

## 基于非局部几何信号的点模型去噪算法\*

肖春霞<sup>1,2+</sup>, 李辉<sup>1</sup>, 缪永伟<sup>1,3</sup>, 彭群生<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

<sup>2</sup>(武汉大学 计算机学院, 湖北 武汉 430072)

<sup>3</sup>(浙江工业大学 理学院, 浙江 杭州 310032)

### A Non-Local Signal Processing Approach for Filtering Point Set Surface

XIAO Chun-Xia<sup>1,2+</sup>, LI Hui<sup>1</sup>, MIAO Yong-Wei<sup>1,3</sup>, PENG Qun-Sheng<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

<sup>2</sup>(College of Computer Science, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

<sup>3</sup>(College of Science, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-571-88206681, Fax: +86-571-88206680, E-mail: cxxiao@cad.zju.edu.cn

**Xiao CX, Li H, Miao YW, Peng QS. A non-local signal processing approach for filtering point set surface. Journal of Software, 2006,17(Suppl.):110-119. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/s110.htm>**

**Abstract:** Different from previous local smoothing filters based on local geometry signal, a novel denoising technique based on a non-local averaging of geometry signal of all sampled points on the point set surface is proposed. By using the bilateral filtering operator, the differential signal for each discrete point is obtained. The final geometry information of sample point can be reconstructed as the averaged geometry gray level computed by the NL-means. The mixture tree is applied to accelerate the similarity matching computation, which makes the NL-means more efficient for dealing with large point set surface. Experimental results illustrate that the approach is efficient and satisfied.

**Key words:** point set surface; similarity matching; differential signal; non-local denoising

**摘要:** 与传统的基于局部几何信号去噪方法不同,提出了一种基于非局部几何信号的点模型去噪算法.该算法通过双边滤波算子,计算出每个点的微分坐标信息作为“几何灰度值”;基于模型上每个点的邻域的微分信息进行相似性匹配计算,对点模型上的“几何灰度值”进行全局加权平均,获得该点最终的微分信号;最后重建出该点的几何信息.进一步,提出了基于混合树的加速方法,对具有相似特征的邻域进行聚类,减少了匹配的空间复杂度,提高了计算效率.实验结果表明,算法简单高效,获得了满意的去噪效果.

**关键词:** 点模型;相似性匹配;微分信号;非局部去噪

基于点的计算机图形学近年来已经成为计算机图形学的一个重要的研究领域,三维几何模型的点表示已成为具有复杂表面几何的三维物体的主流表示方法之一.在通过三维扫描仪或激光测距仪等仪器获取三维数

\* Supported by the the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2002CB312101 (国家重点基础研究发展规划(973))

Received 2006-03-15; Accepted 2006-09-11

据时,难免会因为人为扰动或者扫描仪本身的缺陷使之带有噪声.因此,在对点模型进行相应的绘制和数字几何处理之前,带有噪声的模型会给几何处理造成极大的困难;同时点模型编辑造型过程中,也需要去掉三维点模型的一些噪声.因此点模型的光顺去噪已成为三维数字几何处理的一个基础性研究问题.

三维模型去噪的目标是在剔除噪声获取离散曲面更高阶光滑性的同时,尽量防止模型产生收缩和过光滑.我们认为,三维几何去噪光顺算法的主要目标为:1) 有效剔除夹杂在三维模型中的各种形式的噪声;2) 在模型变得光滑的同时保持模型固有的几何特征;3) 处理中防止体积收缩,防止模型扭曲变形;4) 较低的算法时间复杂度和空间复杂度.本文将主要围绕这 4 个基本目标展开讨论并提出解决方案.

目前网格的光顺算法已经获得的广泛的研究,但由于点模型本身缺乏拓扑连接信息,已有的网格的光顺算法不能简单的推广到点模型上来,点模型去噪变得相对比较困难,相应的光顺去噪的算法较少.但无论是对网格还是点模型,去噪算法有以下 3 种分类方法.从算法复杂性角度分析,可分为基于 Laplace 算子的光顺方法,简单的非迭代方法以及基于最优化的方法等.根据特征保持性和噪声在各个方向上的扩散方式,可以分为各向同性算法和各向异性算法.根据去噪算子的连续与否,可分为基于曲面拟合的去噪算法,通过选取光滑曲面对离散点进行拟合重建达到去噪的目的;对三维模型采样点进行离散几何分析,直接在三维空间对点数据进行估计处理,这类方法绕过了曲面拟合重建等复杂费时的过程,在算法复杂度和运算效率上都很有优势.

所有这些去噪算法都有一个共同特点,即都依赖于采样点的邻域点集的几何信息和拓扑,是一种基于局部几何信息的光顺算法.本文将使用一种新的基于非局部几何信息的点模型光顺算法.

