

# 曲线描述的一种方法:夹角链码\*

赵宇, 陈雁秋<sup>+</sup>

(复旦大学 计算机科学与工程系, 上海 200433)

## Included Angle Chain: A Method for Curve Representation

ZHAO Yu, CHEN Yan-Qiu<sup>+</sup>

(Department of Computer Science and Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-21-65643842, E-mail: chenyz@fudan.edu.cn, <http://www.alifeworld.com>

Received 2002-12-19; Accepted 2003-03-05

Zhao Y, Chen YQ. Included angle chain: A method for curve representation. *Journal of Software*, 2004,15(2): 300~307.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/15/300.htm>

**Abstract:** A novel approach, Included Angle Chain, is presented for curve representation and encoding. In this framework, a curve is modeled by a number of linked equi-length line segments and a sequence of codes using the included angles between a pair of neighboring line segments is used for representing the curve. The number of the segments is determined by an area criterion, and the curves to be matched are represented by an included angle chain of the same length. The representation is invariant to rotation, scaling, and translation. A practical use of the proposed approach is to register a SAR (synthetic aperture Radar) image of certain region with maps.

**Key words:** curve representation; curve encoding; included angle chain; area criterion; SAR (synthetic aperture Radar) image

**摘要:** 提出了一种有效的曲线编码和描述方法——夹角链码。夹角链码的思想框架是:首先将曲线用一串有方向的等长度的线段来表述,根据相邻线段之间的夹角差形成一串角度序列,即夹角链码来描述这条曲线。描述曲线的直线段的数目由面积法则来决定,并且待处理的曲线将被分割成相等数目的线段。该方法最大的一个优点是曲线的描述具有平移、拉伸和旋转的不变性。该方法的一个实际应用在于,将某一个地区的合成孔径雷达(synthetic aperture Radar,简称 SAR)图像与地图相匹配。

**关键词:** 曲线描述;曲线编码;夹角链码;面积法则;合成孔径雷达图像

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

曲线的编码和描述一直是图像处理与理解领域的研究热点。曲线是图像中物体的重要特征,它能够很好地表征一幅图像的本质结构,因此,如何描述曲线是图像识别的重要一环。很多利用轮廓信息来进行图像识别的方

\* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60275010 (国家自然科学基金); the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2001CB309401 (国家重点基础研究发展规划(973))

作者简介: 赵宇(1978—),女,辽宁丹东人,硕士,主要研究领域为图像处理与理解;陈雁秋(1962—),男,上海人,教授,博士生导师,主要研究领域为图像处理与理解,人工生命。

法已被提出来,其中包括文献[1~6].最近,由于基于内容的图像存储和检索方面的应用大大增加,使得面向物体的图像压缩技术逐渐成为研究的新热点.有效的曲线编码方法为图像压缩技术提供了新的尝试,例如基于基线编码(baseline-based shape coder)<sup>[7]</sup>以及基于顶点的多项式编码(vertex-based polynomial coder)<sup>[8,9]</sup>.在计算机视觉领域,一种适用于匹配的可靠的曲线描述方法不仅应该具有平移、旋转和拉伸不变性,而且应该对小的扰动不敏感.

直线链码(chain code)<sup>[4]</sup>是一种常见的曲线描述方式,其核心思想是用一些指定好方向和长度的直线段形成相连的线段序列来表征曲线.但是,传统的直线链码方法不能够保证旋转和拉伸不变,原因在于描述不同曲线的直线段的长度都固定,线段方向都是在某个固定坐标系下制定的.Li<sup>[5]</sup>和 Dai<sup>[3]</sup>分别提出了直线链码的改进模型.Li 采用了一个变换操作改进了标准的直线链码,但是改进算法在曲线匹配时仍然不能解决拉伸不变的问题,因为直线链码的一个固有的局限性就是所选择的格子大小是固定的.利用多边形逼近曲线的方法<sup>[10]</sup>就是把曲线建模成多边形,但是它仍然不能解决如直线链码所遇到的问题.

另一类方法是采用关键点<sup>[11,12]</sup>来代表物体.这类方法的核心在于,选取一些具有特殊形状特征的点来代表曲线,比如拐角、洞、突起、高曲率的点等.一个关键点检测器能够检测到这些点,并且将这些点排序.这个序列对应于物体的轮廓线的走向.对于分别从模图和场景图中提取出来的两个关键点,需要一个相似性的测度来进行匹配.这种基于关键点匹配方法的好处在于,我们不需要提取出完整的物体轮廓,从而可以节约计算的时间.但并不是所有的曲线都有关键点,比如圆.另外,仅仅利用关键点来描述曲线,势必丢掉了物体轮廓中平滑部分的有用信息.

