ISSN 1000-9825, CODEN RUXUEW
*Journal of Software*, Vol.17, No.1, January 2006, pp.11−19
DOI: 10.1360/jos170011

E-mail: jos@iscas.ac.cn
http://www.jos.org.cn
Tel/Fax: +86-10-62562563

# Petri 网精细化操作及其在系统设计中的应用*

夏传良[1+], 焦　莉[2], 陆维明[1]

[1](中国科学院 数学与系统科学研究院 计算机科学研究室,北京 100080)
[2](中国科学院 软件研究所 计算机科学重点实验室,北京 100080)

## Petri Net Refinement and Its Application in System Design

XIA Chuan-Liang[1+], JIAO Li[2], LU Wei-Ming[1]

[1](Department of Computer Science, Academy of Mathematics and System Sciences, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

[2](Laboratory of Computer Science, Institute of Software, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-10-82683323, Fax: +86-10-62541829, E-mail: xcl@amss.ac.cn, http://www.amss.ac.cn

**Xia CL, Jiao L, Lu WM. Petri net refinement and its application in system design. *Journal of Software*, 2006,17(1):11−19.** http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/11.htm

**Abstract**: A scheme is obtained by using some kinds of Petri net refinement, according to the design of flexible manufacturing system. Two kinds of refinement are obtained. Dynamic properties have been investigated. The sufficient and necessary conditions of liveness preservation, boundedness preservation and reversibility preservation are presented. A flexible manufacturing system has been designed and verified. These results are useful for studying the static and dynamic properties of Petri nets and analyzing properties of large complex system. The refinement method is especially fit for the design of flexible manufacturing system and practical to use in reality.
**Key words**: Petri nets; refinement; liveness; boundedness; system design

摘　要: 针对柔性制造系统的设计问题,提出了用 Petri 网精细化操作解决问题的方案.给出了两种精细化操作.研究了 Petri 网精细化操作的动态性质保持问题,给出了精细化操作保持活性、有界性、可回复性的充分必要条件;对一个柔性制造系统进行了设计和验证.其结果可为 Petri 网系统静态和动态性质的考察提供有效途径,为 Petri 网复杂大系统的分析提供重要手段,并特别适合于柔性制造系统的设计,具有一定的实用价值.
关键词: Petri 网;精细化操作;活性;有界性;系统设计
中图法分类号: TP301　　文献标识码: A

在系统设计中,精细化操作是一个非常普遍和基本的问题.适用的精细化技术对系统(特别是柔性制造系统)的设计和验证都是十分关键的.复杂的系统设计大多从简单的设计开始,经过逐步精细化操作而得到.简单的设计包含了系统所需要的性质,但有诸多不完善的部分.进一步地,通过对简单设计进行一系列的精细化操作,可以得到完善和精确的设计,而重要的是在逐步精细化过程中应保持系统性质.对系统的设计和验证需要一

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60073013 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.G1998030416 (国家重点基础研究发展规划(973))

Received 2005-06-13; Accepted 2005-08-15

整套完整的理论和方法,其中 Petri 网是一种系统的数学和图形的建模和分析工具,特别适用于对具有同步、并发、冲突的离散事件系统进行建模和分析.它广泛用于复杂系统的设计与分析中,如计算机系统、分布式并行处理系统、柔性制造系统等.但是,当建模的系统大而且复杂时,就会由于状态空间爆炸而带来系统分析上的高复杂性.有一种重要的方法可用来降低大系统建模分析的复杂度,即系统的精细化操作.精细化操作就是对简单的 Petri 网系统中的某些变迁或库所进行精细化,在精细化过程中保持原系统的某些重要性质,如有界性、活性和可回复性不变,从而降低建模和分析的复杂度.

Petri 网的精细化设计思想一直为理论界和工程界所关注,并已有大量的工作.文献[1]指出对复杂过程建模时,Petri 网的精细化描述方法通常是绝对必要的;文献[2]针对有色 Petri 网给出了 3 类精细化操作,用网射来研究这些精细化操作对行为性质的保持性;文献[3]提出的精细化规则保证了目标工作流网的正确性;对于时间 Petri 网[4]给出了一种方法来证明精细化操作规则的正确性,并将这些规则应用于系统验证;文献[5]基于谓词/变迁网给出了一种由托肯控制的库所精细化操作,当一个结构化的托肯遇到一个可精细化的库所时,就会进行精细化操作,托肯中的控制信息将被解读,被精细化的库所在下一个层次上形成一个“精细化网”;文献[6]基于一般随机 Petri 网,提出了一种逐步建立可靠性模型的方法,先建立模型,然后根据有关条件再进行精细化;文献[7]按照逐步精细化的操作方法,模拟和实现整个制造系统(MS);文献[8]给出了一种基于规则的精细化操作,用于保持系统的安全性;文献[9]对工作流网进行了保持正确性的精细化操作…这些工作均针对 Petri 网精细化操作和网性质进行了分析.

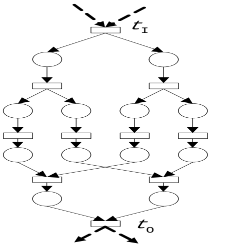
上述工作虽然给出了一些精细化操作方法,但对精细化条件的判定都比较困难,并且不适用于柔性制造系统的设计和验证.为此,本文参考了大量有关 Petri 网精细化操作方面的文献,提出了一种针对变迁精细化的 T-型子网精细化操作和一种针对库所精细化的 P-型子网精细化操作.本文研究了这两种精细化操作的动态性质保持问题.给出了精细化后的目标网保持活性、有界性和可回复性的充分必要条件.最后用这两种操作设计和验证了一个柔性制造系统,证实了本文结果的适用性.

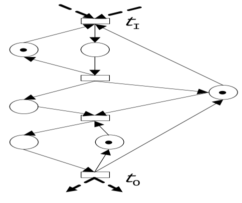
文献[10]也给出了两种精细化操作,同时也给出了精细化后的网保持守恒性、相容性、有界性和可重复性等的条件,但就变迁精细化操作而言,文献[10]给出的精细化操作与我们提出的 T-型子网精细化操作有很大区别,并且文献[10]中被精细化的变迁必须是单输入、单输出的,我们给出的方法可对多输入、多输出的变迁直接进行精细化;就库所精细化操作而言,文献[10]先将被精细化的库所转换为一个变迁,然后再应用变迁精细化操作,我们的方法是对库所直接用 P-型子网进行精细化,而且两种模型对子网的约束条件均不相同.为了研究 Petri 网公平性的鲁棒性(robustness),文献[11]也给出了两种精细化操作,但将变迁精细化得到的子网和将库所精细化得到的子网与我们提出的 T-型子网和 P-型子网相比,结构过于简单,从而 T-型子网和 P-型子网更具有一般性.

