

耳廓点云形状特征匹配的路径跟随算法^{*}

孙晓鹏^{1,2}, 李思慧^{2,3}, 王璐^{2,3}, 韩枫², 魏小鹏^{4,5}

¹(辽宁师范大学 计算机系统研究所,辽宁 大连 116081)

²(辽宁师范大学 计算机与信息技术学院,辽宁 大连 116081)

³(智能通信软件与多媒体北京市重点实验室(北京邮电大学),北京 100876)

⁴(大连理工大学 机械工程学院,辽宁 大连 116024)

⁵(辽宁省先进设计与智能计算省部共建教育部重点实验室(大连大学),辽宁 大连 116622)

通讯作者: 孙晓鹏, E-mail: cadcg2008@gmail.com

摘要: 路径跟随算法结合凸松弛方法与凹松弛方法,通过跟随凸凹问题的解路径,近似地求解图匹配问题,具有较高的匹配精度。将路径跟随算法用于耳廓特征图的匹配问题:首先,基于 PCA 方法构造耳廓点云的显著性关键点集合;然后,采用乘积型参数域上的单值二次曲面方法拟合关键点邻域内的点集,并将曲面的局部形状特征定义为耳廓的局部形状相似测度;第三,对关键点集合进行 Delaunay 三角剖分,得到关键点集合在三维空间内的拓扑结构图,并定义关键点图的整体结构差异测度;最后,记耳廓关键点图的组合差异测度为关键点图的整体结构差异测度与关键点上的局部形状相似测度的线性组合,并基于路径跟随算法快速求解关键点图之间的精确匹配。相关实验结果表明:与其他相关算法相比,该算法具有较高的匹配效率和匹配精度。

关键词: 耳廓识别;图匹配;关键点;局部形状特征;相似测度;路径跟随算法

中图法分类号: TP391

中文引用格式: 孙晓鹏,李思慧,王璐,韩枫,魏小鹏.耳廓点云形状特征匹配的路径跟随算法.软件学报,2015,26(5):1251–1264.
<http://www.jos.org.cn/1000-9825/4699.htm>

英文引用格式: Sun XP, Li SH, Wang L, Han F, Wei XP. Shape feature matching algorithm of ear point cloud using path following. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2015, 26(5):1251–1264 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4699.htm>

Shape Feature Matching Algorithm of Ear Point Cloud Using Path Following

SUN Xiao-Peng^{1,2}, LI Si-Hui^{2,3}, WANG Lu^{2,3}, HAN Feng², WEI Xiao-Peng^{4,5}

¹(Computer Systems Institute, Liaoning Normal University, Dalian 116081, China)

²(School of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116081, China)

³(Beijing Key Laboratory of Intelligent Telecommunications Software and Multimedia (Beijing University of Posts and Telecommunications), Beijing 100876, China)

⁴(School of Mechanical and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

⁵(Key Laboratory of Advanced Design and Intelligent Computing of the Ministry of Education (Dalian University), Dalian 116622, China)

Abstract: Combining the convex and relaxations, and following the solution path of convex-concave problem, the path following algorithm exhibits an excellent accuracy on graph matching approximately. In this paper, the path following algorithm is employed to address the problem of ear matching. Firstly, the PCA method is used to construct the set of salient keypoints of 3D ear point cloud data.

* 基金项目: 国家自然科学基金(61472170, 61170143, 60873110, 61370141); 智能通信软件与多媒体北京市重点实验室开发课题(ITSM201301)

收稿时间: 2014-01-16; 修改时间: 2014-03-15, 2014-05-09; 定稿时间: 2014-07-08

Then the neighborhood of each keypoint is fitted to a single-valued quadric surface on a tensor-product parameter domain to define the local shape feature on the surface as the similarity measures. Next, the keypoints are triangulated into 3D topological graph using Delaunay triangulation, and the global structure discrepancy on the graph is obtained. Finally, the overall similarity measure is marked as the linear interpolation combination of the graph structure discrepancy and the local shape feature discrepancy, and the path following algorithm is then used to address the optimal matching between two keypoint graphs. The experiments show that the presented method provides a better matching result in terms of efficiency and accuracy than other similar approaches.

Key words: ear recognition; graph matching; key point; local shape feature; similarity measure; path following algorithm

人耳作为一种重要生物信息,已经成为继人脸、虹膜、指纹、步态等其他生物特征之后,又一种新的个体鉴别技术。人耳的解剖结构由外耳、中耳、内耳这3部分组成,外耳包括耳廓、外耳道和鼓膜。耳廓俗称耳朵,位于头部两侧,以弹性软骨为支架,覆以皮肤,形状前凹后凸,几何形状特征丰富。生物医学的相关研究表明:7岁~70岁期间,除耳垂变形较大外,耳廓的尺寸、结构和形状基本保持不变,稳定性强。

耳廓具有普遍性,其形状特征具有唯一性和稳定性,采集方便,可用于生物信息特征的身份鉴别。与人脸、虹膜、指纹等其他生物特征相比,耳廓的形状特征丰富,不受胡须、眼镜、妆容、皱纹、皮肤老化、表情、光照、姿态、情绪和环境温度等诸多因素的影响,受年龄和健康状况影响较小,数据采集面积仅次于人脸,脱帽撩发的瞬间即可实现无接触的三维深度数据采集。20世纪中叶,美国犯罪学专家 Alfred Iannarelli 为司法机构建立了一个拥有10 000个随机采样的耳廓样本数据库(其中包括部分同胞胎和多胞胎),研究发现:该数据库中的耳廓外形具有唯一性;尽管同胞胎和多胞胎的面容高度相似,但其耳廓形状仍然具有一定的差异。因此,基于耳廓形状特征进行个体鉴别具有坚实的科学依据,是切实可行的。2010年,英国机场设立了国际第一套基于耳廓形状特征的身份鉴别实验系统,快速获取测试耳(probe ear)并进行实时分析,将测试耳与在线的注册耳(gallery ear)数据库中已经完成分析和特征计算的耳廓数据进行匹配检索,最终实现无接触的身份鉴别认证,旨在逐步取代2008年部署的原基于人脸识别的安全系统。显然,基于耳廓形状信息的身份鉴别在国家和军事安全、金融和通信领域的身份认证等方面具有极大的研究和产业潜力^[1]。

本文基于路径跟随算法实现了三维耳廓的关键点图匹配,并获得了较高的匹配精度和计算效率:首先,从三维的耳廓点云中选取一定数量的、足以描述耳廓形状特征的关键点集合;然后,基于关键点集合为每只耳廓构造一个网格化的三维拓扑结构图,将耳廓的形状匹配问题转化为图的匹配问题;最后,基于路径跟随算法求解耳廓图的匹配问题。本文的主要贡献在于:提出基于近似的图匹配算法求解耳廓识别问题;给出耳廓关键点上的局部形状特征相似测度定义、给出耳廓关键点图的整体结构差异测度,并给出耳廓间的组合差异测度;提出基于路径跟随算法的耳廓组合差异测度计算方法。

本文第1节介绍耳廓识别和图匹配的相关研究进展。第2节提取耳廓三维点云模型的关键点及其局部形状特征。第3节构造关键点集合的三维网格图、定义关键点图之间的组合差异测度,将耳廓识别问题转化为图的匹配问题。第4节给出相关的实验结果及其分析,以说明本文方法的健壮性、精确性和匹配效率。第5节总结本文工作,并讨论下一步的研究方向。

1 相关工作

耳廓特征识别方法可以分为基于二维耳廓图像的识别和基于三维耳廓点云的识别两种类型。在过去的几十年中,基于二维耳廓图像的识别较多,常见的有主成分分析法^[2]、矩阵分解法^[3]、基于几何学的方法^[4]和基于SIFT特征配准的方法^[5]等。利用二维图像进行的耳廓识别不可避免地会受到表情变化、光照效果、成像角度等诸多因素的影响,算法健壮性较低。耳廓的三维数据形式则能够提供更多的形状细节信息,避免了光照带来的数据差异,具有更高的理论研究价值和应用优势。目前,三维耳廓识别的方法可以分类为图匹配算法、ICP(iterative closest point)算法及其变形^[6~8]。

图匹配即寻找给定两图的结点或边之间对应关系的过程,其根本目的是基于约束条件和目标函数确定两图结点或边之间的最大或最优的对应关系。图匹配算法可分为精确的图匹配和近似的图匹配两类:精确算法求

解两图的精准匹配关系,复杂度较高;近似算法则求解两图的近似匹配关系,效率较高,但匹配精度较低.