本文提出了一种新的曲线描述和匹配的方法,称为夹角链码.它克服了目前已有的一些算法的缺点.虽然将曲线用线段集合来表示的思想并不是新的,比如 Chain Code(链码)和多边形逼近等方法都包含了这个思想,但是这些方法对测度的变化非常敏感.夹角链码的方法采用一种新的思想解决了这一变化.用直线段来逼近曲线能够很好地体现曲线的特征.随着线段个数的增加,曲线上的细节部分包括关键点以及光滑的部分都可以很好地加以描述.

在本文中,我们的主要贡献是用一系列相连的等长线段来建模曲线,用相邻线段之间的夹角构成的序列,即夹角链码来标识这根曲线.线段是有方向的,每条线段都有头部和尾部,并且其方向为从头部指向尾部.相邻的线段之间的角度差构成夹角链码,通过对不同夹角链码的相似性估计来判断两条曲线是否匹配.对于模图和场景图中抽取出来的一组曲线,分割每根曲线的次数是相等的,从而保证曲线描述的拉伸不变性.我们提出了一个面积法则来决定分割曲线的段数.这个面积法则确保场景图中的每一根曲线都能够被唯一地表述,同时也减少了算法的计算量.夹角链码方法最吸引人的特性是,能够很容易地得到不随着曲线平移、拉伸和旋转而变化的曲线描述方式,而且它对局部小的扰动不敏感.

本文第 1 节详细介绍了夹角链码的方法,以进行曲线描述,并且分析了算法的计算复杂度.第 2 节分析了该方法的一些特性,比如唯一性和不变性.第 3 节讨论了基于夹角链码方法的 SAR 图像的配准和实验结果.

## 1 夹角链码

### 1.1 曲线描述

为了将曲线用角度差分来描述,我们需要确定第 1 根线段的位置、每根线段的长度以及线段集产生过程.我们考虑曲线路径长度的参数可以用两个方程  $x(t)$  和  $y(t)$  来表述曲线:

$$C(t) = (x(t), y(t)) \quad (1)$$

这里,  $t$  是路径参数的线性方程,在  $[0,1]$  区间内变化.当  $t=0$  时的点为  $H_1$ .如果曲线是闭合的,那么  $x(t)$  和  $y(t)$  是周期函数.

#### 1.1.1 确定首线段的头 $H_1$

对于如图 1(a)所示的开曲线,点  $P$  是曲线上距离  $AB$  最远的点, $P$  在  $AB$  上的投影点是  $D$ .我们选择距离  $D$  较近的点作为首线段头.实际上,我们可能遇到这样的情况,点集  $\{P, P', P'', \dots\}$  距离  $AB$  有相同的最远距离,我们得

到投影点集  $\{D, D', D'', \dots\}$ . 图 1(b) 显示了这种情况, 线段  $AD$  的长度与  $BD$  相等. 在  $P$  曲线分割曲线, 线段  $MN$  是距离  $PA$  的最大距离而  $MN'$  距离  $PB$  最大. 因为  $MN > MN'$ , 故我们选择  $A$  作为  $H_1$ .

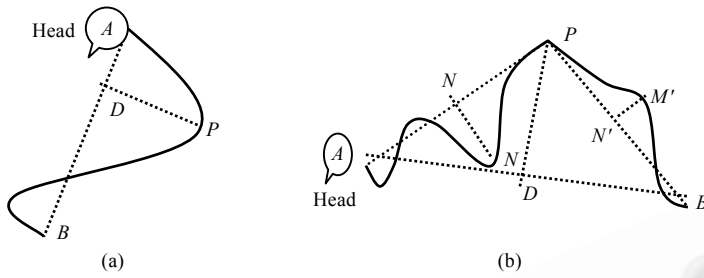


Fig.1 Determining the start point on an open curve

图 1 开曲线上确定首线段的头部

对于闭曲线, 情况稍微有些复杂. 我们首先要计算出曲线上每对点的距离, 最大距离的两点作为  $AB$ , 接下来的过程与开曲线的处理方法相同. 对于图 2 中的闭曲线, 存在多条最长轴  $AB$  和  $A'B'$ . 因为  $PD > P'D'$ , 我们将  $AB$  作为最长轴, 从而得到  $A$  为  $H_1$ .

