概率性逻辑异构分解模式的相容性*

张晨东[1] 徐 光[1] 陈火旺[2] 王兵山[2]

[1](空军指挥学院 北京 100081)
[2](长沙工学院计算机科学系 长沙 410073)

摘要 文章讨论概率性逻辑异构分解模式的相容性问题.对于不同结构的分解模式,只要两两之间满足单边缘一致性,则可互相结合,构成异构的分解模式,并且由此设计的分解算法所形成的推理系统保持相对于原 Nilsson 推理系统的可靠性与完备性.

关键词 概率性逻辑自动推理,不确定性推理,分解算法.

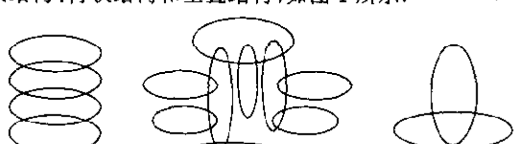
中图法分类号 TP18

在 Nilsson 概率性逻辑(probabilistic logic)推理方法研究[1,2]的基础上,我们初步研究了对概率逻辑公式集进行分解的原理和方法[3~5],并给出了几种典型的分解结构(模式).然而,所给出的每一种模式都要求在公式集的分解过程中遵循相互一致的分解规则,这样就可以保证分解后的计算模型相对于 Nilsson 模型的可靠性和完备性.本文的研究结果表明,不同结构的分解模式在一定条件下可以结合使用,并且得到的异构分解模式如果相容,则分解后的计算模型相对于 Nilsson 模型的可靠性和完备性仍然存在.

1 概率逻辑公式集的典型分解结构

文献[4~6]提出了 3 种典型的公式集分解结构:链式结构、树状结构和重叠结构,如图 1 所示.

这些分解模式的共同要求是,保持相交原子集形成的局部可能世界概率空间的两两边缘一致性.在此条件满足时,运用分解方法能显著地减小推理计算模型的规模.下面是在文献[4~6]中给出的一些定义和定理.



(a) 链式　(b) 树状　(c) 重叠

图1 典型的公式集分解结构示意图

定义 1.1(真值赋值函数的投影). 设有原子公式的集合 $A_0 \supseteq A_1$,相应的真值赋值函数的集合记为 $S_0=\{s|s:A_0\to\{0,1\}\}$,$S_1=\{s|s:A_1\to\{0,1\}\}$,对任意的 $d_0\in S_0$,称 d_1 为 d_0 在 S_1 上的投影,只要 $d_1\in S_1$,且满足 $d_1=d_0\uparrow_{A_1}$,记为 $d_0\downarrow s_1$.

定义 1.2(概率的投影还原性(性质 1)). 设有两个原子公式集合 A_0 和 A_1,$A_0\supseteq A_1$,相应的真值赋值函数为 $S_0=\{s|s:A_0\to\{0,1\}\}$,$S_1=\{s|s:A_1\to\{0,1\}\}$,有 S_1 上的概率函数 $P_1:S_1\to[0,1]$,S_0 上的概率函数 $P_0:S_0\to[0,1]$ 是由 P_1 构造的.若 $P_0\downarrow_{s_1}=P_1$,则称概率函数 P_0 相对于 P_1 具有投影还原性,简称为性质 1.

定义 1.3(概率的边缘稳定性(性质 2)). 设有两个原子公式集合 A_0 和 A_1,$A_0\supseteq A_1$,相应的真值赋值函数为 $S_0=\{s|s:A_0\to\{0,1\}\}$,$S_1=\{s|s:A_1\to\{0,1\}\}$,有 S_0 上的概率函数 $P_0:S_0\to[0,1]$,对任选包含 A_1 的 A_0 的子集 A,$A_0\supseteq A\supseteq A_1$,其真值赋值函数集为 $S=\{s|s:A\to\{0,1\}\}$,若 $(P_0\downarrow s)\downarrow_{s_1}=P_0\downarrow_{s_1}$,则称概率函数 P_0 相对于边缘

* 本文研究得到国家自然科学基金和国家 863 高科技项目基金资助.作者张晨东,1960 年生,博士,讲师,主要研究领域为概率性逻辑推理,指挥控制.徐光,1951 年生,教授,博士生导师,主要研究领域为指挥控制,专家系统.陈火旺,1936 年生,教授,博士生导师,主要研究领域为软件工程,人工智能.王兵山,1938 年生,教授,主要研究领域为计算机逻辑,软件工程.

本文通讯联系人:张晨东,北京 100081,空军指挥学院 1850#

本文 1997-08-01 收到原稿,1998-07-07 收到修改稿

空间 S_1 具有边缘稳定性，简称为性质 2.