在现有耳廓匹配算法中,常用的精确图匹配算法以及 ICP 算法的复杂度较高,形状特征提取算法的健壮性和精准性、特征匹配算法的复杂度和匹配精度等方面还存在不足.

1.1 三维耳廓匹配

三维耳廓识别大多基于 ICP 算法及其变形,2005 年,Chen 等人^[7]提出了人耳的轮廓匹配方法,采用两步 ICP 算法进行耳廓匹配:首先,从三维图形中检测外耳廓,利用改进的 ICP 算法建立初始变换;然后,迭代地采用 ICP 算法对齐数据库中的三维耳廓模型及待测试耳廓模型.两步 ICP 算法得到了更加精准的匹配结果,但算法复杂度显著增加.2007 年,Chen 等人^[8]利用耳廓/外耳廓(ear helix/antihelix)和局部曲面片(local surface patch,简称 LSP)两种表示法对耳廓曲面进行匹配:前者先利用四元组计算初始变换进行粗对齐,再利用 ICP 算法进行精确匹配;后者利用直方图描述耳廓的局部形状特征并进行匹配.基于 ICP 算法的耳廓匹配识别精度较高,但对算法的初始迭代变换敏感,且计算复杂度高.

近年来,出现了一些基于图匹配的耳廓识别算法.图匹配是图论的核心问题,常用于计算机视觉、模式识别、以及生物信息识别等领域.2008 年,Mian 等人^[9]首先基于 PCA 主轴的差异性提取关键点,并对关键点邻域进行曲面拟合,提取关键点上的局部形状特征向量,并构造关键点集合的三维空间分布图,通过比较关键点图的形状特征向量确定两个关键点图的结点对应关系,基于结点的成功匹配对数、结点对之间的距离、对应的边长差异等计算两个关键点图的相似测度.2011 年,Syed 等人^[10]改进了 Mian 等人的工作,基于关键点上特征向量的 RMS 距离确定是否构成点对;基于关键点对间的欧式距离和特征向量 RMS 距离以及关键点对间距离的一致性和特征旋转一致性等几何信息,定义两个关键点图之间的相似测度;基于该相似测度,选取注册耳数据库中最为相似的 40 只耳廓作为粗匹配结果;随后,基于 ICP 算法对测试耳和粗匹配获得的 40 只注册耳精确匹配,以提高计算效率.该算法结合了图匹配和 ICP,但是图匹配算法的精度较低,且 ICP 算法复杂度较高.

1.2 图的精确匹配

精确的图匹配算法一般包括图同构、子图同构和最大公共子图等.其中,图同构(graph Isomorphism)是最严格的图匹配,即,两图的结点之间存在双射关系,一个图中两个结点相连的充分必要条件是它们在另一个图上的映射结点相连.子图同构则仅要求两图的结点之间存在单射关系,但仍然是一个 NP 完全问题.

2004 年,Cordella 等人^[11]提出(子)图同构 VF2 算法,采用带有回溯的树搜索算法,并引入 5 种规则对树搜索进行启发式剪枝,算法的空间复杂度为 $O(n)$ 、时间复杂度为 $O(n \times n!)$.2012 年,Weber 等人^[12]扩展了基于索引的子图匹配方法,通过全部顺序索引进行快速子图同构检测,并引入加权函数,按照图的结点标号分配权重,降低参与转置变换的邻接矩阵数量,根据邻接矩阵构建决策树求解子图同构.

最大公共子图(maximal common subgraph,简称 MCS)也是图匹配中的一个重要概念,是求解图匹配问题的一种有效方法.如果一个连通图分别与 A 图的子图、 B 图的子图同构,那么我们称这个图是 A 图和 B 图的公共子图,最大公共子图则是公共子图中最大的一个.2007 年,Khzam 等人^[13]提出了基于点覆盖的方法求解最大公共子图,通过枚举两个覆盖点集、独立点集的所有匹配,结合带有回溯的树搜索技术,更快、更有效地求解基于最大公共子图的图匹配问题,算法时间复杂度为 $O((n+1)^n)$.2013 年,Akutsu 等人^[14]提出了一种递归算法来计算最大公共子图的大小,这种算法最终转化为求 MCS 的动态规划问题,在多项式时间内,可以输出所有的最大公共子图,算法的时间复杂度为 $O(n^{4D+4})$ (D 为常数).

精确的图匹配算法致力于求解最优匹配,虽然匹配精度较高,但复杂度更高,时间复杂度随顶点数量呈指数级增长,仅适用于处理小规模的匹配问题,很难满足基于耳廓三维扫描点云的身份识别系统对实时性需求.

1.3 图的近似匹配

近似的图匹配算法计算复杂度较低,在适当赋予权值后,能够得到理想的匹配精度.近似匹配算法一般包括传播算法、谱算法、优化算法等,允许边的缺失,近似求解基于边的最大公共子图,而不是基于点的公共诱导子图,是约束强度最低的图匹配方法.

2009年,Knossow等人^[15]基于图的拉普拉斯特征向量,将大图嵌入到低维的等距空间中,并基于非精确的谱算法求解网格曲面的图匹配.算法对两个图的拉普拉斯矩阵进行特征值分解,将两个图分别投影到其拉普拉斯矩阵的最小非零特征值对应的特征向量上,然后利用谱算法区分两个图的结构以完成匹配,算法的时间复杂度为 $O(n^3)$.2011年,Zhu等人^[16]首先在两个图中选取少量相似度高的结点作为锚点,再基于锚点向外扩展,得到一个初始粗匹配;在匹配改进部分,采用基于结点覆盖的概念,利用两段式算法对每一步进行改进,得到了效率和质量较高的精确匹配,算法适用于千结点以上的大图匹配.2011年,汤进等人^[17]首先基于直方图等统计信息建立对图的结构和结点特征的描述;然后,基于最短路径的相似性度量结点匹配关系的精准性;最后,采用谱方法实现图的高精度近似匹配,对噪声扰动具有较高的健壮性.2012年,Liu等人^[18]基于 Zaslavskiy 等人^[19]的工作进行了改进:首先改进了路径跟随算法中的凹松弛问题,并将其扩展为有向图匹配,可以处理任意可用邻接矩阵形式描述的图匹配问题,算法的时间复杂度为 $O(n^3)$.

近似的图匹配算法不能获得全局最优解,匹配结果虽然与最优匹配之间存在差距,但可避免差的局部最优解,计算速度快,算法复杂度较低.当图的结点较多、匹配量较大时,近似的图匹配算法可以显著提高计算效率,能够满足基于耳廓三维扫描点云的身份识别系统对实时性的需求.另外,路径跟随算法基于凸凹松弛能够快速、有效地求解无向加权图的近似匹配,计算效率较高,匹配准确性较高,能够满足耳廓匹配问题对匹配精度和实时计算等方面的需求.因此,本文提出了基于路径跟随算法的耳廓关键点图匹配算法.