本文第 1 节提出 T-型子网精细化操作,并研究它对有界性、活性和可回复性的保持性问题.第 2 节提出 P-型子网精细化操作,并研究它对有界性、活性和可回复性的保持性问题.第 3 节对一个柔性制造系统进行设计和验证.第 4 节总结全文.关于 Petri 网的基本概念和术语可参见文献[12,13].

## 1 T-型子网精细化操作

针对业务过程处理系统,提出了 T-型子网,简单示例如下:



**定义 1.1**. 设 $N$=($P$,$T$;$F$,$W$)是一个 Petri 网,$N_0$=($P_0$,$T_0$;$F_0$,$W_0$)是 $N$ 的一个子网,若满足:

(1) ${}^\bullet P_0 \cup P_0{}^\bullet \subseteq T_0$;

(2) $N$ 是连通的,并且$\{t_\mathrm{I},t_\mathrm{O}\}\subseteq T_0$,$t_\mathrm{I}$ 是唯一的输入变迁,$t_\mathrm{O}$ 是唯一的输出变迁,

则称 $N_0$ 为 $N$ 的一个 T-型子网.

**假定 1.1**. T-型子网系统($N_0$, $M_{T_0}$)由 T-型子网 $N_0$ 和初始标识 $M_{T_0}$ 构成,并且满足:在($N_0$, $M_{T_0}$)的一次执行过程(从托肯流入 $t_\mathrm{I}$ 至由 $t_\mathrm{O}$ 流出)中,从外部流入 $t_\mathrm{I}$ 的托肯数与流出 $t_\mathrm{O}$ 的托肯数相等,若 $P_0$ 中在初始状态下有托肯,一次执行过程结束后,$P_0$ 中所有托肯又恢复为原来状态.

**定义 1.2**. T-型子网精细化操作 Ref($\tilde{t}$ ,$N_\mathrm{T}$):将 Petri 网 $N$=($P$,$T$;$F$,$W$)中的变迁 $\tilde{t}$ 精细化为一个 T-型子网 $N_\mathrm{T}$=($P_\mathrm{T}$,$T_\mathrm{T}$;$F_\mathrm{T}$,$W_\mathrm{T}$)(即用 T-型子网 $N_\mathrm{T}$=($P_\mathrm{T}$,$T_\mathrm{T}$;$F_\mathrm{T}$,$W_\mathrm{T}$)来替换 $\tilde{t}$ ),得到 Petri 网 $N'$=($P'$,$T'$;$F'$,$W'$),其中,

(1) $P'=P\cup P_\mathrm{T}$;

(2) $T'=T\cup T_\mathrm{T}-\{\tilde{t}\}$;

(3) $F'=F\cup\{(p,t_\mathrm{I})|p\in{}^\bullet\tilde{t}\}\cup\{(t_\mathrm{O},p)|p\in\tilde{t}^\bullet\}-\{(p,\tilde{t})|p\in{}^\bullet\tilde{t}\}-\{(\tilde{t},p)|p\in\tilde{t}^\bullet\}$.

**定义 1.3**. 经 T-型子网精细化操作后得到的网系统($N'_0$,$M'_0$)由经精细化操作后得到的网 $N'$和初始标识 $M'_0$ 构成,记 $M'_0=[M_0, M_{T_0}]$,其中 $M_0$, $M_{T_0}$ 分别是 $N$ 与 $N_\mathrm{T}$ 的初始标识.

**定义 1.4**. 在网系统($N'_0$,$M'_0$)中取子网由 ${}^\bullet t_\mathrm{I}$ 开始经过 $N_\mathrm{T}$ 到 $t_\mathrm{O}{}^\bullet$,并增加变迁 $t_\mathrm{T}$ 以及弧集 $\{(p,t_\mathrm{T})|p\in t_\mathrm{O}{}^\bullet\}\cup\{(t_\mathrm{T},p)|p\in{}^\bullet t_\mathrm{I}\}$,标识不变,得到 T-型闭网系统 $(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$.

**定理 1.1**. 设($N'$,$M'_0$)是由($N$,$M_0$)经 T-型子网精细化操作 Ref($\tilde{t}$ ,$N_\mathrm{T}$)得到的 Petri 网系统,则($N'$,$M'_0$)是有界的充分必要条件是($N$,$M_0$)与 $(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$ 都是有界的.

证明:(1) 先证充分性.因为($N$,$M_0$)是有界的,则$\forall p\in P$,存在正常数 $k_1$ 使得 $M(p)\le k_1,\forall M\in R(M_0)$.又因为 $(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$ 有界,则 $\forall p\in P_\mathrm{T}$,存在一个正常数 $k_2$ 使得 $M_\mathrm{T}(p)\le k_2,\forall M_\mathrm{T}\in R(M_{T_0})$.令 $k=k_1+k_2$,根据定义 1.2,$\forall p\in P',M'(p)\le k,\forall M'\in R(M'_0)$,所以($N'$,$M'_0$)有界.

(2) 再证必要性.采用反证法,假设($N$,$M_0$)无界,则$\exists p\in P,\forall k>0,\exists M\in R(M_0)$且 $M(p)>k$.根据定义 1.2,$\forall k>0$, $\exists M'\in R(M'_0)$且 $M'(p)>k$,.这与题设($N'$,$M'_0$)有界矛盾. □

**定理 1.2**. 设($N'$,$M'_0$)是由($N$,$M_0$)中经 T-型子网精细化操作 Ref($\tilde{t}$, $N_\mathrm{T}$)得到的 Petri 网系统,如果 ${}^\bullet t_\mathrm{I}\subseteq\{p|p\in P'\wedge(M'(p)>0)\}$,则($N'$,$M'_0$)是活的充分必要条件是($N$,$M_0$)与 $(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$ 都是活的.

证明:I. 先证充分性.$\forall t'\in T'$,则 $t'\in T-\{\tilde{t}\}$或 $t'\in T_\mathrm{T}-\{t_\mathrm{I},t_\mathrm{O}\}$或 $t'\in\{t_\mathrm{I},t_\mathrm{O}\}$.对$\forall M'\in R(M'_0)$,令 $M'=[M,M_\mathrm{T}]$,根据假定 1.1 有,$M\in R(M_0)$和 $M_\mathrm{T}\in R(M_{T_0})$.

