

基于广义Huber-MRF图像建模的超分辨率复原算法^{*}

邵文泽¹⁺, 韦志辉²

¹(南京理工大学 计算机科学与技术学院,江苏 南京 210094)

²(南京理工大学 研究生院,江苏 南京 210094)

Super-Resolution Reconstruction Based on Generalized Huber-MRF Image Modeling

SHAO Wen-Ze¹⁺, WEI Zhi-Hui²

¹(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

²(Graduate School, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-013913006166, E-mail: shaowenze@qianlong.com

Shao WZ, Wei ZH. Super-Resolution reconstruction based on generalized Huber-MRF image modeling. *Journal of Software*, 2007,18(10):2434–2444. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/2434.htm>

Abstract: Super-Resolution (SR) reconstruction has been a very hot research topic currently. A kind of generalized MRF (GMRF, generalized Markov random field) models is firstly proposed based on the recently reported bilateral filtering. The GMRF model is not only edge-preserving and robust to noise, inherited directly from the bilateral filtering, but also connects the bilateral filtering with the Bayesian MAP (maximum a posterior) approaches much concisely. Meanwhile, an improved numerical scheme of anisotropic diffusion PDE's (partial differential equation) is deduced based on the GMRF model. In the MRF-MAP framework, a new SR restoration algorithm is subsequently proposed for both cases of Gaussian noise and impulse noise, utilizing the generalized Huber-MRF model which guarantees strictly global convergence. The half-quadratic regularization approach and steepest descent are exploited to solve the energy functional. Experimental results demonstrate the effectiveness of this approach, both in the visual effect and the PSNR value.

Key words: super-resolution; Huber-MRF model; bilateral filtering; partial differential equation (PDE); impulse noise

摘要: 超分辨率图像复原是当今一个重要的热门研究课题.鉴于双边滤波优良的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性,提出一种双边滤波导出的广义MRF(Markov random field)图像先验模型.广义MRF模型不仅继承了双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权机制,且简洁地建立了双边滤波与Bayesian MAP(maximum a posterior)方法之间的理

* Supported by the Key Science-Technology Project of Trigonal Yangtse River of China under Grant No.BE2004400 (长三角联合攻关重大科技项目); the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60672074 (国家自然科学基金); the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2007AA12E100 (国家高技术研究发展计划(863)); the National Research Foundation for the Doctoral Program of Higher Education of China under Grant No.M200606018 (国家教育部博士点基金); the Natural Science Foundation of Jiangsu Province of China under Grant No.BK2006569 (江苏省自然科学基金); the Science- Technology Creation Plan for Graduate Students of Jiangsu Province of China (江苏省高校研究生科技创新计划)

Received 2005-07-17; Accepted 2006-06-30

论联系.同时,由广义 MRF 模型导出了一种各向异性扩散 PDE(partial differential equation)的改进数值解法.随后,在 MRF-MAP 框架下分别考虑高斯噪声和脉冲噪声两种情形,提出一种基于广义 Huber-MRF 模型的超分辨率复原算法,理论上保证具有严格全局最优解,并且利用半二次正则化思想和最速下降法求解相应的最小能量泛函.不论是视觉效果方面,还是峰值信噪比(PSNR)方面,实验结果都验证了广义 Huber-MRF 模型在超分辨率图像复原中具有更强的噪声抑制性和边缘保持能力.

关键词: 超分辨率复原;Huber-MRF 模型;双边滤波;偏微分方程;脉冲噪声

中图分类号: TCP391 文献标识码: A

超分辨率(super-resolution,简称SR)是一种由一序列低分辨率(low-resolution,简称LR)退化图像重建一幅(或序列)高分辨率(high-resolution,简称HR)清晰图像的复原技术^[1].与传统图像复原技术不同之处在于,超分辨率复原技术充分利用了获取的低分辨率图像序列信息,并且综合考虑了成像过程中的各种退化因素(如运动变形、光学模糊、低采样率、随机噪声等),因而更具广泛性和实用性,如红外图像、遥感图像等领域.

然而,从退化模型的角度看,超分辨率复原与传统图像复原在Hardmard意义下均是非适定数学反问题^[2],从而具有共同的理论支撑,如正则化理论、Bayesian统计等.事实上,自1984年Tsai和Huang提出一种基于频域的超分辨率复原思想后^[1],多数超分辨率复原算法大都借鉴于传统图像复原领域.在过去20多年的发展历程中,特别是近十年,国内外报道了大量关于超分辨率图像复原技术的研究工作,事实上,超分辨率图像复原技术已经成为当前国际上最热门的研究领域之一.超分辨率复原技术中的经典算法主要有^[1,3-5]:迭代反投影(iterative back projection,简称IBP)法、凸集投影(projection onto convex set,简称POCS)法、最大似然(maximum likelihood,简称ML)/最大后验概率(maximum a posteriori,简称MAP)估计法以及混合ML/MAP/POCS法等.近年来,超分辨率图像复原技术又有了新的进展:Nguyen^[6]和Bose^[7]等人分别提出了基于多分辨率思想的超分辨率复原技术;Kim等人^[8]提出了基于边缘增强和各向异性扩散的超分辨率复原变分方法;Capel等人^[9]提出了基于全变差模型的文本图像序列超分辨率复原算法;Farsiu等人^[10]提出基于双边滤波思想和 l^1 范数耦合的超分辨率复原算法;另外,IEEE信号处理杂志最近将超分辨率图像复原作为专题进行了特别报道^[11-14],其中的多篇综述文章从不同角度对超分辨率复原技术作了回顾与展望.国内在该领域的主要工作有:张新明等人^[15]基于Huber-MRF (Markov random field)图像先验模型,提出一种基于多尺度边缘保持正则化的MAP超分辨率复原算法;孟庆武^[16]基于Gaussian-MRF图像先验模型,提出一种联合估计帧间位移和高分辨率图像的预估计混叠度MAP超分辨率处理算法.