定理 1.1. 设有两个原子公式的集合 A_1, A_2，其交集为 $A_{12}=A_1\cap A_2$，相应的真值赋值函数集为 $S_1=\{s|s:A_1\to\{0,1\}\}$，$S_2=\{s|s:A_2\to\{0,1\}\}$，$S_{12}=\{s|s:A_{12}\to\{0,1\}\}$，$P_1:S_1\to[0,1]$，$P_2:S_2\to[0,1]$为两个集合上的概率函数，满足如下边缘一致性条件，对于$\forall\ d\in S_{12}$，$P_1\downarrow_{s_{12}}(d)=P_2\downarrow_{s_{12}}(d)$，即 $P_1\downarrow_{s_{12}}=P_2\downarrow_{s_{12}}$，按如下公式构造并集 $A=A_1\cup A_2$ 的真值赋值函数集 $S_{1,2}=\{s|s:A\to\{0,1\}\}$上的概率函数 $P:S_{1,2}\to[0,1]$，对于$\forall\ d\in S_{1,2}$，取 $d_1\in S_1$，$d_1=d\downarrow_{s_1}$和 $d_2\in S_2$，$d_2=d\downarrow_{s_2}$，以及 $P_{12}=P_1\downarrow_{s_{12}}=P_2\downarrow_{s_{12}}$，$d_{12}=d\downarrow_{s_{12}}$，令 $P(d)=P_1(d_1)\cdot P_2(d_2)/P_{12}(d_{12})$；

这样构造的概率函数 P 相对于边缘空间 S_1 和 S_2 具有投影还原性，相对于空间 S_1 和 S_2 的任意子空间具有边缘稳定性.

定理 1.2(超树结构概率性逻辑公式集分解模型的可靠性). 设有原子公式的集合 $A=A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n(n\geqslant 2)$，满足条件：

(1) 对任意$i,j,k\in\{1,2,\ldots,n\}$，只要$i\neq j, i\neq k, j\neq k$，则有 $A_i\cap A_j\cap A_k=\varnothing$；

(2) 对任意$k_1,k_2,\ldots,k_m(m\leqslant n, k_i\in\{1,2,\ldots,n\}, i=1,2,\ldots,m)$. 如果 $A_{k_i}\cap A_{k_{i+1}}\neq\varnothing(i=1,2,\ldots,m-1)$，则必有 $A_{k_1}\cap A_{k_m}=\varnothing$. 即原子公式集的相交关系不会形成一个圈.

设与原子公式集对应的真值赋值函数集为 $S=\{s|s:A\to\{0,1\}\}$，$S_1=\{s|s:A_1\to\{0,1\}\}$，$S_2=\{s|s:A_2\to\{0,1\}\}$，…，$S_n=\{s|s:A_n\{0,1\}\}$，真值赋值函数集上的概率函数为 $P_1:S_1\to[0,1]$，$P_2:S_2\to[0,1]$，…，$P_n:S_n\to[0,1]$. 若两个原子公式集相交 $A_{ij}=A_i\cap A_j\neq\varnothing$，二者的真值赋值集上的概率函数满足如下边缘一致性：对$\forall\ d_{ij}\in S_{(i)(j)}=\{s|s:A_{ij}\to\{0,1\}\}$，有 $P_i\downarrow_{s_{(i)(j)}}(d_{ij})=P_j\downarrow_{s_{(i)(j)}}(d_{ij})$，即有 $P_i\downarrow_{s_{(i)(j)}}=P_j\downarrow_{s_{(i)(j)}}$. 那么，必存在 S 上的概率函数 $P:S\to[0,1]$，使得 $P\downarrow_{s_i}=P_i$ 成立.

定理 1.3(超树结构概率性逻辑公式集分解模型的完备性). 按照定理 1.2 的条件，若存在 S 上的概率函数 $P^{(n)}:S\to[0,1]$，则 $P_i(i=1,2,\ldots,n)$存在且满足边缘概率赋值一致性，即对于$\forall\ i,j\in\{1,2,\ldots,n\}, i\neq j$，$A_{ij}=A_i\cap A_j\neq\varnothing$，记 $S_{ij}=\{s|s:A_{ij}\to\{0,1\}\}$为原子公式交集 A_{ij}上的真值赋值函数集合，$P_i:S_i\to[0,1]$，$P_j:S_j\to[0,1]$，满足 $P_i\downarrow_{s_{ij}}=P_j\downarrow_{s_{ij}}$；并且对任何公式 f，$atom(f)\in A$，如果 $atom(f)\subseteq A_k$，且 $P(f)=r(f)$为给出的对公式 f 的概率赋值，则有 $P_k(f)=r(f)$.