(1) 若 $t'\in T-\{\tilde{t}\}$,由$\Sigma$的活性可知,$\exists\,\overline{M}\in R(M)$,使得 $\overline{M}\,[t'>$.记 $M_0[\sigma_0>M[\sigma>\overline{M}\,[t'>$,其中,$\sigma_0$,$\sigma$ 为$\Sigma$的可引发变迁序列.

(1.1) 若 $\tilde{t}$ 不属于 $\sigma_0$ 或 $\sigma$ 中的变迁集合,则根据定义 1.2,令 $M'_0=[M_0, M_{T_0}]$, $\overline{M}'=[\overline{M}, M_{T_0}]$,从而有 $\overline{M}\in R(M_0)$, $\overline{M}'\in R(M'_0)$,并且 $M'_0[\sigma_0>M'[\sigma>\overline{M}'\,[t'>$,即 $t'$在$\Sigma'=(N',M'_0)$中是活的;

(1.2) 若 $\tilde{t}$ 属于 $\sigma_0$ 或 $\sigma$ 中的变迁集合,不妨设 $\tilde{t}$ 属于 $\sigma$ 的变迁集合,且记为 $M_0[\sigma_0>M[\sigma_1\tilde{t}\sigma_2>\overline{M}'\,[t'>$,由定义 1.2 及$\Sigma_T$的活性可知,$M'_0[\sigma_0>M'[\sigma_1 t_\mathrm{I}\sigma_\mathrm{T}t_\mathrm{O}\sigma_2>\overline{M}'\,[t'>$,其中 $\sigma_T$ 是 $T_\mathrm{T}$ 上的步串,因此 $t'$在$\Sigma'$中仍是活的.

(2) 若 $t'\in T_\mathrm{T}-\{t_\mathrm{I},t_\mathrm{O}\}$,由 $M_0[\sigma>M$,即$[M_0, M_{T_0}][\sigma'>[M_2,M_\mathrm{T}]$,记 $M_{T_0}[\sigma_{T_0}>M_\mathrm{T}$.

(2.1) 若 $t'$不属于 $\sigma_{T_0}$ 的变迁集合,则由$\Sigma_T$的活性可知,$\exists\,\overline{M}_T\in R(M_\mathrm{T})$使得 $M_{T_0}[\sigma_{T_0}>M_\mathrm{T}[\sigma_\mathrm{T}>\overline{M}_T\,[t'>$,考虑到$\Sigma$的活性,因此$[M_0, M_{T_0}][\sigma_0>[M_2,M_\mathrm{T}][\sigma_{T_0}>[M_2,M'_\mathrm{T}][\sigma_T>[M_2,\overline{M}_T][t'>$,令 $\overline{M}'=[M_2,\overline{M}_T]$,则有 $M'_0[\sigma_0\ \sigma_{T_0}>M'[\sigma_T>\overline{M}'\,[t'>$,因此 $t'$在$\Sigma'$中是活的.

(2.2) 若 $t'$属于 $\sigma_{T_0}$ 的变迁集合,则有$[M_0, M_{T_0}][\sigma_0\, t_\mathrm{I}>[M_1,M_\mathrm{T}][\sigma_{T_0}>[M_1, M_{T_1}][\sigma_1>[M_2, M_{T_1}]$,根据$\Sigma_T$ 的活性,$\exists\sigma''$使得$[M_2, M_{T_1}][\sigma''\, t_\mathrm{O}>[M_3, M_{T_0}]$,又根据$\Sigma$的活性可知,$\exists\sigma_2$使得,$[M_3, M_{T_0}][\sigma_2\, t_\mathrm{I}>[M_1,M_\mathrm{T}]$,再根据$\Sigma_T$ 的活性,$\exists\sigma_\mathrm{T}$ 使得,$[M_1,M_\mathrm{T}][\sigma_\mathrm{T}>[M_1,\overline{M}_{T_1}][t'>$(其中 $\sigma_\mathrm{T}$ 是 $\sigma_{T_0}$ 的前缀子串).亦即,$[M_0, M_{T_0}][\sigma_0 t_\mathrm{I}\sigma_{T_0}\sigma_1>[M_2, M_{T_1}]$

$[\sigma''t_O\sigma_2t_I\sigma_T>[M_1,\overline{M}_{T_1}][t'>$,即

$$M'_0[\sigma_0t_I\sigma_{T_0}\sigma_1>M'[\sigma''t_O\sigma_2t_I\sigma_T>\overline{M}'[t'>,$$

因此 $t'$在$\Sigma'$中是活的.

(3) 若 $t'\in\{t_I,t_O\}$,不妨设 $t'=t_I$,对$\forall M'\in R(M'_0)$,其中 $M'=[M,M_T]$,$M\in R(M_0)$,$M_T\in R(M_{T_0})$.

(3.1) 若 $M_T=\theta_T$,则由$\Sigma$的活性可知,$\exists\sigma$ 使得 $M[\sigma>\overline{M}[\tilde{t}>$,而${}^\bullet\tilde{t}={}^\bullet t'$,因此在$\Sigma'$中$\exists\overline{M}'=[\overline{M},\theta_T]$,使得 $M'_0[\sigma_0>M'[\sigma>\overline{M}'[t'>$,即 $t'$在$\Sigma'$上是活的.

(3.2) 若 $M_T\neq\theta_T$,则由$\Sigma_T$的活性可知,$\exists\sigma_T$ 使得 $M_T[\sigma_T>M_{T_1}$,由$\Sigma$的活性可知,$\exists\sigma_0$使得$M_{T_1}[t_O\sigma_0>\overline{M}[\tilde{t}>$,而${}^\bullet\tilde{t}={}^\bullet t'$,从而在$\Sigma'$中有 $M'_0[\sigma'_0>M'[\sigma_Tt_O\sigma_0>\overline{M}'[t'>$,因而 $t'$在$\Sigma'$上是活的.

由(1),(2),(3)可知,$t'$在$\Sigma'$上是活的,由 $t'$的任意性可知,$\Sigma'$是活的.