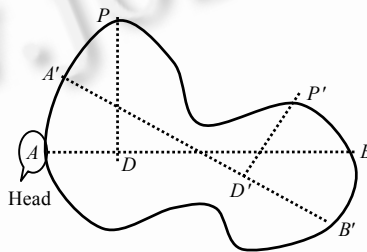


Fig.2 Determining the start point on a closed curve

图 2 闭合曲线上确定首线段的头部

1.1.2 线段长度

我们很难精确得到曲线的长度, 但我们的方法可以很好地估计曲线的长度. 我们是通过寻找曲线的绑定盒 (bounding box) 来累加边长, 从而估计曲线的长度. 所谓绑定盒, 即能容纳一根曲线的最小的矩形.

首先, 我们得到整条曲线的绑定盒, 以较长的一边作为  $d_1$ , 然后以  $\frac{d_1}{n}$  为半径, 以  $H_1$  为圆心画圆. 圆和曲线的交点作为第 2 个圆的圆心. 这里可能出现的情况是圆和曲线有多个交点, 我们选择曲线轨迹上距离圆心最近的点. 第 2 个圆仍然以  $\frac{d_1}{n}$  为半径. 这样重复  $n$  次后, 我们得到第  $n$  个交点  $T_1$ .  $T_1$  并没有到达曲线的终点, 原因是  $d_1$  的长度势必小于曲线的长度. 接下来, 我们忽略掉曲线上处理过的部分, 将剩下的曲线视为一条完整的曲线, 找到它的绑定盒, 以较长的一边作为  $d_2$ , 然后用半径为  $\frac{d_2}{n}$  的圆来切割曲线. 这时我们估计得到的曲线的长度为  $d_1 + d_2$ . 在误差  $\epsilon$  允许的范围内, 经过  $m$  次这样的循环操作, 我们得到线段的长度为

$$l_c = \sum_{i=1}^m \frac{d_i}{n} \tag{2}$$

1.1.3 等长折线的产生

等长折线的产生过程与寻找线段的长度相似. 首先以  $H_1$  为圆心, 以  $l_c$  为半径画圆. 圆和曲线的交点作为首线段的尾, 同时也是第 2 条线段的头部. 这个过程进行下去, 直到我们得到第  $n$  个交点为止. 图 3 是一条曲线用等长折线来代表的例子. 这些线段的端点不需要与曲线上的关键点对应. 当我们的段数  $n$  取得足够大的时候, 就可以非常好地逼近原来的曲线.

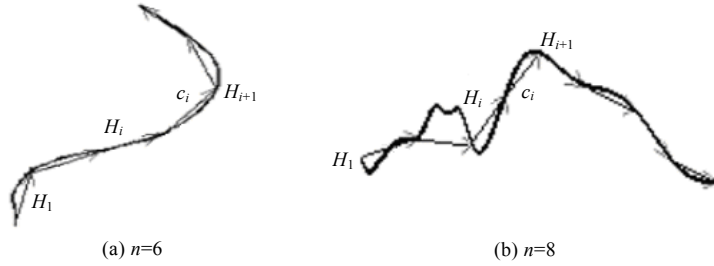


Fig.3 Curves represented by included angle chain

图 3 用夹角链码方式表示的曲线

1.2 匹配方法

当我们得到了表征曲线的等长折线以后,我们需要判断曲线的相似度,通过构建相邻线段之间的夹角序列来达到这个目的.

1.2.1 夹角链码

定义 1. 曲线  $Q$  的等长折线集合为  $\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ , 则该曲线的夹角链码用  $A$  来表示, 定义如下:

$$A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}) \tag{3}$$

其中  $\alpha_i$  代表了从线段  $c_i$  到  $c_{i+1}$  按照逆时针方向的夹角. 为了确定  $\alpha_i$  的数值, 我们先粗略估计一下从  $c_i$  到  $c_{i+1}$  的夹角大小, 逆时针方向的夹角为  $\theta_1$ , 顺时针的夹角为  $\theta_2$ , 则  $\alpha_i$  的值可由如下公式确定:

$$\begin{cases} \alpha_{ij} = 2 \arccos\left(\frac{d(H_{i+1}, H'_{i+2})}{2l_c}\right), & \text{if } \theta_1 < \theta_2 \\ \alpha_{ij} = 2\pi - 2 \arccos\left(\frac{d(H_{i+1}, H'_{i+2})}{2l_c}\right), & \text{if } \theta_1 > \theta_2 \end{cases} \tag{4}$$

这里,  $d(x, y) = \sqrt{\sum_i (x_i - y_i)^2}$ .