## 1 相关工作

网格的光顺去噪算法已获得了广泛的研究.将图像处理中的 Laplace 滤波技术引入到 3D 网格光顺中,Taubin<sup>[1]</sup>提出了一种基于 Laplace 流的网格信号处理方法.Desbrun 等人<sup>[2]</sup>运用隐式的 Laplacian 算子,得到一种更加稳定、快速的算法,他提出了一种基于三角网格的曲率法向算子,利用平均曲率流方程处理网格光顺问题,将顶点的移动方向限制在法向方向,很好地解决了顶点漂移的问题.然而,这些方法都是各项同性的,网格模型噪声点和特征点都不加区分的统一处理,结果是在光顺的过程中,一些重要的特征模糊了.此外,由于基于 Laplace 滤波的网格光顺算法本质上是一种曲面能量的极小化问题,因此将不可避免地产生模型收缩现象,导致模型变形.由于各向同性的网格光顺算法有如上所述缺点,人们提出了各向异性的网格光顺算法.该算法的主要思想同样来源于图像处理,Perona 等人<sup>[4]</sup>修改了传统的线性几何流的图像去噪方法,提出了一种非线性的各向异性的扩散方程用于图像的边缘检测和噪声剔除,该方法的基本思想是在图像的边缘处削弱光顺强度,从而在剔除噪声的同时有效的保持图像的边缘特征.文献[5-9]将此各向异性思想推广到三角网格上,提出了各向异性几何流的网格光顺算法.这些算法虽然获得了保特征的效果,但通常采用高阶几何流,算法的复杂度较高,且不保体积.近年来一种比较成功的网格光顺算法为双边滤波.Fleishman 等人<sup>[10]</sup>和 Jones 等人<sup>[11]</sup>将图像处理中双边滤波器的思想<sup>[12]</sup>,推广到三维网格模型,其基本思想是将 Gauss 滤波和保特征权函数结合起来,有效地保持光顺过程中模型的特征.然而这些算法虽然有保几何特征的效果,但是不保体积,在有些情况下会造成网格模型的变形和扭曲,并且在处理稍大的噪声时会引起过光顺而不能有效地保持网格的细小特征.

所有这些方法都需要建立一个局部的拓扑结构或者一个局部的参数化信息.注意到点模型本身不具备这些信息,一方面由于散乱点的重建、三角化以及参数化工作并不容易,代价也相当大;另一方面,如果散乱点本身带有噪声,则会不可避免地影响重建和参数化的精度和效果.因此对带有噪声的点模型进行去噪处理,然后再进行光顺去噪更有意义.相比较网格来说,点模型去噪算法较少.Pauly 等人<sup>[14]</sup>将 Laplacian 算子应用到点模型上,但该算法会出现特征被磨光的情况,且由于点不在法向方向进行移动将出现顶点漂移;为防止顶点漂移,肖春霞等人<sup>[18]</sup>通过采用协方差分析方法获取点模型的点的平均曲率,提出了基于平均曲率流的点模型去噪算法,但该算法仍然是各向同性的.Clarenz<sup>[15]</sup>通过在点模型上解一个离散的各向异性的几何扩散方程,提出了各向异性的点模型去噪算法.Pauly 和 Gross 等人借助点模型的切割和分片平面参数化技术,把傅立叶变换和谱分析技术引入到点模型中,进行点模型的去噪处理<sup>[16]</sup>;Alexa 等人<sup>[17]</sup>基于迭代优化方法,为点集曲面建立一个移动最小二次

曲面(MLS),通过将噪声点移至所逼近的二次曲面上来达到去噪的目的,该方法计算量大,计算不鲁棒,且难以保持点模型的特征.更全面的网格和点模型的去噪光顺方法综述请见文献[19].

## 2 非局部方法去噪基本原理

Buades 等人<sup>[20]</sup>提出了一种新的图像去噪算子优劣的评价方法,即所谓的方法噪声(method noise)获得了广泛的关注.

设  $u$  为图像,  $D_h$  为过滤算子,  $h$  为滤波参数,方法噪声定义为图像和过滤图像之间的差  $u - D_h u$ ,该方法认为一种好的滤波算子不应该改变不带噪声的图像,当滤波带有噪声的图像时,方法噪声中尽可能不包含原图像的结构.为此他们提出了一种非局部化(non-local means)的图像去噪算法,我们简称其为 NL-means,该算法基于以下的简单的数学原理.设  $\Omega$  为图像,则图像中每个像素滤波之后的灰度值为

$$NL(u)(x) = \frac{1}{C(x)} \int_{\Omega} e^{-\frac{(G_{\sigma} * |u(x+\cdot) - u(y+\cdot)|^2)(0)}{h^2}} u(y) dy, \quad (1)$$

其中  $x \in \Omega$ ,

$$C(x) = \int_{\Omega} e^{-\frac{(G_{\sigma} * |u(x+\cdot) - u(y+\cdot)|^2)(0)}{h^2}} dy$$

为归一化常量.  $G_{\sigma}$  为高斯核,  $h$  为滤波参数.

该算法的数学含义是像素点  $x$  去噪后的灰度值为所有与  $x$  有相似高斯邻域的点的灰度平均值. NL-means 方法与局部滤波算子和基于频域滤波的算子的主要区别为其系统地用到了图像中所有可能的自我预测的性质,文中已证明,  $NL(u)(x)$  收敛于像素  $x$  的基于其邻域像素对其的条件期望值.这种性质也用在图像的纹理合成中<sup>[21]</sup>.

## 3 点模型 NL-means 去噪算法

本节将详细介绍点模型去噪的概念,点模型相似领域的匹配,基于 NL-means 方法的点模型去噪算法以及加速的 NL-means 方法的点模型去噪算法.

扫描获得的点模型中每个采样点都是真实三维物体表面的一个逼近,采样点的噪声实际上是附加在采样点上的一个偏移量:

$$p_i = p_i^* + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, N,$$

其中,  $p_i^*$  为真实值,  $\varepsilon_i$  为噪声.在图像处理中,噪声被认为是一种随机高频信号,其频率大于某人为设定的阈值.类似地,点模型去噪过程中也需要阈值来区分高频信息和低频信息.