在基于MRF-MAP框架的超分辨率复原中,图像先验模型的合理选取对于噪声去除和边缘保持至关重要.经典的图像先验模型主要包括:Gaussian-MRF模型^[17]、广义Gaussian-MRF模型^[17,18]、Huber-MRF模型^[19],其中又以Huber-MRF模型的复原效果最好.为此,Schultz^[3]等人将Huber-MRF模型应用于均匀模糊和高斯噪声退化下的超分辨率复原,并采用最速下降法求解相应的最小能量泛函.鉴于双边滤波优良的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性,本文提出一种双边滤波^[20]导出的广义MRF图像先验模型.广义MRF模型不仅继承双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权机制,而且简洁地建立了双边滤波与Bayesian MAP方法之间的理论联系.同时,由广义MRF模型导出了一种各向异性扩散PDE(partial differential equation)的改进数值解法.随后,在MRF-MAP框架下分别考虑高斯噪声和脉冲噪声两种情形,提出一种基于广义Huber-MRF模型的超分辨率复原算法,理论上保证具有严格全局最优解,并且利用半二次正则化思想和最速下降法求解相应的最小能量泛函.不论是视觉效果方面还是峰值信噪比(PSNR)方面,实验结果都验证了广义Huber-MRF模型在超分辨率图像复原中具有更优的噪声抑制性和边缘保持能力.

1 问题描述

1.1 退化模型的建立

假设低分辨率图像序列中包含 P 帧 $N_1 \times N_2$ 大小的退化图像.超分辨率的任务是复原一幅 $R_1 N_1 \times R_2 N_2$ 大小的高分辨率清晰图像 x , 其中, R_1, R_2 分别为水平方向和垂直方向的分辨率提高因子.对图像 x 按列重新排列后, 假设高分辨率图像为 $x = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T$, $M = R_1 N_1 R_2 N_2$, 低分辨率图像序列为 $y_k = (y_{k1}, y_{k2}, \dots, y_{kL})^T$, $L = N_1 N_2, k = 1, 2, \dots, P$.

图像获取是一个相对复杂的过程, 精确的退化建模对有效的超分辨率复原至关重要.文献中普遍采用如下形式的退化模型:

$$y_k = DB_k M_k x + n_k, k = 1, 2, \dots, P \tag{1}$$

其中, x 表示原始高分辨率清晰图像, y_k 表示第 k 帧低分辨率图像, n_k 表示加性随机噪声, M_k 表示 y_k 相对 x 的 $M \times M$ 运动变形矩阵, B_k 表示 $L \times L$ 光学模糊矩阵, D 表示 $L \times M$ 下采样矩阵.图 1 给出了该退化模型下超分辨率复原问题的流程示意图.

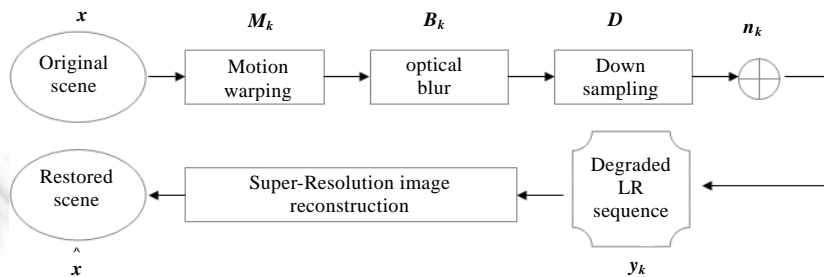


Fig.1 Flow chart of super-resolution restoration
图 1 超分辨率复原流程示意图

1.2 基于MRF-MAP框架的超分辨率复原

令 $H_k = DB_k M_k$, 则退化模型式(1)为

$$y_k = H_k x + n_k, k = 1, 2, \dots, P \tag{2}$$

当给定低分辨率图像序列 $\{y_k\}$ 时, 根据MAP准则, 超分辨率复原图像可由下式表达:

$$x = \arg \max_x \{ \Pr(x | y_1, y_2, \dots, y_p) \} \tag{3}$$

根据 Bayes 公式, 式(3)可以展开为如下形式:

$$x = \arg \max_x \{ \Pr(y_1, y_2, \dots, y_p | x) \Pr(x) \} = \arg \max_x \{ \log \Pr(y_1, y_2, \dots, y_p | x) \log \Pr(x) \} \tag{4}$$

特别地, 低分辨率图像序列中的随机噪声独立同分布时, 式(4)可以进一步写为

$$x = \arg \max_x \{ \sum_{k=1}^P \log \Pr(y_k | x) + \log \Pr(x) \} = \arg \min_x \{ - \sum_{k=1}^P \log \Pr(y_k | x) - \log \Pr(x) \} \tag{5}$$

其中, $\Pr(y_k | x)$ 为随机噪声模型, 由 n_k 的类型确定. $\Pr(x)$ 为超分辨率图像 x 的先验模型, 由MRF模型确定, 服从如下 Gibbs 分布:

$$\Pr(x) = \frac{1}{Z} \cdot \exp \left\{ - \frac{1}{T} \cdot \sum_{c \in C} V_c(x) \right\} \tag{6}$$

其中, Z 为归一化常数, T 为关于 x 的温度函数, V_c 为团 c 上关于 x 的函数, 所有团 c 组成集合 C .

2 广义 Huber-MRF 图像先验模型

为了叙述方便, 分别给出邻域系统和邻域阶的定义如下:

定义 1(邻域系统). 二维离散网格 S 上的邻域系统定义为 S 的子集族 $N = \{N_a\}_{a \in S}$, 满足: 对于任意 $a, b \in S$,

- i) $a \in N_a$;
- ii) $b \in N_a \Leftrightarrow a \in N_b$;

其中,子集 N_a 称为网格点 a 的邻域,并且对于任意 $b \in N_a$,简记为 $b \sim a$.