1.2.2 差异度量

两根曲线  $P$  和  $Q$ , 当它们用夹角链码描述之后, 两根曲线的差异程度可以用如下的公式测量:

$$C(P, Q) = \frac{\sum_{i=1}^n dif(\alpha_i^p, \alpha_i^q)}{n} \tag{5}$$

这里,  $dif(\phi_1, \phi_2) = \begin{cases} |\phi_1 - \phi_2|, & \text{if } |\phi_1 - \phi_2| \leq \pi \\ 2\pi - |\phi_1 - \phi_2|, & \text{if } |\phi_1 - \phi_2| > \pi \end{cases}$

在图 4 中, 我们比较了夹角链码和直线链码对曲线建模时产生的误差. 可以看出, 用夹角链码在逼近曲线的时候, 仅用较少的线段数会产生很好的逼近效果, 产生的误差较小.

1.3 计算复杂度

曲线描述部分的计算主要花费在决定起始点上. 对于开曲线来说, 计算复杂度为  $O(m)$ , 其中  $m$  是曲线上点的个数. 对于闭曲线来说, 计算复杂度为  $O(m^2)$ . 曲线匹配部分的计算复杂度为  $O(n)$ , 这里  $n$  为曲线上线段的个数.

1.4 决定段数  $n$

为了保证夹角链码能够唯一地表征曲线, 我们引入一个面积阈值  $\mu$ . 我们需要将场景图中的曲线与模图中的曲线对应, 这里我们再引入面积单元的概念. 图 4(a) 显示了用夹角链码来描述的曲线的面积单元. 这个面积单元是指线段和它所对应的曲线段之间的区域的面积, 即误差. 我们提出面积法则, 以确定段数.

定义 3(面积法则). 将一条曲线分割成  $n$  段必须满足这样的条件:  $u_i \leq \varepsilon, \forall i = 1, 2, \dots, n$ .

对于场景图中的曲线,我们只需选定一个段数.选择  $n$  的方法就是使所有场景图中的曲线都满足面积法则中  $n$  的最小值.

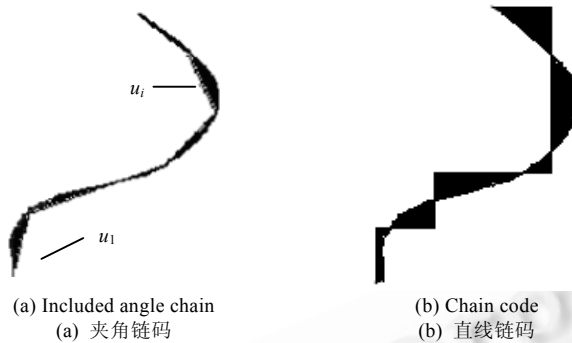


Fig.4 Approximation error

图 4 阴影部分表示误差

## 2 惟一性和不变性

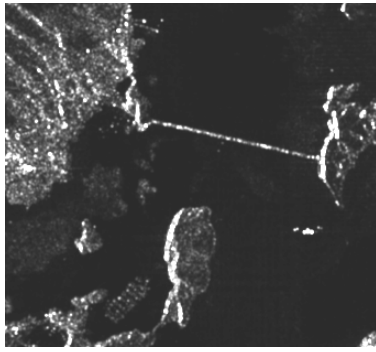
一种理想的曲线描述方法应该具有如下特性:(1) 对曲线有惟一的描述;(2) 不随曲线的平移、拉伸和旋转的变化而变化;(3) 鲁棒性,即不会因局部小的扰动而使表述发生局裂变化;(4) 计算高效.下面我们根据这些标准来评估夹角链码的方法.

我们在附录 1 中证明了用夹角链码描述曲线的惟一性.线段的两端点都落在曲线上,因此它的描述具有平移不变性.由于待匹配的曲线都被分割成  $n$  段,如果两根曲线只存在测度的变化,那么线段的端点将均匀分布在曲线上,因此,测度的变化不会影响曲线的描述.我们利用线段之间的角度差来构造角度差分序列用于匹配,这样就消除了由于旋转而引起的表达不一致问题.夹角链码可以很精确地描述曲线,因而对于曲线局部小的扰动并不敏感,我们可以从第 3 节的实验结果中看出.在第 1.3 节中我们分析了算法复杂度,从中可以看出,与其他方法相比,我们的算法执行效率比较高.