2 关键点及局部形状特征

本节首先构造三维耳廓点云模型的关键点集合,然后在关键点邻域内基于乘积型单值二次曲面拟合提取关键点上的局部形状特征,最后压缩形状特征以提高实时性.

2.1 选择关键点

耳廓点云数据规模巨大,仅有效耳廓区域内的点云规模即达数十万;同时,耳廓点云的空间分布密集,邻近点之间的特征差异较小,因此,直接对耳廓点云进行特征提取和特征匹配必然是低效的,无法满足耳廓匹配对实时性和高精度的需求.提取数量较少,且能够有效表示耳廓显著形状的关键特征点是必然的选择.曲率常用于计算局部显著形状特征,但计算复杂度较高、健壮性较低,本文以关键点邻域内的点云在其PCA主轴方向上的分布差异表示关键点的显著形状特征.

设任意三维耳廓的点云模型为 $V=\{v_i|v_i=(x_i,y_i,z_i),i=1,2,\dots,N\}$,对于模型上任意点 $v_i=(x_i,y_i,z_i)$,以 v_i 为球心、 r 为半径作球,记邻域球内所有点构成的矩阵为 $R_i=(x_i,y_i,z_i)^T,(i=1,2,\dots)$,记 R_i 的均值向量为 m 、协方差矩阵为 C ,对协方差矩阵 C 进行主成分分析得到 C 的特征向量矩阵 L 和特征值矩阵 D .记较大的两个特征值对应的特征向量为 Lx 和 Ly ,对应的特征值分分别记为 dx 和 dy ,从而得到 $d=|dx-dy|$.若 d 大于指定阈值 t ,则选 v_i 作为关键点,记作 kv_i .这里, d 值的几何意义是以 v_i 为圆心、 r 为半径的局部区域内非对称曲面的深度变化,即, R_i 内所有点的形状特征.若 $d=0$,则邻域 R_i 近似为平面或球面;如果邻域 R_i 内存在 1 个非对称的深度变化,则 d 值非零,且与深度变化成比例.另外, t 取值越大,获取的关键点数量则越多;若 t 值过小,则导致所取得关键点集合中的部分关键点显著性过低;若 $t=0$,则所有的点都成为关键点^[9].记关键点集合为 $KV=\{kv_i|kv_i=(kx_i,ky_i,kz_i),i=1,2,\dots,n\}$.

图 1 给出了关键点在耳廓上的分布情况,其中,浅色点即为关键点.图 1 的每列为同一耳廓的 3 个不同的扫描点云数据,显然,同一耳廓的不同扫描数据上关键点的分布情况高度接近.每行是不同的耳廓扫描数据,同样地,由于不同的耳廓在外形上存在显著的差异,其关键点分布情况存在显著的差异.

同一耳廓的两个扫描点云数据之间存在一对关键点,若其距离小于指定的误差阈值,则认为这两个关键点位置相同,并将同一耳廓的两个扫描数据上位置相同的关键点对数与总关键点数的比值定义为关键点的重复率.本文对相同耳廓的不同扫描数据分别选取相同数量的关键点,其重复率情况如图 2 所示:随着阈值的增加,关键点的平均重复率逐渐提高;当误差阈值取 3mm 时,关键点的重复率已接近 80%.显然,本文方法给出的关键点在同一耳廓上所选出的关键点重复率很高,在不同耳廓上的关键点分布则差异显著.



Fig.1 Comparison of ear keypoints' distribution

图 1 耳廓关键点的分布情况对比

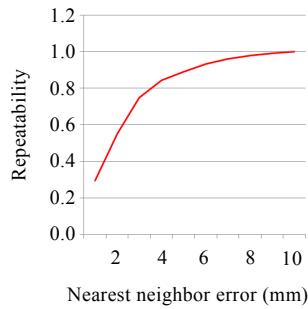


Fig.2 Repeatability of keypoints from different scan data of the same ear

图 2 同一耳廓不同扫描数据的关键点重复率

2.2 局部形状特征及压缩

常用的三维局部形状信息表示方法有曲率信息、深度信息等。本节首先对关键点邻域进行二次单值曲面拟合,并对二次曲面在参数方向上进行均匀离散深度采样,以采样几何表示关键点附近耳廓点云的局部形状特征,避免了精确曲率计算带来的高复杂度。

首先,对关键点集 $KV=\{kv_i|kv_i=(kx_i,ky_i,kz_i),i=1,2,\dots,n\}$ 内的任意关键点 kv_i ,基于乘积型参数域上的二次单值曲面拟合算法^[20]对其邻域 $N(kv_i,2\sigma)$ 内的全部点进行拟合,拟合曲面片在参数域 uv 上的投影为矩形区域。首先,在参数平面 uv 的参数区域上沿 u 方向和 v 方向分别进行均匀的 nu 采样和 nv 采样,得到均匀分布的 $nu\times nv$ 个参数采样点,求解 $nu\times nv$ 采样点上的二次拟合曲面的单一深度值 Z_{uv} ,则记任意关键点 kv_i 上由 $nu\times nv$ 个采样深度的集合 $\{Z_{uv}\}$ 为 kv_i 上的局部形状特征,记为 $LSF_i=\{Z_{uv},u=1,2,\dots,nu,v=1,2,\dots,nv\}$,并记关键点集 KV 上的局部形状特征集合 $\{LSF_i,i=1,2,\dots,n\}$ 。

为保证关键点 kv_i 处的局部形状特征的与耳廓实际形状之间的拟合精度,均匀采样点的数目 $nu\times nv$ 必须足够高(本文 nu 和 nv 均取为 20);但过高的采样率将导致计算效率的大幅度降低,难以保证耳廓特征匹配的实时性,因此需要对于局部形状特征集合进行压缩。本文采用文献[9]给出的压缩方法,将任意关键点 kv_i 上由 $nu\times nv$ 个采样深度 $\{Z_{uv}\}$ 构成的 $nu\times nv$ 维局部形状特征 LSF_i 压缩为 11 维,压缩后的精度保持率可以达到 97.3%。这里仍然记关键点集 KV 上压缩后的局部形状特征集合为 $\{LSF_i,i=1,2,\dots,n\}$,只是局部形状特征向量 LSF_i 由 $n=nu\times nv=400$ 维降低为 $n=11$ 维。

3 关键点图的近似匹配

耳廓不但具有丰富的局部形状特征,而且具有显著的整体特征结构。其中,耳轮、耳屏、耳垂等局部凸起特征以及耳窝、耳舟、耳腔等局部凹陷特征均容易导致错误的局部匹配。若单纯基于全局结构特征进行匹配,又将忽略复杂的局部细节形状信息,降低匹配精度。本文算法结合局部形状特征与整体结构特征,给出耳廓特征图的组合差异测度,兼顾耳廓的局部形状和整体结构,以保证匹配结果的准确性。

设 H 为待识别的测试耳、 G 为数据库中的任一注册耳。本节首先构造耳廓关键点集合的三维网格图(简称为关键点图);然后,基于局部形状特征给出了测试耳 H 和注册耳 G 关键点对之间的局部相似测度的定义,基于 H 和 G 关键点图之间的拓扑关系矩阵给出整体结构差异测度的定义,并给出 H 和 G 关键点图的组合差异测度的定义;最后,基于路径跟随算法求解耳廓 H 和耳廓 G 之间的组合差异测度,从而得到 H 和 G 的最佳匹配。

3.1 构造关键点图

对于数据库中的任一注册耳 G ,为构造其关键点集合 KV 的三维拓扑网络图,首先需要对其进行剖分。若在三维空间内对 KV 直接剖分,则剖分结果为若干四面体单元,无法得到关键点之间的三维拓扑连接图。考虑到点