实际上,点模型的采样点与图像中的像素具有某种相似性,而其中一个主要区别在于图像中像素的采样率是规则的,三维模型的采样点是非规则的.因此,可以通过参数化三维数据,并对参数进行均匀重采样,然后扩展图像处理中较成熟的滤波技术对三维数据进行去噪处理.这种方法曾被用到基于谱分析的点模型的几何处理中<sup>[16]</sup>.

点模型的采样点与图像中的像素另一个主要的区别在于,图像是二维的,设像素  $v(x, y)$  的灰度值为  $\omega$ , 则图像可看为基于参数平面  $(X, Y)$  的曲面;三维模型的采样点是非规则且具有三维几何信号,但是如果抽取三维模型的基曲面低频信息,基于基曲面我们可以抽取点模型的几何细节,这些几何细节可类比于图像中的像素颜色值.因此我们首先需计算出点模型上每个点的“几何灰度值”,其可定义为该点到其对应基曲面上的点的高度差.

现在我们来描述采用非局部邻域滤波点模型的方法.该方法的主要思想是采用双边滤波算子计算出点模型中每个点的微分坐标,即该点到其基曲面之间的高度差,作为该点的“几何灰度值”.通过对每个点的邻域点进行相似性匹配计算,采用 NL-means 方法计算出该点最终的“几何灰度值”  $NL[v_i]$ .最后通过沿法向方向移动相应

的距离  $NL[v_i]$  则可重建出该点的几何信息.

### 3.1 点模型上采样点“几何灰度值”的定义

网格模型的离散 Laplace 光顺算子能用来表示几何细节. 基于  $v_i$  的邻域点  $N(i)$ , 点  $v_i$  的 Laplacian 算子(称为点  $v_i$  的微分坐标)可定义为如下式子:

$$\delta_i = L(v_i) = v_i - \frac{1}{d_i} \sum_{j \in N(i)} v_j \quad (2)$$

微分坐标可用来表示曲面的局部几何细节. 由曲面平均曲率的几何意义, 以上微分坐标实质上是连续曲面平均曲率的离散形式(图 1(a)).

$$\lim_{len(\gamma) \rightarrow 0} \frac{1}{len(\gamma)} \int_{v \in \gamma} (v_i - v) ds = H(v_i) n_i \quad (3)$$

由于离散 Laplace 光顺过程中仅仅用到顶点的位置信息, 因此该方法可直接用于点模型的去噪<sup>[14]</sup>.



Fig.1 Laplacian operator

图 1 离散 Laplace 算子

由上面公式可以看出, Laplace 光顺方法是通过一致扩散高频几何噪声达到光顺目的, 实际上是一种各向同性的光顺和去噪算法. 算法虽然简单, 但是随着迭代次数的增加, 容易产生过光顺而使模型的凹凸特征变模糊, 更重要的是, 在迭代的过程中由于点并不是真正沿法向方向进行移动, 因此将出现顶点漂移的情况, 使得光顺后的模型出现裂缝的情况(如图 6(b), 图 7(d)所示), 以此方法定义的微分算子对点模型去噪难以取得好的效果.

对于点模型去噪算法而言, 我们认为一个好的微分坐标算子应较好地逼近该点的法向, 能较好地反映出其几何细节, 并且计算方法要鲁棒. 为此我们提出基于双边滤波器的点模型微分坐标算子.

双边滤波器原用于网格模型的光顺去噪<sup>[10]</sup>, 亦将其直接推广到点模型的去噪中, 我们通过如下方式计算出每个点的离散坐标值  $\omega$ :

$$\omega = \frac{\sum_{p \in N(v)} W_c(\|p - v\|) W_s(\langle n, p - v \rangle) \langle n, p - v \rangle}{\sum_{p \in N(v)} W_c(\|p - v\|) W_s(\langle n, p - v \rangle)} \quad (4)$$

上式中,  $n$  为点  $v$  的法向,  $N(v)$  是指点  $v$  的邻域,  $W_c(x)$  是光顺高斯核, 指以  $\sigma_c$  为标准差的高斯核:  $W_c(x) = e^{-x^2/2\sigma_c^2}$ ,  $\sigma_c$  越大,  $\omega$  被光顺程度越大, 反之亦然.  $W_s(x)$  是保特征高斯核, 指以  $\sigma_s$  为标准差的高斯核:  $W_s(x) = e^{-x^2/2\sigma_s^2}$ ,  $\sigma_s$  越小,  $\omega$  局部特征表现越强, 反之亦然.

相比较 Laplacian 微分坐标而言, 双边滤波几何灰度算子不仅考虑邻域点之间的空间位置关系, 而且考虑了邻域点与该点法向方向之间的关系, 较好地反映了每个点的局部特征, 因此更好的刻画了微分性质. 我们定义  $\omega_v$  为点  $v$  的“几何灰度值”, 其值可取正值也可取负值.

### 3.2 点模型 NL-means 去噪算法

在采用非局部邻域光顺点模型的方法中, 我们根据协方差分析方法计算出各个点的切平面, 采用双边滤波器算子计算出各个点“几何灰度值”, 对各个点  $v$  的邻域点集  $N(v)$  的几何灰度值进行比较. 通过然后采用 NL-means

方法计算出该点最终的几何灰度值  $NL\lceil v \rceil$ ,并在采样点沿其法向移动相应距离重建出该点的几何信息.