定义 2(邻域阶). 邻域 N_a 的阶为 $s(s \geq 2)$,当且仅当集合 N_a 的大小为 $(1+2(s-1)) \times (1+2(s-1))$,并且 $s=1$ 对应最邻近 4 点邻域.

2.1 双边滤波导出的广义MRF图像先验模型

为了实现边缘保持性的图像平滑,图像处理学者研究设计了多种实际可行的图像滤波器.特别地,Tomasi和Manduchi^[20]提出的双边滤波(bilateral filtering)因其特殊的滤波机制而倍受广大学者的广泛关注^[10,21,22].与传统滤波机制不同,双边滤波在阶数大邻域中($s \geq 3$)同时融合邻域像素与中心像素之间的几何距离度和灰度相似性度量(均采用高斯核函数),并且对邻域中距离接近和灰度相似的像素赋予较大权重,反之则赋予较小权重.正是这种双重异性加权机制(距离各势异性与灰度各向异性),使得双边滤波过程具有更优的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性.文献中的大量实验结果^[10,21,22]验证了双边滤波比传统滤波机制具有更高的时效性.双边滤波的具体格式为

$$x_\alpha^{t+1} = \frac{\sum_{\beta \sim \alpha} g_s(x_\alpha^t - x_\beta^t) \cdot gd(\alpha - \beta) \cdot x_\beta^t}{\sum_{\beta \sim \alpha} g_s(x_\alpha^t - x_\beta^t) \cdot gd(\alpha - \beta)}, \alpha \in \Omega \quad (7)$$

其中, Ω 为数字图像平面, $\alpha=(\alpha_1, \alpha_2)$ 为图像平面中的像素点,邻域 $\beta \sim \alpha$ 的阶为 $s \geq 3$, $\alpha - \beta=(\alpha_1 - \beta_1, \alpha_2 - \beta_2)$,函数 g_s 为灰度相似性度量,函数 gd 为几何距离度量,均定义为单调下降的高斯核函数, $t=0, x^t$ 为初始噪声图像.

目前,国际上已经报道了多篇基于双边滤波思想的研究文献.具有代表性的工作包括:2001 年,Elad证明双边滤波是基于双边加权思想的最小二乘能量泛函在Jacobi算法下的单步迭代格式^[21];2002 年,Barash^[22]将双边滤波思想分别引入到自适应平滑和各向异性扩散方程,同时指出双边滤波中灰度的高斯核权重上是各向异性扩散方程中的一种特殊扩散函数;2004 年,Farsiu等人^[10]基于Elad的上述工作提出基于双边滤波思想和 l^1 范数耦合的超分辨率复原算法,并采用最速下降法求解相应的最小能量泛函.鉴于双边滤波过程优良的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性,本文提出一种双边滤波导出的广义MRF图像先验模型.由下文会看到,广义MRF模型不仅继承双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权机制,而且简洁地建立了双边滤波与Bayesian MAP方法之间的理论联系.

考虑式(7)的迭代形式,并且假设迭代过程收敛,即满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} x^t(\alpha) = x(\alpha), \forall \alpha \in \Omega$ 从而下式成立:

$$x_\alpha = \frac{\sum_{\beta \sim \alpha} g_s(x_\alpha - x_\beta) \cdot gd(\alpha - \beta) \cdot x_\beta}{\sum_{\beta \sim \alpha} g_s(x_\alpha - x_\beta) \cdot gd(\alpha - \beta)} \quad (8)$$

这里, g_s 和 gd 均定义为非负单调下降函数,高斯核函数仅为其中的一种选择.将式(8)展开,得到

$$\sum_{\beta \sim \alpha} gd(\alpha - \beta) \cdot g_s(x_\alpha - x_\beta) \cdot (x_\alpha - x_\beta) = 0 \quad (9)$$

当存在函数 ρ 满足 $g_s(t) = \rho'(t)/t$ 时,显然可得下列最小能量泛函:

$$x = \arg \min_x \left\{ \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta \sim \alpha} gd(\alpha - \beta) \cdot \rho(x_\alpha - x_\beta) \right\} \quad (10)$$

因此,我们认为双边滤波实质上是最优化问题式(10)的一种显式表达,并且,式(7)的迭代形式可以进一步表述如下:

$$x_\alpha^{t+1} = \frac{\sum_{\beta \sim \alpha} \frac{\rho'(x_\alpha^t - x_\beta^t)}{(x_\alpha^t - x_\beta^t)} \cdot gd(\alpha - \beta) \cdot x_\beta^t}{\sum_{\beta \sim \alpha} \frac{\rho'(x_\alpha^t - x_\beta^t)}{(x_\alpha^t - x_\beta^t)} \cdot gd(\alpha - \beta)} \quad (11)$$

鉴于双边滤波过程优良的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性,根据式(10)的推导,本文提出如下广义 MRF 图像先验模型:

$$\Pr(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{T} \cdot H(\mathbf{x})\right\} \quad (12)$$

其中, $H(\mathbf{x})$ 定义为

$$H(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta \sim \alpha} g d(\alpha - \beta) \cdot \rho(x_\alpha - x_\beta) \quad (13)$$

2.2 广义MRF模型导出的各向异性扩散PDE的改进数值解法

根据第 2.1 节的讨论, 广义MRF图像先验模型中的函数 ρ 满足 $g s(t) = \rho'(t)/t$, 其中, $g s$ 为非负单调下降函数. 事实上, 在传统MRF模型中, 函数 ρ 称为势函数(potential function), 而且, 关于势函数的选取, 国际上已有多篇文献报道^[2,23]. 经过进一步总结和深入的研究分析, 我们认为势函数应满足如下 9 条性质:

- (1) 非负性: $\rho(t) \geq 0, \forall t \in R$ 且 $\rho(0) = 0$;
- (2) 对称性: $\rho(t) = \rho(-t), \forall t \in R$;
- (3) 可微性: $\rho(t)$ 几乎处处可微;
- (4) 单调性: $\rho'(t) \geq 0, \forall t \geq 0$;
- (5) $\lim_{t \rightarrow 0^+} \rho(t)/t^2 = M, 0 < M \leq \infty$;
- (6) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \rho(t)/t^2 = 0$;
- (7) $\rho'(t)/t, t \in [0, +\infty)$ 单调下降且几乎处处连续;
- (8) $\lim_{t \rightarrow 0^+} \rho'(t) < \infty$;
- (9) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \rho'(t) < \infty$.