集 KV 的分布状态为较平坦区域上的三维空间点散乱分布,故基于二维 Delaunay 三角剖分算法构造 KV 在三维空间的拓扑网络图:

首先将对 KV 进行 PCA 运算,将 KV 投影到较大的两个特征值对应的特征向量张成的二维平面上;然后,对投影点集应用 Delaunay 三角剖分生成二维网格图;最后,再将二维网络图的连接关系投影回到 KV 原来的三维空间,从而得到 KV 关键点图,记为 $G=(KV,E,w)$,其中 $KV=\{kv_i|kv_i=(kx_i,ky_i,kz_i),i=1,2,\dots,n\}$ 为图 G 的结点集合; $E\subseteq KV\times KV$ 为图 G 的边集合,若对于任意的 $kv_i\in KV$ 和 $kv_j\in KV$ 有边 $e_{ij}=(kv_i,kv_j)$ 相连,则记 $E=\{e_{ij}\}$; w 为边权集合,即:若对于任意的 $kv_i\in KV$ 和 $kv_j\in KV$,如果存在 $e_{ij}\in E$,则记边 e_{ij} 的权值为 w_{ij} ,且有 $w_{ij}=w_{ji}$,令 $w_{ii}=0$. 记图 G 的邻接矩阵为 A_G ,显然, A_G 为对称矩阵,且有 $A_{Gij}=w_{ij}$.

对于测试耳 H ,设图 H 为其关键点图,且图 H 和图 G 结点数目相同,则测试耳廓与数据库中任意耳廓的匹配问题,转化为寻找图 H 和图 G 结点间的最优匹配问题. 设图 H 和图 G 结点间的对应关系为置换矩阵 P ,若图 G 的结点 kv_{Gi} 和图 H 的结点 kv_{Hj} 之间存在对应关系,则 $P_{ij}=1$;否则, $P_{ij}=0$.

3.2 关键点图的组合差异测度

关键点上的局部形状特征缺乏对耳廓点云形状的整体性描述;关键点图的结构特征能够较好地描述耳廓的整体特征,但缺乏对耳廓点云局部形状特征的精确描述. 因此,本节基于路径跟随算法^[19],首先给出耳廓关键点上的局部形状特征相似测度、关键点图上的整体结构形状特征差异测度,并将二者的线性组合定义为耳廓间的组合差异测度,以描述耳廓点云间的形状差异.

- 局部形状相似测度

设注册耳廓 G 和测试耳廓 H 的局部形状特征向量集合分别为 $LSF_G\{LSF_{Gi},i=1,2,\dots,n\}$ 和 $LSF_H\{LSF_{Hj},j=1,2,\dots,n\}$,其中, LSF_{Gi} 和 LSF_{Hj} 分别为耳廓 G 的第 i 个关键点 $kv_{Gi}=(kx_{Gi},ky_{Gi},kz_{Gi})$ 和耳廓 H 的第 j 个关键点 $kv_{Hj}=(kx_{Hj},ky_{Hj},kz_{Hj})$ 上的局部形状特征向量(压缩后的 11 维向量),则关键点 kv_{Gi} 和关键点 kv_{Hj} 间局部形状特征向量的相似测度根据文献[9]可以定义为 $S_{ij}=1-\arccos(LSF_{Gi}(LSF_{Hj})^T)$, S_{ij} 的值越大,表示两个关键点上的局部形状特征越相似,称 $S=\{S_{ij}\}$ 为两只耳廓的形状相似矩阵. 于是,注册耳廓 G 和测试耳廓 H 间的局部形状特征相似测度可以定义为

$$F_0(S)=\max_p \text{tr}(S^T P)=\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N S_{ij} P_{ij}=\sum_{i=1}^N S_{i,P(i)}.$$

- 整体结构差异测度

显然,对图 H 的结点应用置换矩阵 P 之后,可得与图 H 同构的新图 $P(H)$. 令图 H 的邻接矩阵为 A_H ,则图 $P(H)$ 的邻接矩阵 $A_{P(H)}$ 可以表示为 $PA_H P^T$. 则图 G 和 H 之间的结构差异测度可以定义为

$$F_0(P)=\min \|A_G-A_{P(H)}\|_F^2=\min \|A_G-PA_H P^T\|_F^2,$$

其中, $\|\cdot\|_F$ 为福罗宾尼矩阵范数, $\|A\|_F^2=\text{tr} A^T A=\sum_i \sum_j A_{ij}^2$. 为了确保目标函数的取值范围均在 0-1 之间,本文根据 Mikhail^[19] 分别对以上两个公式进行规范化,得到: $F_0(S)=\frac{\text{tr}(S^T P)}{\|S\|_F}$, $F_0(P)=\frac{\|AG-PA_H P^T\|_F^2}{\|A_G\|_F^2+\|A_H\|_F^2}$.

- 组合差异测度

本文将注册耳廓图 G 和测试耳廓图 H 之间的组合差异测度定义为结构差异测度 $F_0(P)$ 与局部形状特征相似测度 $F_0(S)$ 的线性组合,即:

$$F_0(P)=(1-\alpha)F_0(P)-\alpha F_0(S) \quad (1)$$

其中, $0 \leq \alpha \leq 1$. α 取值越小, 表示越强调图 G 和 H 之间的结构相似度; α 取值越大, 越强调耳廓的局部形状特征相似度. $F(P)$ 值越小, 两图越相似. 于是, 求解图 G 和图 H 的最佳匹配问题即转化为求 $F(P)$ 的最小值问题. 由于置换矩阵 P 是正交阵($PP^T=I$ 且 $P^TP=I$),故 $F_0(P)$ 可以改写为以下形式,求解 $F(P)$,只需要求解 $F_0(P)$ 即可.

$$F_0(P)=\min \|A_G-PA_H P^T\|_F^2=\min \|A_G P-PA_H\|_F^2 \quad (2)$$

至此,求解注册耳廓 G 和测试耳廓 H 之间最优匹配即转换为求解图 G 和图 H 之间的最优转置矩阵 P ,使得

公式(2)中的 $F_0(P)$ 取得最小值.

3.3 路径跟随法求最优匹配

路径跟随算法通过对凸凹松弛问题进行线性插值,获得一条凸凹极小值问题的解路径,并进一步跟随解路径找到局部极小值,获得图匹配的近似解,即两图之间的对应关系.与单纯的将局部极小值投影到置换矩阵集上的凸松弛方法相比,跟随解路径的方法能够避免质量较差的近似凸函数选择,算法更有效,且时间复杂度相对较低,算法性能已接近最优解,能够满足耳廓匹配的实时性、精准性要求^[18,19].

本节基于路径跟随算法原理^[18],结合凸松弛方法和凹松弛方法求解公式(2).首先,基于凸松弛方法,令 D 为 A 的对角矩阵,则 $L=D-A$ 为拉普拉斯矩阵,故 $F_0(P)$ 可以改写为

$$F_0(P)=\text{tr}(L_G^2)+\text{tr}(L_H^2)-\text{tr}(\Delta P)-2\text{vec}(P)^T(L_G^T \otimes L_H^T)\text{vec}(P),$$

其中,矩阵 $\Delta_{i,j}=(D_H(j,j)-D_G(i,i))^2$, \otimes 表示两个矩阵的张量乘, $\text{vec}(P)$ 表示矩阵 P 的列向量.然后,基于凹松弛法,令 $F_1(P)=-\text{tr}(\Delta P)-2\text{vec}(P)^T(L_G^T \otimes L_H^T)\text{vec}(P)$, 为 $F_0(P)$ 的一部分.