为了方便于邻域之间相似度的比较,我们将邻域  $N(v)$  投影到  $v$  的切平面得参数值  $N'(v)$ ,再以  $v$  为中心建立一个  $n \times n$  栅格  $G_v$  (所有不同采样点的邻域栅格其都用统一的间距  $h$ ,且栅格的大小,即  $n$ ,取相同的值;该栅格包含在参数点之中,如图2所示).我们根据协方差分析方法计算各个点的切平面,协方差分析用于估计点模型表面的局部性质,例如法向量和切平面,曲面变分等<sup>[23]</sup>.定义一个点集  $P = N(p)$  是以点  $p$  为中心的一个邻域,其协方差矩阵  $C$  为

$$C = \begin{bmatrix} p_i - \bar{p} \\ p_k - \bar{p} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} p_i - \bar{p} \\ p_k - \bar{p} \end{bmatrix},$$

其中  $\bar{p}$  是点集  $P$  的重心,由于矩阵  $C$  是对称半正定的矩阵,其三个特征值  $\lambda_i (i=0,1,2)$  为非负的实值,所对应的三个特征向量  $v_i (i=0,1,2)$  组成一个正交基.

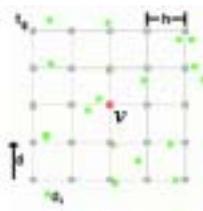


Fig.2 Regular grid G generated on the parameterization domain  
图2 局部 Grid 的构建过程



Fig.3 Covariance ellipsoid  
图3 协方差分析方法

假设  $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$ ,用平面  $(x - \bar{p}) \cdot v_0 = 0$  最小二乘拟合邻域点集,使得邻域点到此平面的距离和为最小,此平面可以看成是点集  $P$  的切平面.采样点  $p$  的法向为  $v_0$ ,其曲率为  $\sigma_n(p) = \lambda_0 / (\lambda_0 + \lambda_1 + \lambda_2)$ ,通过  $\bar{p}$  点以  $v_0$  为法向量可以建立采样点  $p$  处的一张切平面  $(x - \bar{p}) \cdot v_0 = 0$  (如图3所示).

实际上,可以用更加精确的方法估计这些内蕴几何量<sup>[9]</sup>,但由于点模型数量本身比较大,且带有噪声,因此PCA方法是比较合适的,该方法有助于顶点法向的光顺.

我们可以通过插值方法为参数域上的点和栅格  $G$  上的点建立一个对应关系,从而计算出栅格上每个节点  $t_{i,j}$  的几何灰度值.具体计算格式为:为  $G_v$  中的每个节点  $t_{i,j}$  找到其周围的采样点进行插值.如图2所示,获得与点  $t_{i,j}$  相邻4个单元格中  $D_4$  的采样参数点,对其进行采用高斯加权平均插值,获节点  $t_{i,j}$  的几何灰度值.

$$w_s = \exp(-\|v_s - t_{i,j}\|^2 / 2\sigma_c^2),$$

$$t_{i,j} = \sum_{v_s \in D_4} w_s(v_s) \times \omega_s.$$

如果节点  $t_{i,j}$  相邻4个单元格中没有采样点,则该点予以标记,在后续的邻域相似性匹配计算中,该节点不用予计算,从而减小相似性匹配误差.值得注意的是点  $v$  所对应的  $t_{i,j}$  直接赋点  $v$  的几何灰度值.

通过这种方法,我们就可以将每个采样点的邻域点集中每个点的几何灰度值转化为其对应栅格  $G$  每个节点  $t_{i,j}$  的几何灰度值.那么两个采样点  $v_i$  和  $v_j$  邻域之间的相似度比较可以定义为其对应栅格  $G_i$  和  $G_j$  之间的比较,如将  $G_i$  其定义转为为  $n \times n$  维变量  $T(v_i)$ ,则得下式:

$$S_{v_i, v_j} = e^{-\|T(v_i) - T(v_j)\|_{2,a}^2 / \alpha},$$

其中,  $\|T(v_i) - T(v_j)\|_{2,a}^2$  为高斯加权欧氏距离函数,  $\alpha$  是高斯核的标准方差.与  $v_i$  具有高相似性度量的采样点  $v_j$  其相似度  $S_{v_i, v_j}$  有较大的值.如图(4b)所示,图中  $p$  与  $p_3$  有较高的相似度,与  $p_2$  之间的相似度次之,与  $p_1$  之间的相似度最小.

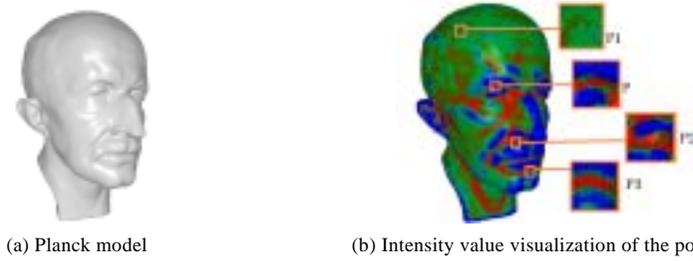


Fig.4 Neighborhood similarity comparison, intensity value is used to illustrate the value clearly.