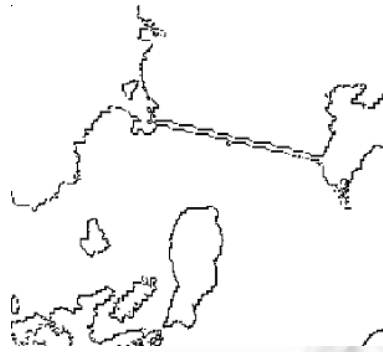
## 3 应用和实验结果

我们将夹角链码应用于 SAR 图像的配准问题,得到了很好的效果.我们的任务是将某个区域的 SAR 图像与地图上的相应区域进行匹配.首先抽取出两幅图中的曲线.图 5 显示了 SAR 图像以及从中抽取出来的边界图,图 6 是地图.我们把 SAR 图像作为场景图,从中抽取出两个岛屿的轮廓线.地图作为模图,也有两个轮廓线被抽取出来.图 7 和图 8 显示了我们是如何用夹角链码来表征这两对轮廓线的.这里,面积阈值  $\mu$  为 42,段数  $n$  为 16.为了清楚起见,我们增大了轮廓线的尺寸,这不会影响到曲线的描述和方向差矩阵的值.表 1 显示了每一对轮廓线的差异度量值.

根据方程式(6),一个较小的差值代表了一个较好的匹配.从表 1 中我们可以看出,SAR 图像中的岛 1 与地图中的岛 1 差值最小,因此这是一个好的匹配.同样,岛 2 也得到了正确的匹配.SAR 图像和地图匹配的结果如图 9 所示,可以看出,两幅图像之间存在仿射变换.它说明了通过匹配两幅图像中的一些主要的轮廓线,我们可以成功地匹配两幅图像,并且可以很好地估计曲线的变换参数.



(a) SAR image of part of the area of Hong Kong  
(a) 香港部分地区的 SAR 图像



(b) Shorelines from Fig.5(a)  
(b) 从图 5(a)中抽取出来的轮廓图

Fig.5  
图 5



Fig.6 Map of part of the area of Hong Kong  
图 6 香港部分地区地图



(a) Island 1 (a) 岛 1 (b) Island 2 (b) 岛 2

Fig.7 Contours extracted from the SAR image  
图 7 SAR 图像中抽取的两个轮廓线



(a) Island 1 (a) 岛 1 (b) Island 2 (b) 岛 2

Fig.8 Contours extracted from the map  
图 8 地图中抽取出来的两个轮廓线

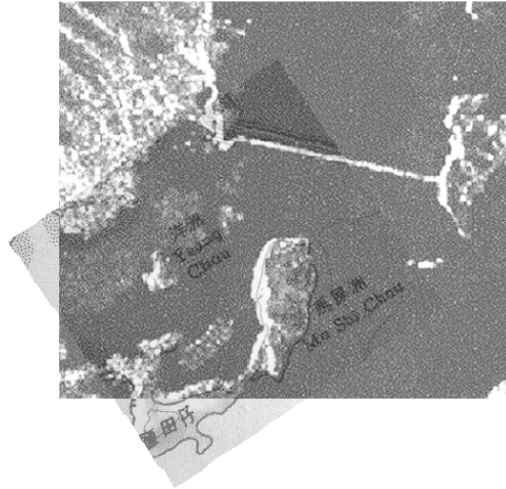


Fig.9 Registration result of the SAR image to the map

图 9 SAR 图像与地图配准的结果

**Table 1** Matching difference between three contour pairs in the SAR image and map  
表 1 SAR 图像和地图中 3 对轮廓线的匹配差异

Difference (°)	Island 1 (SAR)	Island 2 (SAR)
Island 1 (Map)	9	41
Island 2 (Map)	78	12

#### 4 结 语

本文讨论了计算机视觉领域中的一个重要问题——曲线匹配,并且提出了一种新的曲线描述和匹配的方法——夹角链码.这种方法的核心理念是将曲线用一串有序的等长的线段集合来表示,根据相邻线段之间的角度差构造了角度差分序列,从而对不同的曲线序列进行匹配.夹角链码的方法可以得到一个具有平移、拉伸和旋转不变的曲线描述.