II. 再证必要性.采用反证法.假设$\forall M''_0\in R(M'_0)$从$\Sigma'$中得到的$\Sigma$不活,即$\exists M\in R(M_0)$,$\exists t\in T$,$\forall\overline{M}\in R(M)$都有$\neg(\overline{M}[t>)$.由于 $M''_0$ 在$\Sigma$上的投影为 $M_0$,记 $M_0[\sigma>M[\overline{\sigma}>\overline{M}$, $\sigma,\overline{\sigma}\in T''$,现以 $t_I\sigma_Tt_O$ 分别替换$\sigma,\overline{\sigma}$中的$\tilde{t}$,得$\sigma',\sigma''\in T''$,根据定义 1.3 和$\Sigma'$的活性可知,$M'_0[\sigma'>M'[\overline{\sigma}'>\overline{M}'$,并且 $M''$在$\Sigma$上的投影为 $M$, $\overline{M}''$在$\Sigma$上的投影为$\overline{M}$,这样对应于 $M$,$\exists M''\in R(M''_0)$,$\exists t'\in T''$(当 $t\in T-\{\tilde{t}\}$时,$t'=t$,当 $t=t'$时,$t'=t_I$),使得对应于$\forall\overline{M}\in R(M)$有$\forall\overline{M}''\in R(M'')$,由$\neg(\overline{M}[t>)$可推知,$\neg(\overline{M}''[t'>)$,从而$\Sigma'$不活,矛盾.因此,$\exists M''_0,M'''_0\in R(M'_0)$,使得从$(N',M''_0)$中得到的$(N,M_0)$和从$(N',M'''_0)$中得到的$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$都是活的.因为${}^\bullet t_I\subseteq\{p|p\in P'\wedge(M'(p)>0)\}$,所以从$(N',M'_0)$中得到的$(N,M_0)$和$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$都是活的. □

定理 **1.3**. 设$(N',M'_0)$是由$(N,M_0)$中经 T-型子网精细化操作 Ref($\tilde{t}$,$N_T$)得到的 Petri 网系统,如果${}^\bullet t_I\subseteq\{p|p\in P'\wedge(M'(p)>0)\}$,则$(N',M'_0)$是可回复的充分必要条件是$(N,M_0)$与$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$都是可回复的.

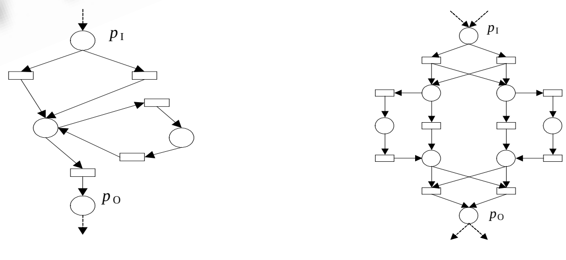
证明:(1) 先证充分性.$\forall M'\in R(M'_0)$,根据定义 1.2,$M'_0=[M_0,M_{T_0}]$,$M'=[M,M_T]$.因为$(N,M_0)$是可回复的,则$\forall M\in R(M_0)$,$M_0\in R(M)$.又因为$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$是可回复的,则$\forall M_T\in R(M_{T_0})$, $M_{T_0}\in R(M_T)$.显然,$M'_0\in R(M')$,因此$(N',M'_0)$是可回复的.

(2) 再证必要性.采用反证法,假设$(N,M_0)$不是可回复的,则$\exists M_1\in R(M_0)$,使得 $M_0\notin R(M_1)$,根据定义 1.2,$\exists M'_1=[M,M_T]$,使得 $M'_0\notin R(M'_1)$.这与题设$(N',M'_0)$是可回复的矛盾.因此,$\exists M''_0,M'''_0\in R(M'_0)$,使得从$(N',M''_0)$中得到的$(N,M_0)$和从$(N',M'''_0)$中得到的$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$都是可回复的.又因为${}^\bullet t_I\subseteq\{p|p\in P'\wedge(M'(p)>0)\}$,所以从$(N',M'_0)$中经精细化操作得到的$(N,M_0)$和$(\overline{N}_T,\overline{M}_{T_0})$都是可回复的. □

注:在定理 1.1~定理 1.3 的证明过程中,充分利用 T-型子网精细化操作的定义 1.2 和 Petri 网的有界性、活性和可回复性的定义[12]来讨论 Petri 网系统对有界性、活性和可回复性的保持性.

## 2 P-型子网精细化操作

针对业务过程处理系统,提出了 P-型子网,简单示例如下:




定义 **2.1**. 设 $N=(P,T;F,W)$是一个 Petri 网,$N_0=(P_0\cup\{p_I,p_O\},T_0;F_0,W_0)$是 $N$ 的一个子网,若满足:

(1) ${}^\bullet T_0\cup T_0{}^\bullet\subseteq P_0\cup\{p_I,p_O\}$;

(2) $N_0$是连通的,并且 $p_I$是唯一的输入库所,$p_O$是唯一的输出库所,

则称 $N_0$ 为 $N$ 的一个 P-型子网.

假定 **2.1**. P-型子网系统($N_0$, $M_{P_0}$)由 P-型子网 $N_0$ 和初始标识 $M_{P_0}$ 构成,并且满足:

(1) 初始标识(托肯)只能出现在 $p_{\mathrm{I}}$ 中;

(2) 在($N_0$, $M_{P_0}$)的一次执行过程(从托肯流入 $p_{\mathrm{I}}$ 至由 $p_{\mathrm{O}}$ 流出)中,从外部流入 $p_{\mathrm{I}}$ 的托肯数与流出 $p_{\mathrm{O}}$ 的托肯数相等,并且一次执行过程结束后,$P_0$ 中的每个库所都不含托肯.

定义 **2.2**. P-型闭网系统:为 P-型子网系统($N_0$, $M_{P_0}$)增加一个变迁 $t_{\mathrm{P}}$ 和两条有向弧($p_{\mathrm{O}}$,$t_{\mathrm{P}}$),($t_{\mathrm{P}}$,$p_{\mathrm{I}}$),并且标识不变,得到 P-型闭网系统 $(\overline{N}_{\mathrm{P}},\overline{M}_{P_0})$ .