Low intensity value indicates the largest gray-scale value, while the high intensity value indicates the least value

图4 邻域相似性比较,其中浅色表示几何灰度值大的点,深色的点几何灰度值最小,其他颜色表示介于两者之间

上述的采样点之间相似性的度量是我们 NL-means 方法的基础,为每个点邻域建立一个局部的栅格后,我们采 NL-means 方法对点模型点的邻域进行全局的相似性匹配计算,通过对相似度值进行加权平均计算出该点最终的几何灰度值  $NL(v)$ ,即

$$NL[v_i] = \sum_{j \in M} \mu(i, j) \omega(j) \quad (5)$$

其中,权  $\mu(i, j)$  依赖于采样点  $v_i, v_j$  相似度,满足条件  $0 \leq \mu(i, j) \leq 1, \sum_j \mu(i, j) = 1$ ,这些权定义为

$$\mu(i, j) = S_{v_i, v_j} / Z(v_i),$$

其中,  $Z(v_i)$  为归一化常量,  $z(v_i) = \sum_{v_j \in M} S_{v_i, v_j}$ . 其中  $M$  为点模型所有的点. 由上式可知,对相似度小的采样点  $v_i$  和  $v_j$ , 其影响权值  $\mu(i, j)$  几乎为 0; 对相似度大的采样点  $v_i$  和  $v_j$ , 赋予较大影响权值  $\mu(i, j)$ , 对  $v_i$  的最终灰度值  $NL[v_i]$  有较大影响.

由于 NL-means 方法不仅考虑单个点的几何信息,而且比较整个模型各采样点的邻域之间几何信息(如图 4(b)所示),因此该方法较基于邻域的局部滤波算子更加鲁棒.

在获得点  $v_i$  的  $NL[v_i]$  之后,我们沿  $v_i$  的法向方向移动,其距离为  $NL[v_i]$ ,得到其光顺后的几何坐标如下:

$$\hat{v} = v + NL(v) \cdot n.$$

由于我们的方法是沿法向方向移动采样点,因此有效地避免了顶点漂移的情况. 我们的算法通常迭代一到两次即可获得满意的结果. 在第二次迭代时需重新计算出各个点之间的相似度,并采用协方差重建出每个点的法向. 图 6(g) 是我们采用本文提出的方法获得的去噪结果,我们的迭代次数为二次.

### 3.3 聚类加速计算

由于 NL-means 方法需要进行全局相似性匹配,设每个栅格尺度为  $n \times n$ ,点模型共有  $N$  个点,则该算法的计算复杂度为  $O(n \times n \times N \times N)$ ,这样计算复杂度太高. 由纹理合成的技术启发,我们提出一种加速的相似性匹配计算方法—— $k$ -means 混合树方法.

由 NL-means 几何灰度匹配的方法可知,对邻域几何灰度值相差较大的点  $v_i$  和  $v_j$ , 其对应的影响权值  $\mu(i, j)$  几乎为 0; 反之,对邻域几何灰度值相差较小的点  $v_i$  和  $v_j$ , 其对应的影响权值  $\mu(i, j)$  较大,因此我们可按照图像纹理合成的思想,对模型上每个点的邻域按照其相似度进行聚类,然后对具有相似性的邻域进行加权平均.

在基于样本的纹理合成方法中,为了在样本纹理中找到与待要合成块最匹配的纹理块,Wei 等人<sup>[21]</sup>在文中提出使用树形矢量量化方法对样本纹理进行预处理,大大提高了合成时的搜索速度. 虽然加速算法减少了搜索空间,可能搜索不到最佳匹配结果,但并不影响纹理合成的效果. 我们将采用类似的方法来加速非局部化的点几何去噪.

Dellaert 等人提出的混合树<sup>[22]</sup>的方法,对具有联合概率分布的数据集进行聚类,该方法相比较其他方法,构建树的速度更快,算法更稳定,聚类效果更准确. 本文我们采用此混合树<sup>[22]</sup>为点模型的每个点的邻域所对应的几何灰度值建立一个树形结构,通过  $K$ -means(通常取  $K=4$ )层次聚类方法对具有较大几何灰度相似性的点进行聚类,

每个叶节点表示一个聚类  $\{Clu_i\}$ ,  $Clu_i$  中的每个点其邻域具有相似的几何灰度值.  $Clu_i$  中的点集的个数不超过用户给定的阈值  $K$  (通常为点模型大小的 2%). 如果点模型的点所对应的栅格 ( $n \times n$ ) 尺度大, 即  $n$  较大, 我们采用一种节约内存的存储方法, 该方法不需存储栅格中的每个元素, 只需存储每个栅格在整个输入图像中的位置即可, 这样极大地节约了内存. 采用加速的方法, 则基于全局匹配的 NL-Means 方法 (5) 变成如下式子:

$$NL[v_i] = \sum_{j \in Clu_i} \mu(i, j) \omega(j) \quad (6)$$

其中,  $\mu(v_i, v_j) = S_{v_i, v_j} / Z(v_i)$ , 其中  $Z(v_i)$  为归一化常量

$$z(v_i) = \sum_{v_j \in Clu_i} S_{v_i, v_j}$$

该算法的复杂度为  $O(n \times n) \times \log|N| \times N$ , 基于混合树的加速方法, 对具有相似的邻域进行聚类, 减少了匹配的空间, 提高了计算效率, 极大地加速了计算的速度, 且与纹理合成结果类似, 不影响去噪的效果. 如图 6(g), (h) 所示. 采用我们的方法同样可以对图像的非局部去噪算法<sup>[20]</sup>进行加速.