注意: $\rho(t)$ 不可微时, $\rho'(t) = [\rho'(t+) + \rho'(t-)]/2$.

显然, 可以利用满足上述条件的势函数定义如下各向异性扩散偏微分方程(PDE)中的边缘停止函数:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \nabla(g(|\nabla x|) \cdot \nabla x) \quad (14)$$

其中, $g(t) = \rho'(t)/t$, 图像 $x(\alpha, t): \Omega \times [0, +\infty) \rightarrow R$. 形如式(14)的PDE最初由Perona等人^[24]于 1990 年提出, 他们直接给出如下两个边缘停止函数:

$$g(t) = 1/(1+t^2/\sigma^2);$$

$$g(t) = \exp\{-t^2/\sigma^2\},$$

其中, σ 为正常数. 为了数值求解 PDE 式(14), 他们基于最速下降法提出如下数值迭代形式:

$$x_\alpha^{t+1} = x_\alpha^t + \tau \cdot \sum_{\beta \sim \alpha} g(x'_\beta - x'_\alpha) \cdot (x'_\beta - x'_\alpha) \quad (15)$$

其中, $\beta \sim \alpha$ 为像素点 α 的最邻近 4 点邻域, τ 为迭代步长.

考虑最小能量泛函式(10)的求解. 当 $\rho'(t)/t$ 严格单调下降时, 根据半二次正则化理论^[2]将式(10)的求解问题转化为如下等价的最小能量泛函:

$$x = \arg \min_x \left\{ \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta \sim \alpha} g d(\alpha - \beta) \cdot \{\rho^*(b_{\alpha, \beta}) + b_{\alpha, \beta} \cdot (x_\alpha - x_\beta)^2\} \right\} \quad (16)$$

其中, 函数 ρ^* 是关于 $b_{\alpha, \beta}$ 的严格单调递减凸函数, 并且,

$$b_{\alpha, \beta} = \rho'(x_\beta - x_\alpha) / (2(x_\beta - x_\alpha)).$$

根据最速下降法准则以及 $g s(t) = \rho'(t)/t$, 式(16)的迭代形式为

$$x_\alpha^{t+1} = x_\alpha^t + \tau \cdot \sum_{\beta \sim \alpha} g d(\beta - \alpha) \cdot g s(x'_\beta - x'_\alpha) \cdot (x'_\beta - x'_\alpha) \quad (17)$$

比较迭代过程式(15)和式(17), 并且由 $g(\cdot) = g s(\cdot)$ 可知, 两者间的唯一区别在于式(15)没有在阶数大邻域下考虑邻域像素之间的几何距离度量. 鉴于双边滤波过程优良的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性, 我们得到如下启示: 在形如 PDE 式(14)的数值求解格式式(15)中, 通过考虑阶数大邻域同时嵌入邻域像素之间的几何距离度量, 将会增强 PDE 的噪声抑制性能, 特别是在噪声强度较大的情形下. 为此, 我们提出各向异性扩散 PDE 式(14)的改进数值求解格式如下:

$$x_{\alpha}^{t+1} = x_{\alpha}^t + \tau \cdot \sum_{\beta \sim \alpha} d(\beta - \alpha) \cdot g(x_{\beta}^t - x_{\alpha}^t) \cdot (x_{\beta}^t - x_{\alpha}^t) \quad (18)$$

其中, d 为邻域像素之间的几何距离度量, $\beta \sim \alpha$ 为像素点 α 的 s 阶邻域.

至于几何距离度量函数 gd (或 d), 则有多种定义方法, 如

- a) $gd(\alpha) = r^{\alpha} \|\alpha\|, 0 < r < 1$;
- b) $gd(\alpha) = \exp\{\|\alpha\| / \sigma_d\}$;
- c) $gd(\alpha) = \exp\{\|\alpha\|_2^2 / 2\sigma_d^2\}$.

2.3 广义 Huber-MRF 图像先验模型

容易验证, 著名的 Huber 函数^[16]严格满足第 2.2 节中的 9 条性质.

$$\rho(t) = \begin{cases} t^2, & |t| < \theta \\ 2\theta|t| - \theta^2, & |t| \geq \theta \end{cases} \quad (19)$$

其中, 参数 θ 称为 Huber 函数的爆破点. 考虑到 Huber 函数的严格凸性及处处可微性, 我们将式(19)代入式(13), 得到一种广义 Huber-MRF 图像先验模型. 当几何距离度量函数 gd 恒为 1, 并且邻域 $\beta \sim \alpha$ 的阶 $s=2$ 时, 广义 Huber-MRF 图像先验模型便退化为经典的 Huber-MRF 模型^[19]. 因此, 广义 Huber-MRF 模型不仅继承了经典 Huber-MRF 模型的严格凸性, 从理论上严格保证了全局收敛性, 而且继承了双边滤波过程优良的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性. 因此, 我们认为广义 Huber-MRF 模型是对经典 Huber-MRF 模型理论上的合理而又有效的推广. 同时, 由 Huber 函数的处处可微性可知, 相对 Farsiu 等人提出的最优能量泛函^[10], 广义 Huber-MRF 模型无论是在理论上还是在数值求解上都将更加趋于稳定.