定义 **2.3**. P-型子网精细化操作 $\mathrm{Ref}_{\mathrm{P}}(\tilde{p},N_{\mathrm{P}})$:将 Petri 网 $N=(P,T;F,W)$中的变迁 $\tilde{p}$ 精细化为一个 P-型子网 $N_{\mathrm{P}}=(P_{\mathrm{P}}\cup\{p_{\mathrm{I}},p_{\mathrm{O}}\},T_{\mathrm{P}};F_{\mathrm{P}},W_{\mathrm{P}})$(即用 P-型子网 $N_{\mathrm{P}}=(P_{\mathrm{P}}\cup\{p_{\mathrm{I}},p_{\mathrm{O}}\},T_{\mathrm{P}};F_{\mathrm{P}},W_{\mathrm{P}})$来替换 $\tilde{p}$ ),得到 Petri 网 $N'=(P',T';F',W')$,其中,

(1) $P'=(P-\{\tilde{p}\})\cup P_{\mathrm{P}}\cup\{p_{\mathrm{I}},p_{\mathrm{O}}\}$;

(2) $T'=T\cup T_{\mathrm{P}}$;

(3) $F'=F\cup\{(t,p_{\mathrm{I}})|t\in T\wedge t\in{}^{\bullet}\tilde{p}\}\cup F_{\mathrm{P}}\cup\{(p_{\mathrm{O}},t)|t\in T\wedge t\in\tilde{p}^{\bullet}\}-\{(t,\tilde{p})|t\in T\wedge t\in{}^{\bullet}\tilde{p}\}-\{(\tilde{p},t)|t\in T\wedge t\in\tilde{p}^{\bullet}\}$.

定义 **2.4**. 经 P-型子网精细化操作后得到的网系统($N'$,$M'_0$)由经精细化操作后得到的网 $N'$和初始标识 $M'_0$ 构成,其中,

$$M'_0=\begin{cases}[M_{(P\backslash\tilde{p})0},\theta_{\mathrm{P}}], & M_0(\tilde{p})=0\\ [M_{(P\backslash\tilde{p})0},M_{P0}], & M_0(\tilde{p})>0\end{cases},$$

其中 $M_{(P\backslash\tilde{p})}$ 为 $M$ 中去掉 $\tilde{p}$ 所对应的分量以后的向量,$\theta_{\mathrm{P}}$ 是 $M_{\mathrm{P}}$ 的零向量.

定理 **2.1**. 设($N'$,$M'_0$)是由($N$,$M_0$)经 P-型子网精细化操作 $\mathrm{Ref}_{\mathrm{P}}(\tilde{p},N_{\mathrm{P}})$得到的 Petri 网系统,则($N'$,$M'_0$)是有界的当且仅当($N$,$M_0$)与 $(\overline{N}_P,\overline{M}_{P_0})$ 都是有界的.

证明:(1) 先证充分性.因为($N$,$M_0$)是有界的,则$\forall p\in P$,存在正常数 $k_1$ 使得 $M(p)\le k_1,\forall M\in R(M_0)$.显然,$\forall p\in P-\{\tilde{p}\}$, $M_{(P\backslash\tilde{p})}(p)\le k_1$(其中 $M_{(P\backslash\tilde{p})}$ 为 $M$ 中去掉 $\tilde{p}$ 所对应的分量以后的向量).因为 $(\overline{N}_{\mathrm{P}},\overline{M}_{P_0})$ 有界,则$\forall p\in P_{\mathrm{P}}$,存在一个正常数 $k_2$ 使得 $M_{\mathrm{P}}(p)\le k_2,\forall M_{\mathrm{P}}\in R(M_{P_0})$.令 $k=k_1+k_2$,根据假定 2.1 和定义 2.1~定义 2.4 可知,$\forall p\in P'$, $M'(p)=[M_{(P\backslash\tilde{p})},M_{\mathrm{P}}](p)\le k,\forall M'\in R(M'_0)$,所以($N'$,$M'_0$)有界.

(2) 再证明必要性.采用反证法,假设($N$,$M_0$)无界,则$\exists p\in P,\forall k>0,\exists M\in R(M_0)$且 $M(p)>k$.根据假定 2.1 和定义 2.1~定义 2.4,$\forall k>0,\exists M'\in R(M'_0)$且 $M'(p)>k$,这与题设($N'$,$M'_0$)有界矛盾. □

定理 **2.2**. 设($N'$,$M'_0$)是由($N$,$M_0$)经 P-型子网精细化操作 $\mathrm{Ref}_{\mathrm{P}}(\tilde{p},N_{\mathrm{P}})$得到的 Petri 网系统,如果 $p_{\mathrm{I}}\in\{p|(p\in P')\wedge(M'_0(p)>0)\}$,则($N'$,$M'_0$)是活的当且仅当($N$,$M_0$)与 $(\overline{N}_{\mathrm{P}},\overline{M}_{P_0})$ 都是活的.

证明:(1) 先证充分性.在($N'$,$M'_0$)中,$\forall t'\in T'$,则有 $t'\in T$ 或者 $t'\in T_{\mathrm{P}}$.对$\forall M'\in R(M'_0)$,令 $M'=[M_{(P\backslash\tilde{p})},M_{\mathrm{P}}]$,根据假定 2.1 有,$M\in R(M_0)$和 $M_{\mathrm{P}}\in R(M_{P_0})$.如果 $t'\in T$,由($N$,$M_0$)的活性可知,对 $M\in R(M_0),\exists\overline{M}\in R(M)$,使得 $\overline{M}[t'>$.根据($N$,$M_0$)和 $(\overline{N}_{\mathrm{P}},\overline{M}_{P_0})$ 的活性以及假定 2.1、定义 2.3 和定义 2.4 可知,$\exists\overline{M}'=[\overline{M}_{(P\backslash\tilde{p})},\overline{M}_{\mathrm{P}}]\in R(M')$,使得 $\overline{M}'[t'>$,其中,$\overline{M}\in R(M)$, $\overline{M}_{\mathrm{P}}\in R(M_{\mathrm{P}})$.从而 $t'$在($N'$,$M'_0$)中是活的.如果 $t'\in T_{\mathrm{P}}$,由 $(\overline{N}_{\mathrm{P}},\overline{M}_{P_0})$ 的活性知,对 $M_{\mathrm{P}}\in R(M_{P_0}),\exists\overline{M}_{\mathrm{P}}\in R(M_{\mathrm{P}})$,使得 $\overline{M}_P[t'>$.根据($N$,$M_0$)和 $(\overline{N}_{\mathrm{P}},\overline{M}_{P_0})$ 的活性以及假定 2.1、定义 2.3 和定义 2.4 可知,$\exists\overline{M}''=[\overline{M}'_{(P\backslash\tilde{p})},\overline{M}_{\mathrm{P}}]\in R(M')$,使得 $\overline{M}''[t'>$,其中,$\overline{M}'\in R(M)$, $\overline{M}_{\mathrm{P}}\in R(M_{\mathrm{P}})$.于是 $t'$在($N'$,$M'_0$)中是活的.所以由 $t'$的任意性可知,($N'$,$M'_0$)是活的.