#### 4 实验结果

我们对点模型的 NL-means 方法与其他点模型去噪方法进行了全面的比较.

在图 5 中我们采用不同方法对原始的光滑 Planck 模型 (图 4(a)) 进行光顺处理, 将获得相应的 Method noise 的可视化结果. 设点模型的原始点位置为  $v$ , 经过非局部方法去噪后得到的几何位置为  $v'$ , 那么该点的 Method Noise 定义为这两点的欧式距离, 即  $\|v - v'\|$ . Method Noise 大的点我们将其可视化红色, 次之为绿色, 最小的为蓝色. Laplacian 方法由于是局部几何信号的平均, 在迭代过程中将出现特征被磨光的情况. 平均曲率流方法是点沿法向方向以该点的曲率的速率进行移动, 这两种方法都是各向同性的方法. 它们的 Method noise 的可视化体现出原始模型的几何特征 (图 5(a), (b)). 各向异性方法所得到的 Method noise 的可视化亦有原始模型的几何特征 (图 5(c)), 在这些方法中, 双边滤波器方法 (图 5(d)) 是最接近我们 NL-means 方法的结果, 但光滑后的 Method noise 的可视化还是能表现出一些几何特征. 我们的 NL-means 方法 (图 5(e)) 的 Method noise 的可视化结果几乎不能表现出模型的几何特征. 图 5(f) 中我们对原模型的曲率进行了可视化. 我们对不同方法 Method noise 的可视化结果得到了与图像中 Method noise 的可视化结果<sup>[20]</sup>类似的结果, 证明了我们方法的正确性.

图 6 是我们分别用不同方法对人工加入随机噪声的 Planck 模型去噪的结果. 所有方法所用的采样点的邻域半径相同. Laplacian 方法出现特征磨光现象, 且由于点不在法向方向进行移动将出现顶点漂移, 导致光顺模型出现裂缝的情况 (图 6(b)). 平均曲率流方法是点沿法向方向以该点的曲率的速率进行移动, 为各向同性的方法, 因此亦出现特征磨光现象, 但是没有出现顶点漂移的情况 (图 6(c)). 各向异性方法在迭代光顺中保留模型的特征同时剔除模型的噪声, 但该算法会使模型平坦区域或者局部的细节出现过度磨光的现象, 甚至会出现退化的情况, 同时由于点模型是离散点组成, 将出现过滤结果不光滑的情况 (图 6(d)). MLS 方法由于是采用基于优化的局部多项式曲面拟合, 通过将噪声点移至所逼近曲面上达到去噪的目的, 因此计算量大且计算且不鲁棒, 难以保持点模型的特征 (图 6(e)); 另外, MLS 方法最终依靠多项式曲面拟合, 所以在某些点处会出现顶点漂移. 在这些方法中双边滤波器方法 (图 6(f)) 最接近我们的结果 (图 6(f), (h)), 该算法处理稍大的噪声时会引起过光顺而不能有效地保持模型的细小特征. 而且由于该算法仅仅利用单个点的局部信息, 在处理稍大的噪声模型时计算不稳定. 从图中可以看出我们的方法特征保留的更好, 去噪结果更接近初始模型 (图 6(i)).

图 7 是不同方法对扫描获得的噪声模型直接去噪所得结果的比较. 该模型是采用浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室所购置的手持式三维扫描仪扫描所获得. 由图中结果可以看出, 我们的方法比双边滤波器方法更好地保持了特征, 并且有效地剔除了模型的噪声. 而 Laplacian 方法所获得的结果由于顶点漂移而出现了裂缝. 图 7(e), (f), (g), (h) 分别是对图 7(a), (b), (c), (e) 采用多尺度 RBF<sup>[24]</sup>重建的结果, 我们采用 Yutaka Ohtake 个人主页上提供的代码, 并且所有重建结果都采用同样的参数.

本文提出的点模型NL-means去噪算法通常迭代一到两次即可获得满意的结果.需要指出的是,虽然我们的方法采用了基于混合树的加速方法,但仍然有相似性匹配计算的问题,因此相对于双边滤波器方法我们的算法相对来说耗时,处理200 000个点的模型通常需要6~8分钟.

图 5 对无噪声的 Planck 模型(图 4(a))分别用 5 种方法光滑,下图是 5 种不同方法得出的 Method noise 的可视化结果(所有方法的邻域半径相同).