凸松弛问题求解 $F_0(P)$ 的最小值,凹松弛问题求解 $F_1(P)$ 的最小值.对凹松弛和凸松弛函数进行线性插值,即为路径跟随算法, $F_\lambda(P)=(1-\lambda)F_0(P)+\lambda F_1(P)$, 其中, $0 \leq \lambda \leq 1$. 算法始于凸松弛函数($\lambda=0$),应用 Frank-Wolfe 算法^[21]迭代求解凸凹松弛的线性组合,逐渐地增加 λ 值,并增加凹松弛函数的权重,自 F_λ 的局部最小值出发,迭代优化寻找 $F_{\lambda+d\lambda}$ 的局部极小值.当 $d\lambda$ 足够小时,即获得一条解路径 $P^*(\lambda)$,其中, $P^*(0)=\arg\min_{P \in D} F_0(P)$. 跟随解路径 $P^*(\lambda)$,即可找到 $F_\lambda(P)$ 的局部极小值 $P^*(1)$,即为注册耳廓图 G 和测试耳廓图 H 间的置换矩阵、图 G 和图 H 最优匹配的近似解.代入公式(1)即得图 G 和图 H 间的组合差异测度 $F(P)$,最终可以判断注册耳廓 G 和测试耳廓 H 是否为同一人的同一耳廓.

本文算法迭代过程中的组合差异测度变化曲线如图 3 所示.当迭代次数足够多,注册耳廓 G 和测试耳廓 H 的组合差异测度值趋近于一个最小值,即,本文给出的组合差异测度函数具有稳定的收敛性.浅色曲线为注册耳廓 G 和测试耳廓 H 为同一人、同一耳廓、不同扫描点云数据之间的组合差异测度,深色曲线为不同人的不同耳廓的组合差异测度.

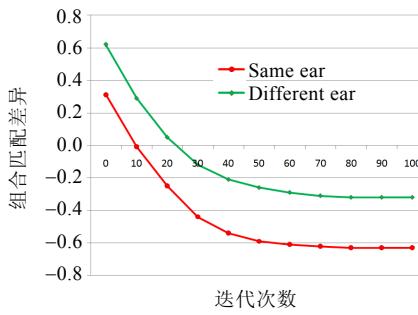


Fig.3 Combinational difference measure and iterations

图 3 组合差异测度与迭代次数

为了避免产生数量级上的差异,本文将耳廓的结构差异测度和特征相似测度的值域分别归一化^[19]到[0,1]区间内,则耳廓的组合差异测度在[-1,1]区间内变化.注册耳廓 G 和测试耳廓 H 越相似,对应的结构差异测度就越趋近于 0(即, $F_0(P) \rightarrow 0$),其特征相似测度越趋近于 1(即, $F_0(S) \rightarrow 1$),则组合相似测度趋近于-1(即, $F(P) \rightarrow -1$);反之,两只耳廓越相异,则其结构差异测度越趋近于 1(即, $F_0(P) \rightarrow 1$),其特征相似测度越趋近于 0(即, $F_0(S) \rightarrow 0$),则组合相似测度趋近于 1(即, $F(P) \rightarrow 1$).

4 实验结果及分析

本文在主频 2.80GHz、内存 8GB 的 E5-1603 工作站的实验环境下,自行实现了文献[9,10,22–24]等算法,并

基于 UND-J2 数据集^[25]与本文算法进行对比实验,相关实验结果及分析如下:

4.1 关键点的对应关系

以相同耳廓的两个不同扫描数据 Ear05129d002 与 Ear05129d003 为例,基于本文给出的路径跟随算法得到两图结点间的部分对应关系见表 1. Identity 行表示测试耳廓 G 的结点序列,后续行分别给出 Umeyama^[22], Mikhail^[23], Christian^[24] 等算法以及本文算法 Ours 的匹配结果. 例如,本文算法的匹配结果在 Ours 行为(2,1,3,4,34, 6,5,47,7,...),表示本文算法所得关键点对应关系为: 图 G 的 1 号结点与图 H 的 2 号结点相匹配、图 G 的 2 号结点与图 H 的 1 号结点相匹配, 依次类推.

Table 1 Part of matching correspondence of ear Ear05129d002 and Ear05129d003

表 1 耳廓 Ear05129d002 与 Ear05129d003 的部分匹配对应

Identity	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Umeyama ^[22]	158	122	179	33	24	139	41	147	35	...
Mikhail ^[23]	3	44	2	4	60	6	5	7	12	...
Christian ^[24]	3	1	2	4	60	6	5	7	12	...
Ours	2	1	3	4	34	6	5	47	7	...

本文算法给出的两只耳廓关键点对间的匹配关系如图 4 所示. 相同耳廓不同扫描数据的关键点对间匹配关系如图 4 左列所示, 不同耳廓的关键点对间匹配关系如图 4 右列所示. 其中, 耳廓上的点为关键点, 两耳廓之间的线表示两只耳廓结点对间的匹配关系, 线段两个端点为已匹配关键点对. 基于轴对称原理, 理想匹配关键点对间的连线应趋于水平, 不理想匹配关键点对间的连线则趋于倾斜. 显然, 由图 4 可以看出, 本文算法对于相同耳廓不同扫描数据的关键点对间的匹配关系建立的准确度显著高于不同耳廓的关键点对匹配. 对于相同耳廓的不同扫描数据, 虽然两组数据本质不同, 但仍然能以较高的概率建立相近关键点间的匹配; 对于不同耳廓, 建立关键点间正确匹配的概率显然较低.

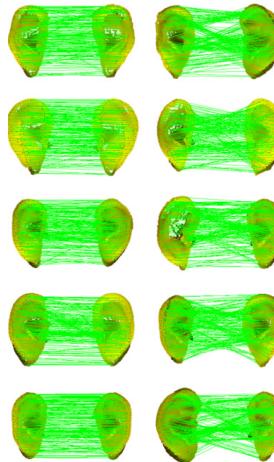


Fig.4 Correspondence between keypoints of the same and different ears

图 4 相同耳廓与不同耳廓关键点之间的对应关系

4.2 关键点数目

对于图 G 和图 H 上的一对匹配结点(即关键点),若归一化后两结点间的距离小于指定的阈值,则称该结点对间的匹配关系为正确匹配,反之即为错误匹配. 正确匹配点对数与图结点总数量的比值为匹配精度.

显然,适当的关键点数目是保证计算精度和计算效率的关键. 对于耳廓模型上一点 $v_i = (x_i, y_i, z_i)$, 通过调整以 v_i 为球心的半径 r 以及显著性阈值 t , 本文算法分别得到 100~300 不等的关键点数目, 并对不同关键点数目情况下的匹配误差、匹配精度和计算时间进行了统计分析. 最后, 与 Umeyama^[22], Mikhail^[23], Christian^[24] 等算法分别进