(2) 再证必要性.采用反证法.假设$\forall M''_0\in R(M'_0)$,从($N'$,$M'_0$)中得到的($N$,$M_0$)不活,亦即$\exists M\in R(M_0),\exists t\in T$,对$\forall\overline{M}\in R(M)$,都有 $\neg(\overline{M}[t>)$ .因为($N'$,$M'_0$)是活的,$M_{(P\backslash\tilde{p})0}$ 是 $M''_0$ 在 $P-\{\tilde{p}\}$上的投影,所以可记 $M_{(P\backslash\tilde{p})0}[\sigma>M_{(P\backslash\tilde{p})}[\overline{\sigma}>\overline{M}_{(P\backslash\tilde{p})}$, $\sigma,\overline{\sigma}\in T$(其中 $\sigma$ , $\overline{\sigma}$ 为($N$,$M_0$)上的可引发变迁序列),现在加入($N_{\mathrm{P}}$, $M_{P_0}$)中的变迁(或变迁步) $\sigma_{\mathrm{P}}$ ,得到 $\sigma',\sigma''\in T''$.从而 $M_{(P\backslash\tilde{p})0}[\sigma>M_{(P\backslash\tilde{p})}[\overline{\sigma}>\overline{M}_{(P\backslash\tilde{p})},\sigma,\overline{\sigma}\in T$,根据假定 2.1、定义 2.3、定义 2.4 和($N'$,$M'_0$)的活性易知,$M'_0[\sigma'>M''[\sigma''>\overline{M}''$,并且 $M_{(P\backslash\tilde{p})}$ 是 $M''$在 $P-\{\tilde{p}\}$上的投影,$\overline{M}_{(P\backslash\tilde{p})}$ 是 $\overline{M}''$ 在 $P-\{\tilde{p}\}$上的投影,这样对应于 $M_{(P\backslash\tilde{p})}$ ,$\exists M''\in R(M''_0),\exists t'\in T''$(其中 $t'=t$),使得对应于 $\forall\overline{M}_{(P\backslash p)}$ 有 $\forall\overline{M}''\in R(M'')$,由 $\neg(\overline{M}_{(P\backslash p)}[t'>)$ 可推

知 $\neg(\overline{M}''[t'>)$,从而$(N',M'_0)$不活,矛盾.因此,$\exists M''_0,M'''_0\in R(M'_0)$,使得从$(N',M''_0)$中经抽象化操作得到的$(N,M_0)$和从$(N',M'''_0)$中经抽象化操作得到的 $(\overline{N}_P,\overline{M}_{P_0})$ 都是活的.又因为 $p_I\in\{p|(p\in P')\wedge(M'_0(p)>0)\}$,所以从$(N',M'_0)$中经抽象化操作得到的$(N,M_0)$和 $(\overline{N}_P,\overline{M}_{P_0})$ 都是活的. □

**定理 2.3.** 设$(N',M'_0)$是由$(N,M_0)$经 P-型子网精细化操作 $Ref_P(\tilde{p},N_P)$得到的 Petri 网系统,如果 $p_I\in\{p|(p\in P')\wedge(M'_0(p)>0)\}$,则$(N',M'_0)$是可回复的当且仅当$(N,M_0)$与 $(\overline{N}_P,\overline{M}_{P_0})$ 都是可回复的.

证明:(1) 先证充分性.$\forall M'\in R(M'_0)$,根据定义 2.3 和定义 2.4 可知,$M'_0=[M_{(P\backslash\tilde{p})0},M_{P_0}]$,$M'=[M_{(P\backslash\tilde{p})},M_P]$.因为$(N,M_0)$是可回复的,则$\forall M\in R(M_0)$,$M_0\in R(M)$.又因为 $(\overline{N}_P,\overline{M}_{P_0})$ 是可回复的,则$\forall M_P\in R(M_{P_0})$,$M_{P0}\in R(M_P)$.从假定 2.1 和定义 2.1~定义 2.4 易知,$M'_0\in R(M')$,即$(N',M'_0)$是可回复的.

(2) 再证必要性.采用反证法,假设$(N,M_0)$不是可回复的,则$\exists M_1\in R(M_0)$,使得 $M_0\notin R(M_1)$,根据假定 2.1 和定义 2.2~定义 2.4 可知,$\exists M'_1=[M_{(P\backslash\tilde{p})1},M_{P_1}]$,使得 $M'_0\notin R(M'_1)$,这与题设$(N',M'_0)$是可回复的矛盾.因此,$\exists M''_0,M'''_0\in R(M'_0)$,使得从$(N',M''_0)$中得到的$(N,M_0)$和从$(N',M'''_0)$中得到的 $(\overline{N}_P,\overline{M}_{P_0})$ 都是可回复的.因为 $p_I\in\{p|(p\in P')\wedge(M'_0(p)>0)\}$,根据假定义 2.1 和定义 2.1~定义 2.4 易知,从$(N',M'_0)$中得到的$(N,M_0)$和 $(\overline{N}_P,\overline{M}_{P_0})$ 都是可回复的. □

注:在定理 2.1~定理 2.3 的证明过程中,充分利用 P-型子网精细化操作的定义 2.3 和 Petri 网的有界性、活性和可回复性的定义[12]来讨论 Petri 网系统对有界性、活性和可回复性的保持性.

## 3 应 用

本节将应用前述 Petri 网精细化操作方法对一个具体的柔性制造系统进行设计.该柔性制造系统包括 3 个过程:两个工作站(用于装配)和一个制造中心(用于加工制造).工作站 $WS_1,WS_2$ 和制造中心共享机器人 $R_1$,$WS_1$ 和 $WS_2$ 又共享机器人 $R_2$.系统按如下方式运行:

(1) 在制造中心,未经加工的原部件首先在机器 $M_1$ 上加工,然后再在机器 $M_2$ 上加工.每个部件被机器人固定在一个货板上,然后放置在机器 $M_1$ 上,在 $M_1$ 上加工完成后,机器人 $R_1$ 从机器 $M_1$ 上卸掉中间件,并放置在缓冲器 $B$ 中,在机器 $M_2$ 上的加工过程中,中间件被从缓冲器 $B$ 中取出,固定在 $M_2$ 上加工.