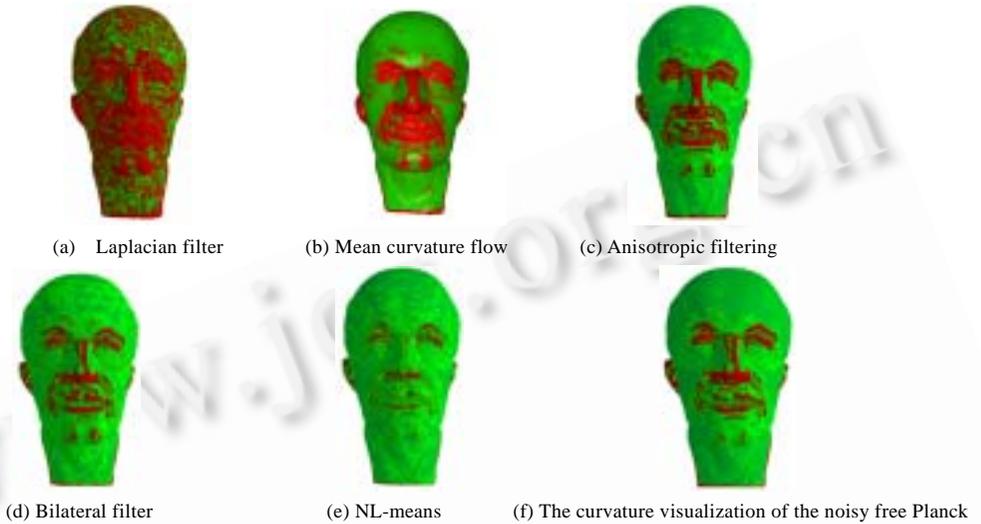


Fig.5 Method noise visualization of the noisy free Planck using different methods

图5 五种不同方法得出的Planck模型的Method noise可视化结果

图6分别用不同方法对带有随机噪声的Planck模型去噪的结果比较(所有方法的邻域半径相同).

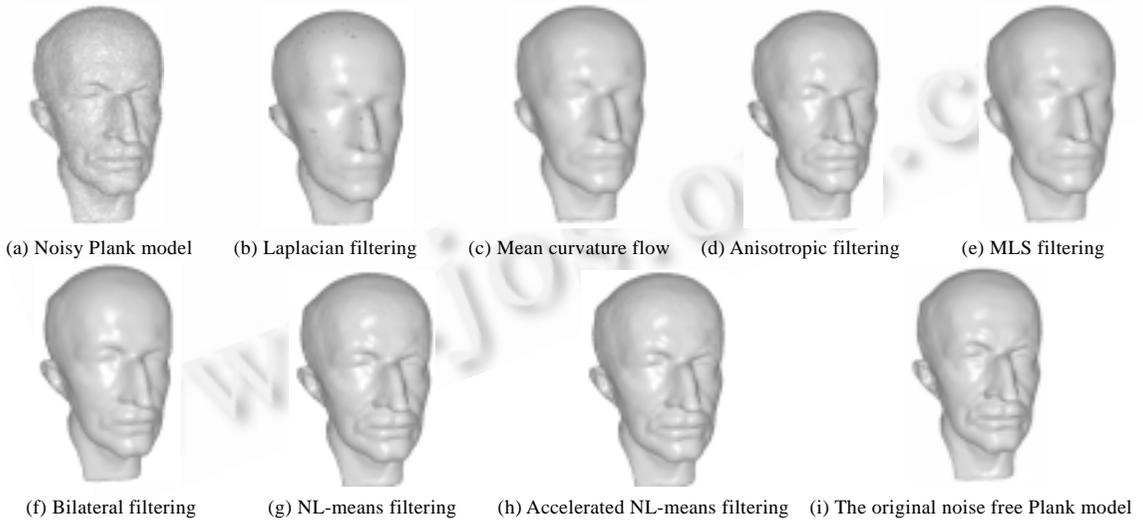


Fig.6 Filtering results comparison using different methods

图6 分别用不同方法对带有随机噪声的Planck模型去噪的结果比较

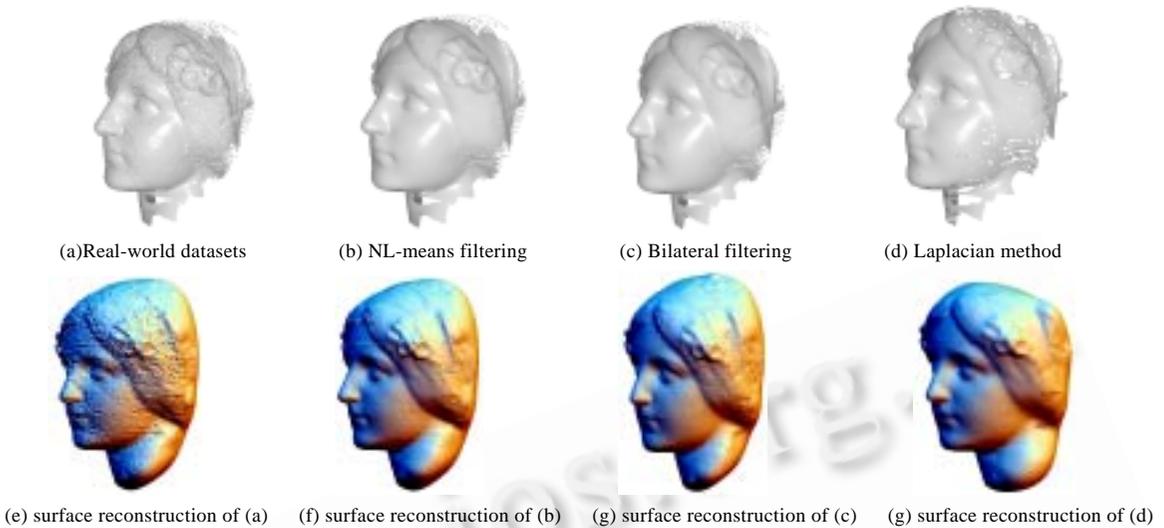


Fig.7 Results of applying different filters to real-world datasets acquired with laser scanners

图7 使用不同直接对扫描所得噪声模型去噪结果的比较

## 5 结论和将来的工作

本文提出了一种基于非局部几何信号的点模型去噪算法.该方法的主要思想是,首先通过双边滤波算子,计算出每个点的微分坐标信息作为“几何灰度值”,基于模型上每个点的相邻点集的微分信息的相似度进行匹配计算,对点模型上的“几何灰度值”进行全局的加权平均,获得该点最终的微分信号,然后重建出该点的几何信息.进一步,我们提出了基于混合树的加速方法,对具有相似的邻域进行聚类,减少了匹配的空间,提高了计算效率.实验结果和对比数据表明,本文提出的算法简单而高效,获得了满意的去噪效果.由于我们的方法是应用在没有拓扑连接关系的点模型上,因此我们的方法可以直接推广到网格模型上.