基于上述讨论, 广义 Huber-MRF 图像先验模型的具体形式为

$$\Pr(\mathbf{x}) = \frac{1}{Z} \cdot \exp\left\{-\frac{1}{T} \cdot \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta \sim \alpha} gd(\alpha - \beta) \cdot \rho(x_{\alpha} - x_{\beta})\right\} \quad (20)$$

其中, 函数 ρ 为 Huber 函数, 函数 gd 为高斯核函数 c). 图 2 中的噪声去除实验直观地验证了广义 Huber-MRF 图像先验模型比经典 Huber-MRF 模型具有更优的抗噪声性, 同时也说明了广义模型具有鲁棒的边缘保持性.

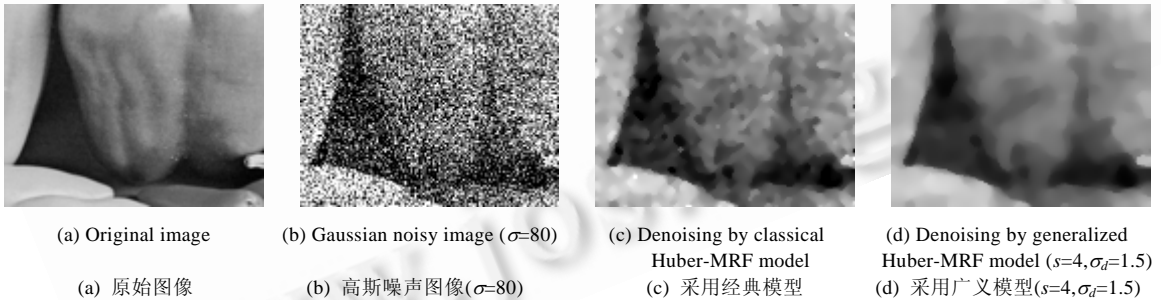


Fig.2 Denoising experiments

图2 去噪实验

3 基于广义 Huber-MRF 图像先验模型的超分辨率复原算法

超分辨率图像复原在 Hardmard 意义下是典型的不适定数学反问题. 特别地, 当低分辨率退化图像序列中包含高强度随机噪声时, 由正则化理论可知, 超分辨率复原算法中的正则化算子应该具有相当强的噪声抑制能力. 由于广义 Huber-MRF 图像先验模型比经典 Huber-MRF 模型具有更优的噪声抑制性, 同时也具有鲁棒的边缘保持性, 因此, 我们提出采用广义 Huber-MRF 模型作为超分辨率复原算法中的正则化算子. 从另一个角度看, 当成像过程中下采样率较低时, 根据 Nyquist 采样定理, 将出现频谱混叠效应, 从而造成低分辨率退化图像中出现严重的马赛克现象. 现有超分辨率复原算法大多基于阶数小邻域 ($s < 3$) 预测超分辨率图像中的边缘方向, 然而从局

部几何结构的角度看,阶数大邻域($s>2$)将有助于更好地预测超分辨率图像中的几何结构方向.因此,对于本文的超分辨率图像复原问题,广义 Huber-MRF 图像先验模型不仅能够更好地抑制随机噪声,而且将更为鲁棒地保持超分辨率图像中的边缘.同时值得一提的是,根据第 2.2 节中关于各向异性扩散 PDE 的改进数值解法的讨论可知,基于 GMRF 图像先验模型的超分辨率图像复原可等价地基于各向异性扩散 PDE 式(14)进行.因此,本文同时给出了一种基于各向异性扩散 PDE 的超分辨率复原框架.

3.1 高斯噪声情形下的超分辨率复原

给定退化模型式(2),并假设 \mathbf{n}_k 为零均值独立同分布高斯噪声,则噪声模型为

$$\Pr(\mathbf{y}_k/\mathbf{x}) = \frac{1}{C} \cdot \exp\{-\|\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}\|_2^2 / 2\sigma^2\} \quad (21)$$

其中, C 为归一化常数, σ 为噪声的标准方差.根据式(5)和式(20),基于广义 Huber-MRF 图像先验模型的超分辨率复原图像为

$$\mathbf{x} = \arg \min_x \left\{ \sum_{k=1}^P \|\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}\|_2^2 + \lambda \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta - \alpha} gd(\alpha - \beta) \cdot \rho(x_\alpha - x_\beta) \right\} \quad (22)$$

其中,函数 ρ 为 Huber 函数, $\lambda = 2\sigma^2/T$ 为正则化参数.由于式(20)具有严格凸性,从而式(22)是一个严格凸最优化问题,具有全局最优解.将式(22)简记为

$$\mathbf{x} = \arg \min_x \{ \mathbf{E}[\mathbf{x}, \lambda] \} \quad (23)$$

根据半二次正则化理论和最速下降法,得到

$$\mathbf{x}'_{\alpha}{}^{t+1} = \mathbf{x}'_{\alpha}{}^t + \tau \cdot (-\nabla \mathbf{E}[\mathbf{x}', \lambda] |_{\alpha}) \quad (24)$$

其中,

$$-\nabla \mathbf{E}[\mathbf{x}', \lambda] |_{\alpha} = \sum_{k=1}^P (\mathbf{H}_k)^T \cdot (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}') |_{\alpha} + \lambda \sum_{\beta - \alpha} gd(\beta - \alpha) \cdot gs(x'_{\beta} - x'_{\alpha}) \cdot (x'_{\beta} - x'_{\alpha}) \quad (25)$$