(2) 当工作站 $WS_1$ 或 $WS_2$ 准备执行装配任务时,需要同时请求使用机器人 $R_1$ 和 $R_2$.当一个工作站开始执行装配工作时,一直占用机器人 $R_1$ 和 $R_2$,直到装配完成.当装配完成后同时释放机器人 $R_1$ 和 $R_2$.

(3) 在一般的共享机器人操作的系统中,不考虑改变机器人本身的配置,这里我们考虑一个更一般的情况,当机器人完成一个工种,而要转去完成另一个工种时,需要经过一些中间处理(比如,清洁、润滑、更换相关配件等),中间处理结束后,再去执行另一工种.这样做的好处是,一个机器人能完成尽可能多的相近工种.

(4) 假定在输入处总有未加工的部件供应,并且制造出的成品总能及时移走.

注:在用 Petri 网描述柔性制造系统时,每个过程被抽象为一个库所,每个变迁表示一个过程的开始或(和)结束.

图 1 给出此系统的简单设计 Petri 网模型$\Sigma=(N,M_0)$.

图 2~图 6 给出子网系统$\Sigma_1=(N_1,M_{10})$,$\Sigma_2=(N_2,M_{20})$,$\Sigma_3=(N_3,M_{30})$,$\Sigma_4=(N_4,M_{40})$,$\Sigma_5=(N_5,M_{50})$.

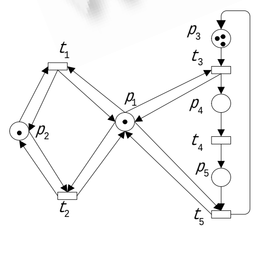


Fig.1 The simple design net system
图 1 简单设计网系统

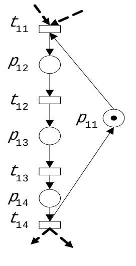


Fig.2 Subnet system 1
图 2 子网系统 1

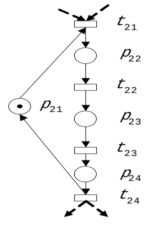


Fig.3 Subnet system 2
图 3 子网系统 2

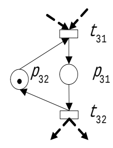


Fig.4 Subnet system 3
图 4 子网系统 3

其中库所和变迁的含义为:

$p_1$:机器人 $R_1$ 可用; $t_1$:装配操作之一;
$p_2$:机器人 $R_2$ 可用; $t_2$:装配操作之二;
$p_3$:货板可用; $t_3$:原部件(未经加工)在机器 $M_1$ 上加工;
$p_4$:机器人 $R_1$ 将中间件放入缓冲器 $B$; $t_4$:中间件被放入缓冲器 $B$ 操作;
$p_5$:机器 $M_2$ 和中间件可用; $t_5$:中间件在机器 $M_2$ 上加工;

其中库所和变迁的含义为:

$p_{11}$:工作站 $WS_1$ 请求使用机器人 $R_1$ 和 $R_2$; $t_{11}$:工作站 $WS_1$ 开始获得机器人 $R_1$ 和 $R_2$;
$p_{12}$: $WS_1$ 获得了机器人 $R_1$ 和 $R_2$ 的使用权; $t_{12}$:在 $WS_1$ 中开始第一步装配;
$p_{13}$:在 $WS_1$ 中第一步装配; $t_{13}$:在 $WS_1$ 中开始最后一步装配;
$p_{14}$:在 $WS_1$ 中最后一步装配; $t_{14}$:完成在 $WS_1$ 中的装配;
$p_{21}$:工作站 $WS_2$ 请求使用机器人 $R_1$ 和 $R_2$; $t_{21}$:工作站 $WS_2$ 开始获得机器人 $R_1$ 和 $R_2$;
$p_{22}$: $WS_2$ 获得了机器人 $R_1$ 和 $R_2$ 的使用权; $t_{22}$:在 $WS_2$ 中开始第一步装配;
$p_{23}$:在 $WS_2$ 中第一步装配; $t_{23}$:在 $WS_2$ 中开始最后一步装配;
$p_{24}$:在 $WS_2$ 中最后一步装配; $t_{24}$:完成在 $WS_2$ 中的装配;
$p_{31}$:用机器 $M_1$ 加工货板上的原部件; $t_{31}$:开始执行 $p_{31}$;
$p_{32}$:机器 $M_1$ 可用; $t_{32}$:完成 $p_{31}$ 并开始执行 $p_4$;
$p_{41}$:将中间件放入缓冲器 $B$; $t_{41}$:完成 $p_4$ 并开始执行缓冲操作 $p_{41}$;
$p_{42}$:缓冲器 $B$ 可用; $t_{42}$:完成 $p_{41}$ 并开始执行 $p_5$;
$p_{51}$:在 $M_2$ 上加工完,$R_1$ 卸下成品部件并返回货板; $t_{51}$:完成 $p_5$ 并开始执行 $p_{51}$;
$p_{52}$:机器 $M_2$ 可用; $t_{52}$:完成 $p_{51}$.

现在,用子系统$\Sigma_1,\Sigma_2,\Sigma_3,\Sigma_4,\Sigma_5$分别对$\Sigma$中的变迁 $t_1,t_2,t_3,t_4,t_5$ 进行精细化,得到网系统$\Sigma'=(N',M'_0)$(如图 7 所示),其中库所和变迁的含义与图 1~图 6 中相应库所和变迁的含义相同.

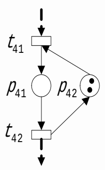



Fig.5 Subnet system 4

图 5 子网系统 4

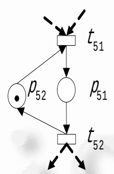



Fig.6 Subnet system 5

图 6 子网系统 5

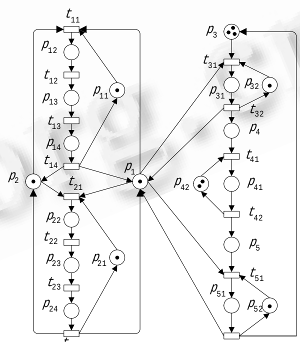


Fig.7 The transition refined net system

图 7 经变迁精细化后的网系统

由于$\Sigma=(N,M_0)$和闭网系统 $\overline{\Sigma}_1=(\overline{N}_1,\overline{M}_{10})$ , $\overline{\Sigma}_2=(\overline{N}_2,\overline{M}_{20})$ , $\overline{\Sigma}_3=(\overline{N}_3,\overline{M}_{30})$ , $\overline{\Sigma}_4=(\overline{N}_4,\overline{M}_{40})$ , $\overline{\Sigma}_5=(\overline{N}_5,\overline{M}_{50})$ (图中未给出)都是有界的、活的和可回复的 Petri 网系统,根据定理 1.1~定理 1.3,$\Sigma'=(N',M'_0)$是一个有界的、活的和可回复的 Petri 网系统.