### References:

- [1] Taubin G. A signal processing approach to fair surface design. In: Proc. of the Computer Graphics. Annual Conf. Series, ACM SIGGRAPH, 1995. 351–358.
- [2] Desbrun M, Meyer M, Schröder P, *et al.* Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow. In: Proc. of the Computer Graphics. Annual Conf. Series, ACM SIGGRAPH, 1999. 317–324.
- [3] Ohtake Y, Belyaev A, Bogaeski I. Polyhedral surface smoothing with simultaneous mesh regularization. In: Geometric Modeling and Processing. 2000. 229–237.
- [4] Perona P, Malik J. Scale-Space and edge detection using anisotropic diffusion. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990,12(7):629–639.
- [5] Clarenz U, Diewald U, Rumpf M. Anisotropic geometric diffusion in surface processing. In: Proc. of the IEEE Visualization. 2000. 397–405.
- [6] Desbrun M, Meyer M, Schröder P, *et al.* Anisotropic feature-preserving denoising of height fields and images. In: Proc. of the Graphics Interface Conf. 2000. 145–152.
- [7] Meyer M, Desbrun M, Schröder P, *et al.* Discrete differential geometry operators for triangulated 2-manifolds. In: Hege HC, Polthier K, eds Visualization and Mathematics III. 2003. 35–57.
- [8] Bajaj CL, Xu G. Anisotropic diffusion of subdivision surfaces and functions on surfaces. ACM Trans. on Graphics, 2003,22(1): 4–32.
- [9] Hildebrandt K, Polthier K. Anisotropic filtering of non-linear surface features. Computer Graphics Forum, 2004,23(3):391–400.

- [10] Fleishman S, Drori I, Cohen-Or D. Bilateral mesh denoising. In: Proc. of the Computer Graphics Annual Conf. Series, ACM SIGGRAPH. 2003. 950–953.
- [11] Jones T R, Durand F, Desbrun M. Non-Iterative, feature-preserving mesh smoothing. In: Proc. of the Computer Graphics, Annual Conf. Series, ACM SIGGRAPH. 2003. 943–949.
- [12] Tomasi C, Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images. In: Proc. of the 6th Int'l Conf. on Computer Vision. 1998. 839–846.
- [13] Hu GF, Peng QS, Forrest AR. Robust mesh smoothing. Journal of Computer Science and Technology, 2004,19(4):521–528.
- [14] Pauly M, Kobbelt L, Gross M. Multiresolution modeling of point-sampled geometry. ETH Zurich Technical Report, 2002. <http://graphics.stanford.edu/mapauly/Pdfs/MultiresModeling.pdf>
- [15] Clarenz U, Rumpf M, Telea A. Fairing of point based surfaces. In: Computer Graphics International. 2004. 600–603.
- [16] Pauly M, Gross M. Spectral processing of point sampled geometry. ACM Trans. on Graphics, 2001,20(3):379–386.
- [17] Alexa M, Behr J, Cohen-or D, *et al.* Point set surfaces. In: Proc. of the IEEE Visualization. 2001. 21–26.
- [18] Xiao CX, Miao YW, Liu S, Peng QS. A dynamic balanced flow for filtering point-sampled geometry. The Visual Computer, 2006,22(3):210–219.
- [19] Hu GF. Studies on denoising and smoothing of 3D digital geometry [PH.D.Thesis]. Hangzhou: Zhejiang University, 2005 (in Chinese with English abstract)
- [20] Buades A, Coll B, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising. In: Proc. of the IEEE Computer Society Int'l Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. 2005. 60–65.
- [21] Wei L Y, Levoy M. Fast texture synthesis using tree structured vector quantization. In: Computer Graphics. Annual Conf. Series. ACM SIGGRAPH. 2000. 479–488.
- [22] Dellaert F, Kwatra V, Oh SM. Mixture trees for modeling and fast conditional sampling with applications in vision and graphics. In: Proc. of the IEEE Computer Society Int'l Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition. 2005. 619–624.
- [23] Pauly M, Gross M, Kobbelt L. Efficient simplification of point-sampled surfaces. In: Proc. of the IEEE Visualization. 2002. 163–170.

#### 附中文参考文献:

- [19] 胡国飞. 三维数字表面去噪光顺技术研究[博士学位论文]. 杭州:浙江大学,2005.



肖春霞(1976 - ),男,博士生,主要研究领域为数字几何处理,图像和视频处理,流体模拟.



缪永伟(1971 - ),男,博士生,主要研究领域为数字几何处理,计算机辅助几何设计.



李辉(1981 - ),男,硕士生,主要研究领域为数字几何处理.



彭群生(1947 - ),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为真实感图形,虚拟现实,计算机动画.