3.2 脉冲噪声情形下的超分辨率复原

当退化模型式(2)中的 \mathbf{n}_k 为脉冲噪声时, \mathbf{n}_k 服从广义正态分布^[17,18],则噪声模型为

$$\Pr(\mathbf{y}_k/\mathbf{x}) = \frac{1}{C} \cdot \exp\{-\|\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}\|_q^q / \sigma^q\} \quad (26)$$

其中, C 为归一化常数, σ 为噪声的标准方差, q 为形状参数 ($1 \leq q < 2$).根据式(5)和式(20),基于广义 Huber-MRF 模型的超分辨率复原图像为

$$\mathbf{x} = \arg \min_x \left\{ \sum_{k=1}^P \|\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}\|_q^q + \lambda \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta - \alpha} gd(\alpha - \beta) \cdot \rho(x_\alpha - x_\beta) \right\} \quad (27)$$

由稳健统计理论可知,Huber 函数本质上体现的是一种特殊的非 Gaussian 分布,并且比广义正态分布式(26)具有更强的稳健性.为此,本文提出采用 Huber 函数替代广义正态分布,得到如下最小能量泛函:

$$\mathbf{x} = \arg \min_x \left\{ \sum_{k=1}^P \sum_{\alpha \in \Omega} \rho_1((\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}) |_{\alpha}, \theta_1) + \lambda \sum_{\alpha \in \Omega} \sum_{\beta - \alpha} gd(\alpha - \beta) \cdot \rho_2(x_\alpha - x_\beta, \theta_2) \right\} \quad (28)$$

其中, ρ_1 和 ρ_2 分别表示爆破点为 θ_1 和 θ_2 的 Huber 函数.同样地,可以利用半二次正则化理论和最速下降法求解式(28),这里不再赘述.

4 实验结果与分析

本文将分别从复原图像的视觉效果和峰值信噪比(PSNR)两个角度评价超分辨率复原算法的性能优劣,峰值信噪比的定义如下:

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \{ M \times N \cdot \max_{\alpha \in \Omega} \{x_\alpha\}^2 / \sum_{\alpha \in \Omega} (x_\alpha - x_\alpha^0)^2 \} \quad (29)$$

其中, x 为 $M \times N$ 原始图像, y 为退化图像.本文所有计算均在 MATLAB 平台下进行,算法中参数的选取以超分辨率复原图像具有最大 PSNR 值为最优.图 3 给出一幅原始高分辨率图像.



Fig.3 Original high-resolution image

图 3 原始高分辨率图像

原始图像(如图 3 所示)经过水平方向和垂直方向分别平移 0,1,2,3 个像素、方差为 0.5 的 3×3 高斯模糊、4 倍率的下采样和方差为 5 的高斯噪声退化后得到 8 帧低分辨率退化图像.利用获取的低分辨率退化图像序列,分别采用经典Huber-MRF模型和广义Huber-MRF模型进行超分辨率复原,初始图像为第 1 帧低分辨率图像的像素复制图像.图 4 给出了相应的实验结果.实验参数分别为:迭代次数为 30 次, $\theta=5, \lambda=0.25, \tau=0.25$;广义Huber-MRF 模型中, $s=3, \sigma_d=1.5$.表 1 分别给出了各次迭代图像的PSNR值.图 5 给出了退化图像序列中的高斯噪声方差为 10 时的实验结果.实验参数分别为:迭代次数为 20 次, $\theta=5, \lambda=0.45, \tau=0.25$;广义Huber-MRF模型中, $s=3, \sigma_d=1.5$.表 2 分别给出了各次迭代图像的PSNR值.

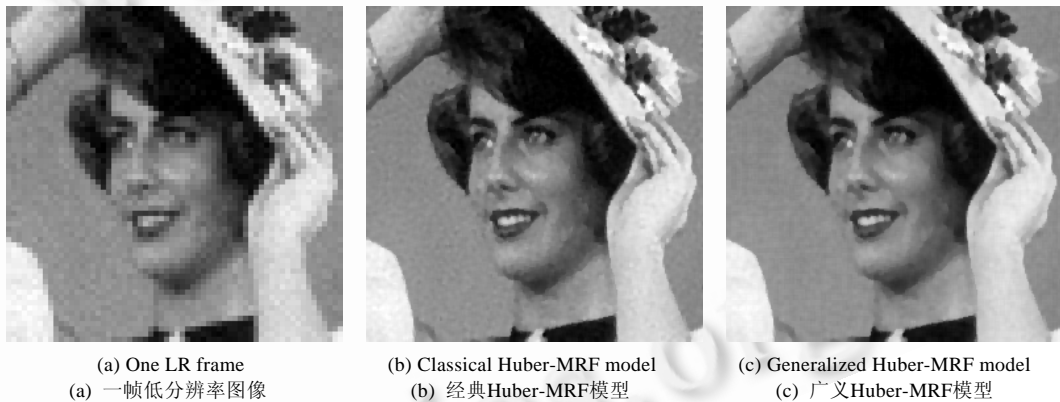


Fig.4 SR restoration results in the Gaussian noise case with standard variance 5

图 4 方差为 5 高斯噪声情形下的超分辨率复原结果

Table 1 PSNR values corresponding to Fig.4

表 1 对应图 4 的 PSNR 值

Iteration number	Classic Huber-MRF					Generalized Huber-MRF				
	PSNR value of iterative images					PSNR value of iterative images				
1~5	25.614 0	26.302 7	26.793 4	27.162 0	27.459 5	25.732 1	26.455 2	27.002 5	27.388 1	27.708 8
6~10	27.697 2	27.896 8	28.060 2	28.199 7	28.315 4	27.945 2	28.147 1	28.299 4	28.431 0	28.533 1
11~15	28.415 3	28.498 7	28.571 1	28.632 1	28.685 5	28.621 5	28.692 1	28.753 2	28.803 2	28.845 8
16~20	28.730 8	28.770 7	28.804 5	28.834 5	28.860 0	28.881 6	28.911 2	28.937 2	28.957 7	28.976 6
21~25	28.882 7	28.902 1	28.919 4	28.934 3	28.947 5	28.990 3	29.004 1	29.012 8	29.022 9	29.028 2
26~30	28.958 8	28.968 8	28.977 5	28.985 1	28.991 7	29.036 0	29.038 7	29.044 5	29.045 2	29.049 7