行对比,相同耳廓的不同扫描数据的平均错误匹配点对数如图 5 所示,平均匹配精度如图 6 所示,计算用时如图 7 所示。

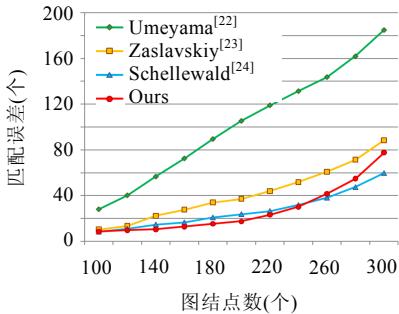


Fig.5 Comparison of average matching error

图 5 平均匹配误差比较

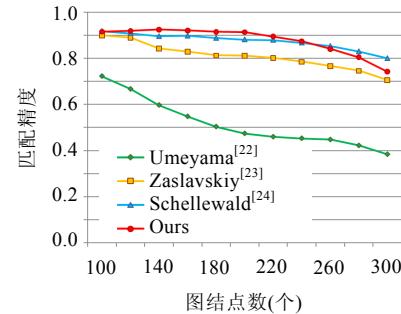


Fig.6 Comparison of average matching precision

图 6 平均匹配精度比较

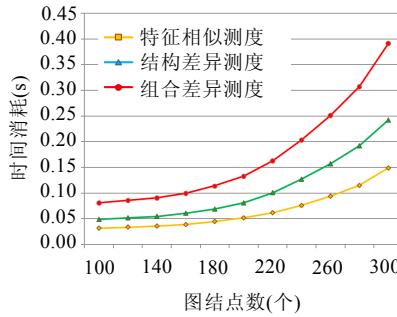


Fig.7 Number of Graph nodes and time consumption in our algorithm

图 7 本文算法的图结点数与用时比较

图 5 中的实验结果表明:随着结点数目的增加,本文算法与 Umeyama^[22],Mikhail^[23],Christian^[24]等算法给出的错误匹配数变化情况相比,显然,本文算法表现最优;同时,在结点数取为 200 之前,本文算法的错误匹配对数随着结点数目的增加而缓慢增加;当图结点数大于 200 之后,本文算法的错误匹配对数随着结点数目的增加呈快速上升趋势.图 6 中的实验结果表明:随着结点数目的增加,本文算法与 Umeyama^[22],Mikhail^[23],Christian^[24]等算法的匹配精度变化情况相比,显然,本文算法得到的匹配精度最优;同时,在结点数取为 200 之前,随着结点数目的增加,本文算法的匹配精度基本保持在 92.7%附近;当图结点数大于 200 之后,本文算法的匹配精度呈快速下降趋势.

图 7 中的实验结果为本文算法计算一对耳廓间的特征相似测度、结构差异测度以及组合差异测度所用的平均时间,其中,组合差异测度的计算时间为前两者之和,即为两耳廓的总匹配时间.显然,随着图结点数目的增加,特征相似测度、结构差异测度以及组合差异测度的平均计算时间均有所增加;且当结点数目大于 200 后,上升趋势显著加强.

图 5~图 7 的实验结果共同表明:当耳廓上选取关键点个数大于 200 时,本文算法的匹配精度将显著下降、匹配时间将显著上升,故本文后续实验中的关键点数目 n 均取为 200.显然,200 个关键点在耳廓上的位置和分布能够充分描述耳廓的局部和整体形状特征,且关键点图的结构复杂度较低,匹配精度和计算效率较高.

4.3 整体结构差异

以耳廓 Ear05129d002 为测试耳廓,与数据库中所有耳廓进行匹配,当 $\alpha=0.4$ 、关键点数目为 200 时,对比本文算法及 Umeyama^[22],Mikhail^[23],Christian^[24]等算法,所得耳廓图的结构差异测度见表 2.当测试耳廓与数据库

中的同一个体的其他耳廓数据匹配时,由于属于同一耳廓,理论上两个耳廓数据的整体结构差异测度应为 0(见表 2 第 1 行),但实际应用中,测试耳廓是实时检测获取,不可能与数据库中同一耳廓的其他扫描数据完全一致,故,如表中第 2 行~第 4 行所示,同一耳廓不同扫描数据的匹配结果仍然存在一定的结构差异.表 2 的后续各行均为测试耳廓与其他不同耳廓的匹配结果.可见,相同耳廓不同扫描数据之间匹配的结构差异比不同耳廓小很多,体现出类内高聚合性和类间高分离性.显然,Umeyama^[22]算法对于相同耳廓和不同耳廓匹配的结构差异不显著,Mikhail^[23]和 Christian^[24]表现较好;本文应用路径跟随算法获得的相同耳廓之间的结构差异最小,效果最好.

Table 2 Part of structural difference of Ear05129d002 matching with other ears

表 2 耳廓 Ear05129d002 与其他耳廓间的结构差异测度(部分)

	Umeyama ^[22]	Mikhail ^[23]	Christian ^[24]	Ours
Ear05129d002	0	0	0	0
Ear05129d001	0.859 6	0.653 3	0.432 6	0.301 4
Ear05129d003	0.866 8	0.607 7	0.403 0	0.284 6
Ear05129d169	0.867 6	0.635 7	0.434 2	0.279 0
Ear04263d001	0.863 6	0.822 0	0.700 5	0.383 8
Ear0420d004	0.862 0	0.785 2	0.666 9	0.387 0
Ear04202d005	0.878 0	0.842 0	0.681 3	0.367 8
Ear04225d002	0.863 6	0.810 8	0.676 5	0.380 6
Ear04980d001	0.877 2	0.802 0	0.672 5	0.392 6
Ear05002d001	0.859 6	0.778 0	0.635 7	0.362 2
Ear05005d001	0.877 2	0.811 6	0.667 7	0.362 2
Ear05006d001	0.850 0	0.840 4	0.717 3	0.384 6
Ear05009d001	0.857 2	0.783 6	0.638 1	0.372 6
Ear05011d001	0.879 6	0.798 0	0.671 7	0.382 2
Ear05125d002	0.870 8	0.786 0	0.648 5	0.363 8
...

在不同的图结点数情况下,本文算法与其他 3 种算法匹配的平均结构差异对比如图 8 所示.显然,随着关键点数目的增多,图的规模逐渐增大,4 种算法所得的结构差异逐渐增大;但与另外 3 种算法相比,本文算法的整体结构差异变化波动最小,匹配结果最精确.

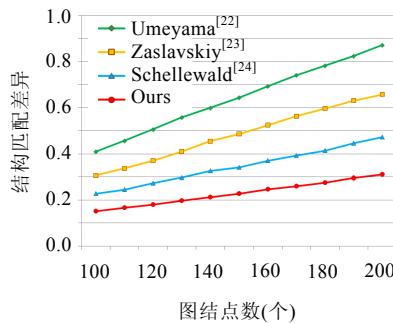


Fig.8 Comparison of average structural difference

图 8 平均结构差异比较

4.4 组合差异测度

以耳廓 Ear05129d002 为测试耳廓,与数据库中的所有注册耳廓进行匹配,当 $\alpha=0.4$ 、关键点数为 200 时,对比本文算法与 Umeyama^[22],Mikhail^[23],Christian^[24]等算法匹配的组合差异测度,部分匹配结果见表 3.

表 3 显示了当 $\alpha=0.4$ 时,各耳廓匹配的组合差异测度.由公式(1)可知,当耳廓的局部形状相似测度大于图的整体结构差异测度时,组合差异测度会产生负值.相同耳廓的组合差异测度越小,表示匹配结果越好.由表 3 可以看出,完全相同耳廓的组合差异测度最小(表中第 1 行).表中第 2 行~第 4 行为相同耳廓不同扫描数据的组合差异测度比较结果,其他均为不同耳廓的匹配结果.从表中可以看出,文献[22]中算法对相同耳廓和不同耳廓匹配的组合差异测度不显著;其他 3 种算法较好,其中,本文算法对相同耳廓不同扫描数据之间的组合差异测度最小,

效果最好。

Table 3 Part of combinational difference of Ear05129d002 matching with other ears
表 3 耳廓 Ear05129d002 与其他耳廓间的组合差异测度(部分)

	Umeyama ^[22]	Mikhail ^[23]	Christian ^[24]	Ours
Ear05129d002	-0.661 5	-0.661 5	-0.661 5	-0.661 5
Ear05129d001	0.192 0	-0.174 6	-0.309 1	-0.377 7
Ear05129d003	0.201 0	-0.205 6	-0.335 5	-0.396 5
Ear05129d169	0.213 6	-0.181 8	-0.308 2	-0.394 1
Ear04263d001	0.179 6	-0.035 0	-0.112 9	-0.287 1
Ear04201d004	0.190 7	-0.067 3	-0.140 9	-0.301 0
Ear04202d005	0.230 1	-0.025 9	-0.106 4	-0.282 4
Ear04225d002	0.208 6	-0.030 5	-0.116 9	-0.282 9
Ear04980d001	0.211 3	-0.044 3	-0.127 9	-0.284 0
Ear05002d001	0.194 7	-0.076 7	-0.166 4	-0.308 1
Ear05005d001	0.214 6	-0.043 2	-0.134 7	-0.303 7
Ear05006d001	0.208 0	-0.019 8	-0.098 3	-0.288 0
Ear05009d001	0.200 7	-0.074 8	-0.165 7	-0.306 7
Ear05011d001	0.232 3	-0.064 9	-0.147 0	-0.305 5
Ear05125d002	0.207 9	-0.069 5	-0.153 7	-0.311 1
...

