

1) 任一由某个 E_i 出发向右达到某一 F_j 的路径通过解读得到的包含链,若 A, B 分别是最左端和最右端公式(红色),则 $A \subseteq B$ 是 Ω_0 的成员(出度 $\leq |T_1 \cup T_2|$).

2) 路径的?型节点的归纳处理: ε 是 $\theta_j : F_j | X_j$ 到 $\zeta_i : X_n | E_i$ 的路径.路径中第 1 次出现 $D_1 \cap D_2$ (?). 如果 \mathcal{Y} 不出现形如 $A | D_1 \cap D_2 \leftarrow D_2 | B$ 的连接,标记若是 (x?), 则可读下去.若标记是 (x?), 则放弃.

3) 若出现形如 $A | D_1 \cap D_2 \leftarrow D_2 | B$, 解读 $D_2 | B$ 向左的路径在 D_2 不加上任何框架的条件下,同时 D_1 向左的路径解读也不会加上框架,则两条路径复合可读,具体为 $E^1 \subseteq \dots \subseteq D_2; E^2 \subseteq \dots \subseteq D_1; C[D_1 \cap D_2] \subseteq (F_j)$, 则 $C[E^1 \cap E^2] \subseteq \dots \subseteq C[D_1 \cap D_2] \subseteq \dots \subseteq (F_j)$, 其中, (F_j) 是前段解读的结果, F_j 被套入了一些必要的框架.

4) 由情形 2), 继续处理前面两个包含式链中 \cap 中的(?)公式.

5) 至于 T_2 中的包含式左件是多个公式的 \cap 的情形,类似处理即可.

断言 6. 对 \mathcal{Y} 的路径解读,可得到所有 Ω_0 的公式.

这是因为 Γ_2 路径的饱和性及每一个 $\gamma_j^i | \Phi^{n_j}$ 的构成,它保证了形为 $\exists R[]$ 的嵌套达到了 $|T_1 \cup T_2|$.

3.5 算法和复杂度分析

接下来对 Ω_0 的包含式进行检测,当然每一次检测是多项式复杂度的.为避免无效的工作,按照从易到难的原则进行.

1) 算法分析

(1) 对 $\gamma_1^i, \gamma_2^i, \dots, \gamma_k^i$ 的每一个包含式 $A \subseteq B$ 进行经典模型 $\langle T_i; \subseteq \rangle$ 检测.如果遇到 $T_i \notin A \subseteq B$, 则停机.输出“no”.

(2) 按顺序检测 $\gamma_1^i | \Phi, \gamma_2^i | \Phi, \dots, \gamma_k^i | \Phi$ 的每一个包含式 $A \subseteq B$.

(3) 按照上式,逐个延长图一个 Φ 单位.

(4) 若 \mathcal{Y} 产生的包含式都检查完毕,则 $|T_1 \cup T_2|$ 是 T_1 的保守扩充.

2) 复杂度分析

(1) 构造的 Γ_2 复杂度不超过 2^p . 这里 p 是 T_2 中最长公式的长度.

(2) 构造 \mathcal{Y} 的复杂度不超过 $m \times 2^k$, 这里 k 是 T_2 的包含式个数,且 $m < k, m$ 是 T_2 中有效左件的个数,是包含式集合的一个子集.

(3) 路径长度 $\sigma < 2^k$. 路径在 Φ 出现之后就开始出现同步循环,所以满足饱和性所要求的长度不会很长,路径的个数上界不超过 σ^k .

(4) $2^p + m \times 2^k + \sigma^k$, 尽管它仍是指数形式,但它远远小于 $|T_1 \cup T_2|$, 后者是 $T_1 \cup T_2$ 中所有符号出现的次数之和.

4 总结及后续研究

本研究领域中当前公认的保守扩充检测的算法要对几乎 $2^{|T_1 \cup T_2|}$ 个经典模型进行测试,其中被测试的主要公式 $C, \text{Sig}(C) \subseteq \text{Sig}(T_1)$, 而 C 中 $\exists R$ 型的嵌套深度的上界必须是 $|T_1 \cup T_2|$, 这是 T_1, T_2 中所有公式的长度之和.本文试图构建一种图推理的办法来降低推理算法的复杂度.我们的方法是将所有可能的 T_1, T_2 的推理信息都压缩在一个图 τ 中,该图的任意一个包含式的公式长度都不大于原来最长的公式.这个界比 $|T_1 \cup T_2|$ 小得多,更比 C 的长

度小得多.特别是一旦 \mathcal{Y} 建立起来后,检测保守扩充的算法相对于 \mathcal{Y} 的路径个数就是多项式的.

本文的图推理作为一个本体库的基本推理设施 $\langle T; \xrightarrow{-c} \rangle$ 有两个好处.一是它的构建比较简单;二是该设施对本体库的知识更新的维护、检测新的知识引入后本体是否受到损害,是一个很方便的工具,只需在图中添加若干新的包含式及子公式关系连接,对新的路径进行检测即可.

本文建立的推论机制具有通用性,对任何 DL-Lite 家族的系统,只要删除或添加一两条规则即可适用.