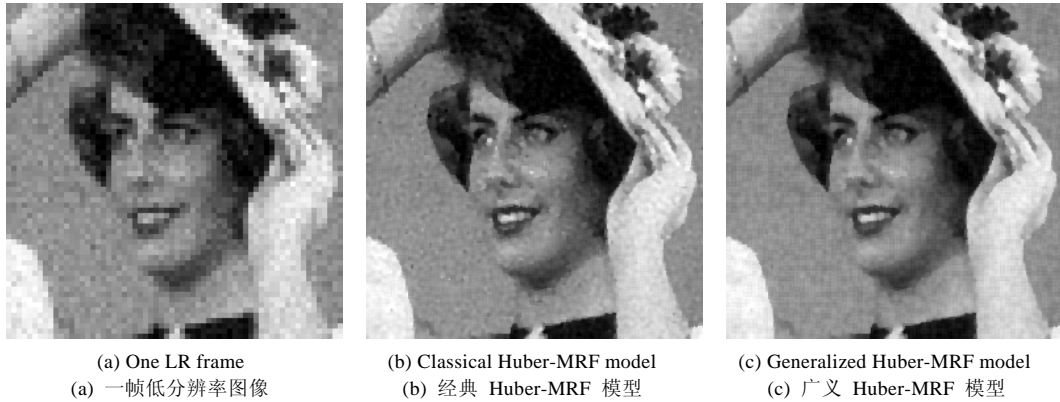


Fig.5 SR restoration results in the Gaussian noise case with standard variance 10

图 5 方差为 10 高斯噪声情形下的超分辨率复原结果

原始图像(如图 3 所示)经过水平方向和垂直方向分别平移 0,1,2,3 个像素、方差为 0.5 的 3×3 高斯模糊、4 倍率的下采样和方差为 0.1 的脉冲噪声退化后得到 8 帧低分辨率退化图像.利用获取的低分辨率退化图像序列,分别采用经典Huber-MRF模型和广义Huber-MRF模型进行超分辨率复原,初始图像为第 1 帧低分辨率图像的像素复制图像.图 6 给出了相应的实验结果.实验参数分别为:迭代次数为 20 次, $\theta_1=5, \theta_2=5, \lambda=0.15, \tau=0.25$;广义 Huber-MRF模型中, $s=3, \sigma_d=1.5$.表 3 分别给出了各次迭代图像的PSNR值.

Table 2 PSNR values corresponding to Fig.5

表 2 对应图 5 的 PSNR 值

Iteration number	Classic Huber-MRF PSNR value of iterative images					Generalized Huber-MRF PSNR value of iterative images				
	1~5	24.781 4	25.493 4	25.928 9	26.190 9	26.393 4	24.859 0	25.623 8	26.154 3	26.401 1
6~10	26.518 0	26.626 9	26.690 8	26.753 1	26.787 4	26.750 1	26.900 7	26.924 9	27.024 6	27.016 3
11~15	26.823 1	26.841 2	26.862 2	26.872 0	26.884 2	27.090 1	27.064 9	27.123 9	27.090 3	27.141 0
16~20	26.889 3	26.896 4	26.898 5	26.902 3	26.902 6	27.103 4	27.148 9	27.109 6	27.151 7	27.111 6



Fig.6 SR restoration results in the Impulse noise case with standard variance 0.1

图 6 方差为 0.1 脉冲噪声情形下的超分辨率复原结果

Table 3 PSNR values corresponding to Fig.6**表 3** 对应图 6 的 PSNR 值

Iteration number	Classic Huber-MRF PSNR value of iterative images					Generalized Huber-MRF PSNR value of iterative images				
	1~5	24.583 8	24.722 7	25.032 1	25.085 0	25.260 4	24.625 0	24.786 4	25.118 4	25.180 6
6~10	25.290 5	25.400 3	25.419 9	25.491 5	25.504 9	25.405 2	25.526 5	25.542 6	25.621 1	25.629 2
11~15	25.552 4	25.561 9	25.593 1	25.600 1	25.620 1	25.680 8	25.684 7	25.718 8	25.721 0	25.743 3
16~20	25.625 6	25.637 6	25.642 3	25.648 7	25.653 1	25.744 9	25.759 1	25.760 6	25.769 0	25.770 7

由上述 3 组实验结果易得,不论是高斯噪声退化还是脉冲噪声退化情形,基于广义 Huber-MRF 模型的超分辨率复原算法在视觉效果和峰值信噪比两方面均优于经典 Huber-MRF 模型.尤其对于高斯噪声情形(图 5、图 6),从视觉效果的角度看,广义模型的噪声抑制性能明显优于经典模型,因此,本文提出的广义 Huber-MRF 模型是合理而又有效的.另外,大量实验结果统计显示:一方面,对相同噪声情形下的超分辨率复原,一般只需调整相应算法中参数 1 的值;另一方面,参数值 $q=5, t=0.25, s=3, sd=1.5$ 在一定程度上可作为文中超分辨率复原算法的固定参数值.因此,除了较强的噪声抑制性和鲁棒的边缘保持性以外,本文算法在参数值选取方面也具有相当的灵活性.