在选取耳廓关键点数目(graph size)不同的情况下,文献[22]中算法、文献[23]中算法、文献[24]中算法与本文提出的路径跟随算法相比,相同耳廓的不同扫描数据匹配的平均组合差异测度如图 9 所示。

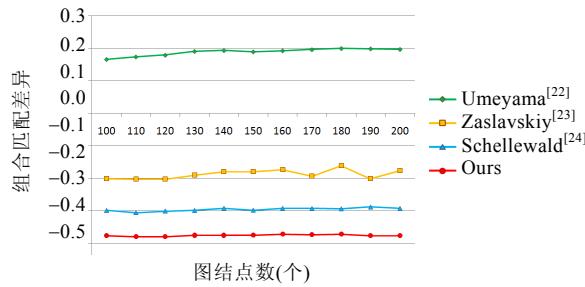


Fig.9 Comparison of average combinational difference

图 9 平均组合差异测度比较

显然,随着图结点数目的增加,各算法针对相同耳廓的不同扫描数据匹配的组合差异测度变化不显著,但与另外 3 种算法相比,本文提出的路径跟随算法所得相同耳廓的不同扫描数据匹配的组合差异测度更小,且变化波动最小,算法更稳定,匹配结果最精确。

当图结点数目为 200 时,对于不同的 α 值,几种匹配算法中相同耳廓的不同扫描数据匹配的平均组合差异测度比较如图 10 所示。

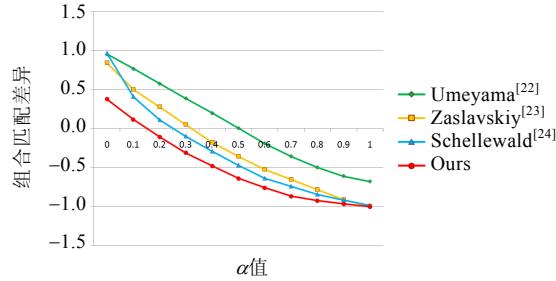


Fig.10 Comparison of average combinational difference with different α

图 10 平均组合差异测度与 α 值的关系比较

显然,对于相同耳廓的不同扫描数据,随着 α 值的增加,也就是耳廓形状相似度的比重增加,图匹配的组合差异测度逐渐降低.可见,耳廓的局部形状特征相似度为耳廓的正确匹配正增益,比完全的图匹配更具实际意义.与其他3种算法相比,本文算法组合差异测度最小,匹配精度最高.

4.5 识别效率和识别精度

以任意耳廓为测试耳廓与数据库中的所有注册耳廓分别进行匹配,在数据库中找到与测试耳廓之间的组合差异测度值最小的若干耳廓,即,与测试耳廓最相似的耳廓,即可判断这两只耳廓是否属于同一个人.

本文实验在E5-1603,2.80GHz的工作站上匹配一对耳廓平均需要0.13s.而文献[5]需要对耳廓数据上的所有点不断进行迭代求取变换及最近点,需要大量的时间及高复杂度的计算,平均匹配一对耳廓需要1.77s.文献[9]则需要求取两只耳廓之间的4个相似性测度,经过规范整合后再比较,匹配一对耳廓平均需要约0.19s.文献[10]基于几何一致性计算耳廓相似度,最终应用ICP算法进行精确对齐,所需时间最多,平均需要约2.28s.设 n 为关键点的数目,则路径跟随算法求解结构差异测度的复杂度为 $O(n^3)$,求解局部特征相似测度的复杂度为 $O(n^2)$,故,本文算法总的时间复杂度为 $O(n^3)$.实验结果表明,本文算法复杂度较低,速度更快,效率更高.

随机从数据库中选择100人,每人选择同一耳廓的2个不同扫描数据,分别记为A组和B组,图11显示了A组耳廓与B组耳廓互相匹配得到的匹配度矩阵图像.两耳廓的相似度越高,则组合差异测度越小,图像矩阵中对应的像素灰度也越高.A组耳廓与B组耳廓的排列顺序相同,图像矩阵对角线位置上的像素表示A组耳廓与B组耳廓是同一人的两个不同的耳廓扫描数据.显然,对角线位置的像素灰度比同一行/列的其他像素更高,表明本文算法能够获得正确的识别结果.

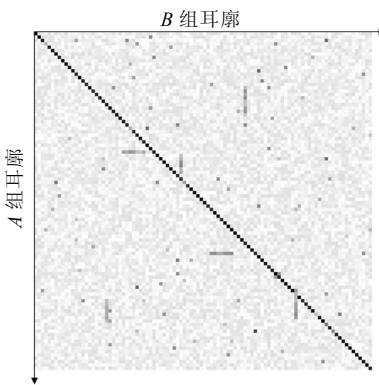


Fig.11 Intensity image of probe ear and gallery ear matching

图11 测试耳廓与注册耳廓匹配的灰度图像

为评价算法的识别率、正确接受率以及错误接受率,本文从数据库中随机选择一耳廓数据作为测试耳廓,与数据库中的其他所有注册耳廓进行匹配,考察分析匹配结果的CMC(cumulative match characteristics)曲线和ROC(receiver operating characteristic)曲线,并在同样的数据集上对比本文算法、Mian算法^[9]以及Islam算法^[10]的实验结果.如图12所示,CMC曲线描述匹配实验中最好的前 r 个结果(rank- r),横坐标表示匹配实验中最好的前 r 个结果,rank-1表示实验中与测试耳廓第一相似的耳廓,rank-2表示实验中与测试耳廓第二相似的耳廓,依此类推;纵坐标表示耳廓识别的正确识别率,即,前 r 个识别结果中正确识别的百分比.从图12中可以看出,本文算法在rank-1时已经获得了91.8%的识别率,与Mian算法^[9]和Islam算法^[10]相比,本文算法具有更高的识别效果.如图13所示,ROC曲线给出了3种算法的识别效果评价,ROC曲线描述了正确接收率(genuine acceptance rate,简称GAR)与对应的错误接受率(false acceptance rate,简称FAR)之间的关系.GAR是指正确的耳廓被实验接受为正确识别结果的百分率,而FAR是指错误的耳廓被实验接受为正确识别结果的百分率.从图13可以看出,与Mian算法^[9]和Islam算法^[10]相比,本文算法达到了更高的识别精度.