今后的研究工作主要是:能否从连接图 $\Gamma_1 | \Delta | \Gamma_2$ 中发现红色连接及灰色连接的一些可形成同态模拟式的概念,它们可以直接决定保守扩充的关系?这样就不必逐一对照 Ω_0 的包含式做形式模型检测.具体来说,注意到图的另一子图 $\langle \Gamma_1 | \Delta | \Sigma; \xrightarrow{-a.c} \rangle$ 中的有效路径同样可能产生循环,能够模拟 $\langle \Gamma_2; \xrightarrow{-r.c} \rangle$ 中任意循环路径的行为,特别是这些行为对有效路径的最左公式和最右公式的框架操作结果是一样的.那么,所有的待测试包含定理是 T_1 的逻辑结论,从而 $|T_1 \cup T_2|$ 是 T_1 的保守扩充;反之,若 $\langle \Gamma_2; \xrightarrow{-r.c} \rangle$ 中存在某个有效路径的循环或不循环的行为不能在 $\langle \Gamma_1 | \Delta | \Sigma; \xrightarrow{-a.c} \rangle$ 中得到模拟,则 $|T_1 \cup T_2|$ 不是 T_1 的保守扩充.

两个子图的路径都是有穷的.判定保守扩充就等价于判定图的互模拟,而判定互模拟应该是多项式的.以空间换时间,判定算法的复杂度远低于 $2^{|T_1 \cup T_2|}$.

注意到一条不循环路径在捆绑了所有可能的循环信息后,就可以解读为一个程序或一个可计算函数.这样, $\langle \Gamma_1 | \Delta | \Sigma; \xrightarrow{-a.c} \rangle$ 和 $\langle \Gamma_2; \xrightarrow{-r.c} \rangle$ 将分别等价于两个可计算函数的有穷集合 Ψ_1, Ψ_2 .保守扩充问题就转换成为 Ψ_2 是否可图灵规约到 Ψ_1 的问题,即 Ψ_2 中每一可计算函数是否都可用 Ψ_1 来计算.

致谢 在此,特别感谢桂林电子科技大学计算机软件创新团队的支持.

References:

- [1] Ghilardi S, Lutz C, Wolter F. Did I damage my ontology? A case for conservative extensions in description logics. In: Proc. of the KR 2006. 2006. 187–197.
- [2] Lutz C, Walther D, Wolter F. Conservative extensions in expressive description logics. In: Proc. of the IJCAI 2007. 2007. 453–458.
- [3] Lutz C, Toman D, Wolter F. Conjunctive query answering in the description logic \mathcal{EL} using a relational database system. In: Boutilier C, ed., Proc. of the 21st Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI 2009). 2009. 2070–2075.
- [4] Li P. Modular construction and reuse of domain ontology [MS. Thesis]. Guilin: Guangxi Normal University, 2010 (in Chinese with English abstract).
- [5] Shen YM, Wang J. Complexity of conservative extensions and inseparability in the description logic \mathcal{EL} . In: Zhao DY, Du JF, Wang HF, Wang P, Ji DH, Jeff ZP, eds. The Semantic Web and Web Science. CCIS 480, Heidelberg: Springer-Verlag, 2014. 78–86. [doi: 10.1007/978-3-662-45495-4_7]
- [6] Nie DG, Kang WQ, Cao FS, Wang J. Containing reasoning and its conservative extensions in description logic \mathcal{FL}_0 . Journal of Computer Research and Development, 2015,52(1):221–228 (in Chinese with English abstract).
- [7] Baader F, Calvanese D, McGuinness DL, Nardi D, Patel-Schneider PF. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [8] Lutz C, Wolter F. Conservative extensions in the lightweight description logic \mathcal{EL} . In: Pfenning F, ed. Proc. of the CADE 2007. LNCS 4603, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. 84–99. [doi: 10.1007/978-3-540-73595-3_7]
- [9] Cuenca Grau B, Horrocks I, Kazakov Y, Sattler U. A logical framework for modularity of ontologies. In: Proc. of the Int'l Joint Conf. on Artificial Intelligence (IJCAI). AAAI, 2007. 298–304.
- [10] Lutz C, Seylan I, Wolter F. An automata-theoretic approach to uniform interpolation and approximation in the description logic \mathcal{EL} . Journal of Internet Services & Applications, 2012,2(2):171–185.
- [11] Lutz C, Wolter F. Foundations for uniform interpolation and forgetting in expressive description logics. In: Proc. of the IJCAI. 2011. 989–995.

- [12] Wang Z, Wang K, Topor RW, Pan JZ. Forgetting for knowledgebases in DL-Lite. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2010,58(1-2):117–151. [doi: 10.1007/s10472-010-9187-9]
- [13] Grau BC, Horrocks I, Kazakov Y, Sattler U. Just the right amount: Extracting modules from ontologies. In: *Proc. of the WWW 2007*. 2007. 717–726. [doi: 10.1145/1242572.1242669]
- [14] Lutz C, Wolter F. Deciding inseparability and conservative extensions in the description logic \mathcal{EL} . *Journal of Symbolic Computation*, 2010,45(2):194–228. [doi: 10.1016/j.jsc.2008.10.007]

附中文参考文献:

- [4] 李璞. 领域本体的模块化构建与重用[硕士学位论文]. 桂林: 广西师范大学, 2010.
- [6] 聂登国, 康旺强, 曹发生, 王驹. 描述逻辑 \mathcal{FL}_0 包含推理及其保守扩充. *计算机研究与发展*, 2015, 52(1): 221–228.



王驹(1950—), 男, 广西博白人, 博士, 研究员, 教授, 博士生导师, CCF 专业会员, 主要研究领域为数理逻辑, 计算机理论, 语义网络, 描述逻辑.



余泉(1979—), 男, 副教授, 主要研究领域为模态逻辑, 描述逻辑, 多智能主体认知规划.



陈光喜(1971—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 专业会员, 主要研究领域为定理机器证明, 图像处理.