图 8、图 9 给出了子网系统$\Sigma_6=(N_6,M_{60}),\Sigma_7=(N_7,M_{70})$.

其中库所和变迁的含义为:

$p_{r11}$:机器人 $R_1$ 可用; $t_{r11}$:开始清洁机器人 $R_1$ 并润滑;
$p_{r12}$:对机器人 $R_1$ 进行清洁并加润滑油; $t_{r12}$:(为适应不同工种)开始为 $R_1$ 更换有关配件;
$p_{r13}$:为 $R_1$ 更换有关配件; $t_{r13}$:清洁、润滑 $R_1$ 结束;

$p_{r14}$:机器人 $R_1$ 备用; $t_{r14}$:为 $R_1$ 更换配件结束;
$p_{r21}$:机器人 $R_2$ 可用; $t_{r21}$:开始为 $R_2$ 清洁、润滑和更换配件;
$p_{r22}$:对机器人 $R_2$ 进行清洁并加润滑油; $p_{r23}$: $R_2$ 为更换有关配件;
$t_{r22}$:为 $R_2$ 清洁、润滑和更换配件结束; $p_{r24}$:机器人 $R_2$ 备用.

以下用子系统$\Sigma_6,\Sigma_7$ 分别对$\Sigma'$中的库所 $p_1,p_2$ 进行精细化,得到目标网系统$\Sigma''=(N'',M''_0)$.

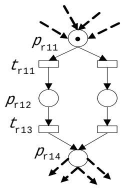



Fig.8 Subnet system 6
图 8 子网系统 6

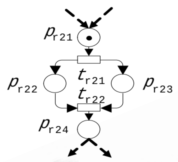



Fig.9 Subnet system 7
图 9 子网系统 7

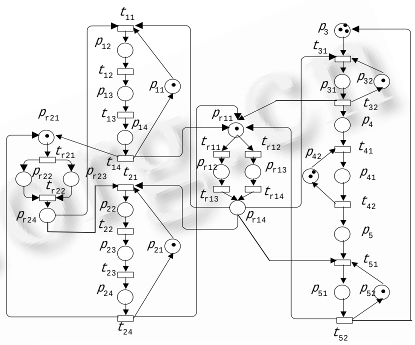


Fig.10 The target net system
图 10 目标网系统

由于$\Sigma'=(N',M'_0)$和 P-型闭网系统 $\overline{\Sigma}_6=(\overline{N}_6,\overline{M}_{60})$ , $\overline{\Sigma}_7=(\overline{N}_7,\overline{M}_{70})$ (图中未给出)都是有界的、活的和可回复的 Petri 网系统,根据定理 2.1~定理 2.3,$\Sigma''=(N'',M''_0)$是一个有界的、活的和可回复的 Petri 网系统.

## 4 结 论

本文针对柔性制造系统的设计和验证提出了两种精细化操作,给出了经精细化操作后得到的 Petri 网保持活性、有界性和可回复性的充要条件.文中的应用实例进一步展示了该方法的实际价值.本文的结果可为复杂大系统的设计和验证提供有力保证.下一步的研究工作是进一步推广精细化操作满足动态性质的保持性条件,并研究精细化操作对其他性质(如公平性、行为性质等)的保持性问题.

**References**:


[1] van der Aalst W, van Hee K. Workflow Management Models, Methods, and Systems. Beijing: Tsinghua University Press, 2004 (in Chinese).

[2] Lakos C. Composing abstractions of coloured Petri nets. In: Nielsen M, Simpson D, eds. ICATPN 2000. LNCS 1825, Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2000. 323−342.

[3] Chrzastowski-Wachtel P, Benatallah B, Hamadi R, O'Dell M, Susanto A. A top-down Petri net-based approach for dynamic workflow modeling. In: van der Aalst WMP, *et al*., eds. BPM 2003. LNCS 2678, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. 336−353.

[4] Felder M, Gargantini A, Morzenti A. A theorey of implementation and refinement in timed Petri nets. Theoretical Computer Science, 1998,202:127−161.

[5] Stork DG, van Glabbeek R. Token-Controlled place refinement in hierachical Petri nets with application to active document workflow. In: Esparza J, Lakos C, eds. ICATPN 2002. LICS 2360, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 394−413.

[6] Betous-Almeida C, Kanoun K. Construction and stepwise refinement of dependability models. Performance Evaluation, 2004,56: 277−306.

[7] Nketsa A, Valette R. Rapid and modular prototyping-based Petri nets and distributed simulation for manufacturing systems. Applied Mathematics and Computation, 2001,120:265−278.

[8] Padberg J, Gajewsky M, Ermel C. Rule-Based refinement of high-level nets preserving safety properties. Science of Computer Programming, 2001,40:97−118.

[9] van Hee K, Sidorova N, Voorhoeve M. Soundness and separability of workflow nets in the stepwise refinement. In: van der Alast WMP, Best E, eds. Proc the 24th Int’l Conf. on Application and Theory of Petri Nets. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. 337−356.

[10] Huang H, Cheung TY, Mak WM. Structure and behavior preservation by Petri-net-based refinements in system design. Theoretical Computer Science, 2004,328:245−269.

[11] Völzer H. Refinement-Robust fairness. In: Brim L, *et al*., eds. CONCUR 2002. LNCS 2421, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2002. 547−562.

[12] Murata T. Petri nets: Properties, analysis, and applications. Proc. of the IEEE, 1889,77(4):541−580.

[13] Reisig W. Petri Nets: An Introduction. Berlin, Heidelberg: Spring-Verlag, 1985.

## 附中文参考文献:

[1] van der Aalst W, van Hee K[荷兰].工作流管理——模型、方法和系统.北京:清华大学出版社,2004.

夏传良(1967－),男,山东茌平人,博士生,副教授,主要研究领域为 Petri 网,算法设计与分析,计算机网络与通信.

陆维明(1941－),男,研究员,博士生导师,主要研究领域为 Petri 网,软件工程,算法设计与分析.

焦莉(1964－),女,博士,副研究员,CCF 高级会员,主要研究领域为 Petri 网,算法设计与分析.