5 结 论

本文基于国际上近期报道的双边滤波导出一种广义 MRF 图像先验模型,不仅继承了双边滤波在阶数大邻域中的双重异性加权机制,而且简洁地建立了双边滤波与 Bayesian MAP 方法之间的理论联系.在 MRF-MAP 框架下,分别考虑高斯噪声和脉冲噪声两种情形,提出一种基于广义 Huber-MRF 模型的超分辨率复原算法.视觉效果和峰值信噪比两方面都验证了广义 Huber-MRF 模型在超分辨率图像复原中具有更强的噪声抑制和边缘保持能力.

由各向异性扩散 PDE 式(14)的改进数值解法的讨论可知,基于广义 MRF 图像先验模型的超分辨率图像复原可等价地基于各向异性扩散 PDE 式(14)进行.因此,我们今后的一项重要工作内容是研究基于各向异性扩散 PDE 的超分辨率图像复原(不限于 PDE 式(14)).此项研究的重要性不仅在于给出一种新的超分辨率图像复原实现框架,更重要的还在于 PDE 框架能够更精确、更有效地刻画图像中的局部几何结构信息.

致谢 感谢各位匿名评审专家给予我们工作的有益建议和帮助!感谢肖亮博士给予本文工作的支持和帮助!

References:

- [1] Borman S. Topics in multiframe superresolution restoration [Ph.D. Thesis]. Notre Dame: University of Notre Dame, 2004.
- [2] Charbonnier P, Laure BF, Aubert G, Barlaud M. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1997,6(2):298–341.
- [3] Schultz RR, Stevenson RL. Extraction of high-resolution frames from video sequences. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1996, 5(6):996–1011.
- [4] Hardie RC, Barnard KJ, Armstrong EE. Joint MAP registration and high resolution image estimation using a sequence of undersampled images. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1997,6(12):1621–1633.
- [5] Elad M, Feuer A. Restoration of a single super-resolution image from several blurred, noisy and undersampled measured images. *IEEE Trans. on Image Processing*, 1997,6(12):1646–1658.
- [6] Nguyen NX. Numerical algorithms for image superresolution [Ph.D. Thesis]. Stanford University, 2000.
- [7] Bose NK, Lertrattanapanich S, Chappalli MB. Super-Resolution with second generation wavelets. *Signal Processing: Image Communication*, 2004,19(5):387–391.
- [8] Kim H, Hong KS. Variational approaches to super-resolution with contrast enhancement and anisotropic diffusion. *Journal of Electronic Imaging*, 2003,12(2):244–251.

- [9] Capel D, Zisserman A. Super-Resolution enhancement of text image sequences. In: Proc. of the 15th Int'l Conf. on Pattern Recognition. Washington: IEEE Computer Society, 2000. 600–605. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=905409
- [10] Farsiu S, Robinson MD. Fast and robust multiframe super resolution. IEEE Trans. on Image Processing, 2004,13(10):1327–1344.
- [11] Ng MK, Bose NK. Mathematical analysis of superresolution methodology. IEEE Signal Processing Magazine, 2003,20(3):62–74.
- [12] Sigil CA, Molina R, Katsaggelos AK. High-Resolution images from low-resolution compressed video. IEEE Signal Processing Magazine, 2003,20(3):37–48.
- [13] Rajan D, Chaudhuri S, Joshi MV. Multi-Objective super resolution: concepts and examples. IEEE Signal Processing Magazine, 2003,20(3):49–61.
- [14] Park SC, Park MK, Kang MG. Super-Resolution image reconstruction—A technical overview. IEEE Signal Processing Magazine, 2003,20(3):21–36.
- [15] Zhang XM, Shen LS. Super-Resolution restoration with multi-scale edge-preserving regularization. Journal of Software, 2003,14(6): 1075–1081 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1075.htm>
- [16] Meng QW. An aliasing degree pre-estimated MAP algorithm of super-resolution processing. Journal of Software, 2004,15(2): 207–214 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/207.htm>
- [17] Bouman C, Sauer K. A generalized Gaussian image model for edge-preserving MAP estimation. IEEE Trans. on Image Processing, 1993,2(3):296–310.
- [18] Pun WH, Jeffs BD. Adaptive image restoration using a generalized Gaussian model for unknown noise. IEEE Trans. on Image Processing, 1995,4(8):1451–1456.
- [19] Schultz RR, Stevenson RL. A Bayesian approach to image expansion for improved definition. IEEE Trans. on Image Processing, 1994,3(3):233–242.
- [20] Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images. In: Proc. of the 6th Int'l Conf. on Computer Vision. Washington: IEEE Computer Society, 1998. 839–846. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=710815
- [21] Barash D. Bilateral filtering and anisotropic diffusion: Towards a unified viewpoint. In: Proc. of the 3rd Int'l Conf. on Scale-Space and Morphology in Computer Vision. London: Springer-Verlag, 2001. 273–280. <http://www.springerlink.com/content/2mkulph0wevhtwmw/>
- [22] Elad M. On the bilateral filter and ways to improve it. IEEE Trans. on Image Processing, 2002,11(10):1141–1151.
- [23] Black MJ, Rangarajan A. On the unification of line processes, outlier rejection, and robust statistics with applications in early vision. Int'l Journal of Computer Vision, 1996,19(1):57–92.
- [24] Perona P, Malik J. Scale-Space and edge detection using anisotropic diffusion. IEEE Trans. on PAMI, 1990,12(7):629–639.

附中文参考文献:

- [15] 张新明,沈兰荪.基于多尺度边缘保持正则化的超分辨率复原.软件学报,2003,14(6):1075–1081. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1075.htm>
- [16] 孟庆武.预估计混叠度的 MAP 超分辨率处理算法.软件学报,2004,15(2):207–214. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/207.htm>



邵文泽(1981—),男,江苏赣榆人,博士生,主要研究领域为图像建模,图像恢复,图像插值,超分辨率复原,数学反问题.



韦志辉(1963—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为图像处理,图像建模,小波分析,多尺度变换理论,数字水印,编码与压缩.