夹角链码的方法被应用在 SAR 图像和地图配准的问题上,取得了很好的效果.SAR 图像和地图配准在遥感领域的很多应用中是一个重要环节.实验结果表明,夹角链码的方法能够快速、准确地找到 SAR 图像和地图相似的轮廓线.但是,由于我们的方法在处理不完整曲线时可能会引起错误,因此,该方法还有很大的改进空间.在未来的工作中,我们将致力于融合一种更复杂的方法来改进当前的算法,从而使新方法既能处理完整曲线,也能处理不完整曲线.

**致谢** 本研究工作由国家自然科学基金(编号:60275010)和国家重点基础研究发展规划(编号:2001CB309401),在此表示衷心感谢.

**附录:惟一性证明.**

**命题 1.** 给定两条曲线,如果它们有不同的夹角链码描述,  $CS_1 = \{\alpha_i^{(1)}\}$  和  $CS_2 = \{\alpha_i^{(2)}\}$ , 它们的夹角链码则不同, 即  $A_1 \neq A_2$ .

**证明:**我们用反证法来证明这个结论,即如果  $A_1 = A_2$ , 则两个序列是一样的.首先我们对两个夹角链码进行预处理,将每个序列的首线段沿着  $X$  轴的正方向放置.如果  $A_1 = A_2$ , 则

$$(\alpha_1^{(1)} \quad \alpha_2^{(1)} \quad \dots \quad \alpha_{n-1}^{(1)}) = (\alpha_1^{(2)} \quad \alpha_2^{(2)} \quad \dots \quad \alpha_{n-1}^{(2)}).$$

我们得到  $\forall i=1,2,\dots,n, \alpha_i^{(1)} = \alpha_i^{(2)}$ . 分别计算两个序列中的线段与  $X$  轴之间的夹角,从而得到两个角序列  $\{\beta\theta_i^{(1)}\}$  和  $\{\beta\theta_i^{(2)}\}$ , 这里  $i, j=1,2,\dots,n$ . 由于我们最开始对两个序列作了预处理,因此可以得到如下的公式:(1)

$b\theta_1^{(1)} = b\theta_1^{(2)} = 0$ ; (2)  $\alpha_i^{(k)} = b\theta_{i+1}^{(k)} - b\theta_i^{(k)} - \pi$ , 这里,  $i = 2, \dots, n-1$ ,  $k = 1, 2$ . 因为  $\alpha_i^{(1)} = \alpha_i^{(2)}$ , 故  $\alpha_1^{(1)} = \alpha_1^{(2)}$ , 从而得到  $\forall i = 2, \dots, n$ , 有  $b\theta_i^{(1)} = b\theta_i^{(2)}$ . 这意味着, 两个序列上的对应线段相对于其首线段来说具有相同的位置. 因此, 这两个序列是相同的. 通过反证法, 可以得到上面的结论成立.  $\square$

### References:

- [1] Mokhtarian F, Mackworth A. Scale-Based description and recognition of planar curves and two-dimensional shapes. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986,8(1):34~44.
- [2] Belongie S, Malik J, Puzicha J. Shape matching and object recognition using shape contexts. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002,24(4):509~522.
- [3] Dai XL, Khorram S. A feature-based image registration algorithm using improved chain-code representation combined with invariant moments. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 1999,37(5):2351~2362.
- [4] Saghri JA, Freeman H. Analysis of the precision of the generalized chain codes for the representation of planar curves. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1981,3(5):533~539.
- [5] Li H, Mitra SK. A contour-based approach to multisensor image registration. IEEE Trans. on Image Processing, 1995,4(3):320~334.
- [6] Belongie S, Malik J, Puzicha J. Matching shapes. In: Proc. of the ICCV, Vol 1. 2001. 454~461.
- [7] Lee SH, Cho D-S, Cho Y-S, Son S, Jang ES, Shin J-S, Seok Seo Y. Binary shape coding using 1-D distance values from baseline. In: Proc. of the ICIP'97, Vol 1. 1997. 508~511.
- [8] Hotter M. Object-Oriented analysis-synthesis coding based on moving two-dimensional objects. Signal Processing: Image Communications, 1990,2(4):409~428.
- [9] O'Connell KJ. Object-Adaptive vertex-based shape coding method. IEEE Trans. on Circuits and Systems for Video Technology, 1997,1(2):251~255.
- [10] Gonzalez RC, Woods RE. Digital Image Processing. Addison-Wesley Publishing Company, 1992. 486~495.
- [11] Fahn CS, Wang JF, Lee JY. An adaptive reduction procedure for the piecewise linear approximation of digitized curves. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989,11(9):967~973.
- [12] Ansari N, Delp E. Partial shape recognition: A landmark based approach. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990,12(5):470~489.