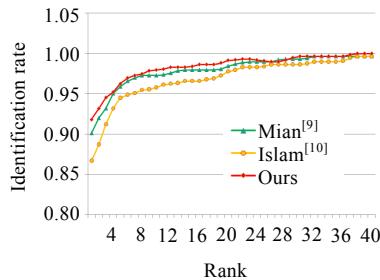


Fig.12 Comparison of CMC curves

图 12 CMC 曲线对比

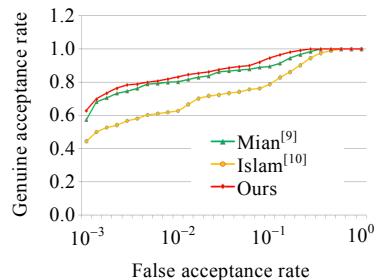


Fig.13 Comparison of ROC curves

图 13 ROC 曲线对比

5 结束语

本文将耳廓识别问题转换为图的近似匹配问题,并基于路径跟随算法实现了耳廓的快速、精准匹配。首先,本文对耳廓点云的关键点集合进行特征匹配和识别,避免了对原始耳廓数以十万计的大规模点云数据匹配,降低了识别的时间复杂度和空间复杂度;其次,本文基于凸松弛与凹松弛方法,以路径跟随法求解耳廓图的近似匹配,提高了耳廓匹配的效率和精度;第三,基于关键点上的局部形状特征和关键点图的整体结构特征,提出组合的差异测度,兼顾了耳廓的局部特征和整体结构,匹配结果精准性更高。

今后将在以下几个方面对本文工作进行改进:首先将考虑针对噪声情况,如头发、耳环、耳机等遮挡情况下算法的健壮性和匹配精度;其次,作为一种近似的图匹配,路径跟随算法的复杂度仍然保持为 $O(n^3)$,由此导致本文算法中体现局部形状特征的关键点数目受到限制,过多的关键点数目将导致本文算法的计算成本急剧上升;在关键点数目不足的情况下,最终的匹配精度必然会受到影响。寻求精度更高、复杂度更低的匹配算法,仍然是耳廓识别的核心问题。

References:

- [1] Ross A, Abaza A. Human ear recognition. *IEEE Computer*, 2011,44(11):79–81. [doi: 10.1109/MC.2011.344]
- [2] Victor B, Bowyer K, Sarkar S. An evaluation of face and ear biometrics. In: Proc. of the Int'l Conf. on Pattern Recognition. 2002. 429–432. [doi: 10.1109/ICPR.2002.1044746]
- [3] Yuan L, Mu Z, Zhang Y, Lie K. Ear recognition using improved non-negative matrix factorization. In: Proc. of the Int'l Conf. on Pattern Recognition. 2006. 501–504. [doi: 10.1109/ICPR.2006.1198]
- [4] Choras M. Ear biometrics based on geometrical feature extraction. *Electronic Letters on Computer Vision and Image Analysis*, 2005,5(3):84–95.
- [5] Bustard JD, Nixon MS. Toward unconstrained ear recognition from two-dimensional images. *IEEE Trans. on SMC—Part A*, 2010, 40(3):486–494. [doi: 10.1109/TSMCA.2010.2041652]
- [6] Best PJ, McKay ND. A method for registration of 3D shapes. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992,14(2):239–256. [doi: 10.1109/34.121791]
- [7] Chen H, Bhanu B. Contour matching for 3D ear recognition. In: Proc. of the IEEE Workshop on Application of Computer Vision. 2005. 123–128. [doi: 10.1109/ACVMOT.2005.38]
- [8] Chen H, Bhanu B. Human ear recognition in 3D. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007,29(4):718–737. [doi: 10.1109/TPAMI.2007.1005]
- [9] Mian A, Bennamoun M, Owens R. Keypoint detection and local feature matching for textured 3D face recognition. *Int'l Journal of Computer Vision*, 2008,79(1):1–12. [doi: 10.1007/s11263-007-0085-5]
- [10] Islam SMS, Davies R, Bennamoun M, Mian AS. Efficient detection and recognition of 3D ears. *Int'l Journal of Computer Vision*, 2011,95(1):52–73. [doi: 10.1007/s11263-011-0436-0]
- [11] Cordella LP, Foggia P, Sansone C, Vento M. A (sub) graph isomorphism algorithm for matching large graphs. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2004,26(10):1367–1372. [doi: 10.1109/TPAMI.2004.75]
- [12] Weber M, Liwicki M, Dengel A. Faster subgraph isomorphism detection by well-founded total indexing. *Pattern Recognition Letters*, 2012,33(15):2011–2019. [doi: 10.1016/j.patrec.2012.04.017]

- [13] Abu-Khzam FN, Samatova NF, Rizk MA, Langston MA. The maximum common subgraph problem: Faster solutions via vertex cover. In: Proc. of the IEEE/ACS Int'l Conf. on Computer Systems and Applications. 2007. 367–373. [doi: 10.1109/AICCSA.2007.370907]
- [14] Akutsu T, Tamura T. A polynomial-time algorithm for computing the maximum common connected edge subgraph of outer planar graphs of bounded degree. Algorithms, 2013,6(1):119–135. [doi: 10.3390/a6010119]
- [15] Knossow D, Sharma A, Mateus D, Horaud R. Inexact matching of large and sparse graphs using laplacian eigenvectors. In: Proc. of the 7th IAPR-TC-15 Int'l Workshop on Graph-Based Representations in Pattern Recognition. 2009. 144–153. [doi: 10.1007/978-3-642-02124-4_15]
- [16] Zhu YY, Qin L, Yu JX, Ke YP, Lin XM. High efficiency and quality large graphs matching. In: Proc. of the 20th ACM Int'l Conf. on Information and Knowledge Management. 2011. 1157–1764. [doi: 10.1145/2063576.2063831]
- [17] Tang J, Jiang B, Luo B. Graph matching based on graph histogram and path similarity. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2011,23(9):1481–1489 (in Chinese with English abstract).
- [18] Liu ZY, Qiao H, Xu L. An extended path following algorithm for graph-matching problem. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012,34(7):1451–1456. [doi: 10.1109/TPAMI.2012.45]
- [19] Zaslavskiy M, Bach F, Vert JP. A path following algorithm for graph matching problem. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009,31(12):2227–2242. [doi: 10.1109/TPAMI.2008.245]
- [20] D'Erico J. Surface fitting using gridfit. MATLAB Central File Exchange Select, 2006.
- [21] Frank M, Wolfe P. An algorithm for quadratic programming. Naval Research Logistics Quarterly, 1956,3(1-2):95–110. [doi: 10.1002/nav.3800030109]
- [22] Umeyama S. An eigen decomposition approach to weighted graph matching problems. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1988,10(5):695–703. [doi: 10.1109/34.6778]
- [23] Zaslavskiy M, Bach F, Vert JP. Global alignment of protein-protein interaction networks by graph matching method. Bioinformatics, 2009,25(12):1–14. [doi: 10.1093/bioinformatics/btp234]
- [24] Schellewald C, Roth S, Schnor C. Evaluation of convex optimization techniques for the weighted graph-matching problem in computer vision. Pattern Recognition, 2001,2191:361–368. [doi: 10.1007/s00450-001-0040-7_48]
- [25] Yan P, Bowyer KW. Biometric recognition using three dimensional ear shape. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007,29(8):1297–1308. [doi: 10.1109/TPAMI.2007.1067]

附中文参考文献:

- [17] 汤进,江波,罗斌.基于图的直方图及路径相似性的图匹配方法.计算机辅助设计与图形学学报,2011,23(9):1481–1489.



孙晓鹏(1968—),男,辽宁大连人,博士,教授,CCF 高级会员,主要研究领域为计算机图形学.



韩枫(1988—),女,硕士生,主要研究领域为计算机图形学.



李思慧(1991—),女,硕士生,主要研究领域为计算机图形学.



魏小鹏(1959—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机图形学.



王璐(1989—),女,硕士生,主要研究领域为计算机图形学.