以上定理的详细证明均已在文献[4～6]中给出.

2 异构分解模式的综合

以上研究的公式集分解方法，对分解后的原子公式集的相交关系都给出同一种限制条件. 实际的问题可能存在多种限制条件并存的情况. 即允许总的公式集分成几个子类，每个子类都包含若干个分解后的公式集，在每个子类中原子公式集的相交关系满足一种形式，而不同的子类可以有不同的原子公式相交形式，只要原子公式集相交的子类之间满足边缘一致性条件. 下面将直接引用文献[4～6]中已经定义过的符号和已经证明的定理.

定义 2.1(概率性逻辑公式集子类之间的边缘一致性. 设公式集 F 分解为 k 个子类 $F^{[1]}, F^{[2]},\ldots,F^{[k]}$，每个子类又包含 $n_j(j=1,2,\ldots,k)$个公式子集，$F^{[j]}=F^{[j]}_1+F^{[j]}_2+\ldots+F^{[j]}_{n_j}(j=1,2,\ldots,k)$，对于$\forall\ j\in\{1,2,\ldots,k\}$及$\forall\ i\in\{1,2,\ldots,n_j\}$，$F^{[j]}_i$ 中的公式不出现在该类的其他公式集中，也不出现在其他类的任何公式集中. 若记子类 $F^{[j]}$中公式集 $F^{[j]}_i$ 的原子公式集为 $A^{[j]}_i=atom(F^{[j]}_i)(\forall\ j\in\{1,2,\ldots,k\}$及$\forall\ i\in\{1,2,\ldots,n_j\})$，相应的真值赋值集为 $S^{[j]}_i=\{s|s:A^{[j]}_i\to\{0,1\}\}$，真值赋值集上的概率函数为 $P^{[j]}_i:S^{[j]}_i\to[0,1]$. 称两个子类 $F^{[j]}$和 $F^{[k]}$具有单边缘一致性，只要满足如下条件：

(1) 若 $atom(F^{[j]})\cap atom(F^{[k]})=W\neq\varnothing$，则存在唯一的 $v\in\{1,2,\ldots,n_j\}$及唯一的 $u\in\{1,2,\ldots,n_k\}$，使 $atom(F^{[j]}_v)\cap atom(F^{[k]}_u)=W$，即 $A^{[j]}_v\cap A^{[k]}_u=W$. 这表明两个公式子类的原子集若相交，则各子类中只有一个原子集与对方相交，子类原子集的交集与两个子类中唯一一对相交原子集的交集相同.

(2) 记原子交集 W 上的真值赋值集为 $S_w=\{s|s:W\to\{0,1\}\}$，若存在概率函数 $P^{[j]}_v:S^{[j]}_v\to[0,1]$和 $P^{[k]}_u:S^{[k]}_u\to[0,1]$，则 $P^{[j]}_v\downarrow_{s_w}=P^{[k]}_u\downarrow_{s_w}$. 这表明两个相交原子集的真值赋值集(局部可能世界)上的概率函数在边

缘上是一致的(具有相同的边缘空间和边缘概率函数).

称两个子类 $F^{[j]}$ 和 $F^{[k]}$ 具有边缘一致性，只要满足如下条件：

(1) 记子类的各原子集合之并集为 $A^{[j]}=\bigcup_{i=1,\dots,n_j}A^{[j]}_i(j=1,2,\dots,k)$，相应的真值函数集为 $S^{[j]}=\{s|s:A^{[j]}\to\{0,1\}\}$，$S^{[j]}$ 上存在满足两两边缘一致性的概率函数 $P^{[j]}:S^{[j]}\to[0,1]$，简称为子类上的概率函数；

(2) 相交子类的概率函数在交集的各元素上取相同的概率值. 称两个子类 $F^{[r]}$,$F^{[t]}$ 相交，只要它们的原子公式集 $A^{[r]}$,$A^{[t]}$ 相交，原子公式交集 $A^{[r][t]}=A^{[r]}\cap A^{[t]}$ 的真值赋值集为 $S^{[r][t]}=\{s|s:A^{[r][t]}\to\{0,1\}\}$，两个相交子类上的概率函数在 $S^{[r][t]}$ 上的投影分别为：$P^{[r]}\downarrow_{S^{[r][t]}}$,$P^{[t]}\downarrow_{S^{[r][t]}}$，应有 $P^{[r]}\downarrow_{S^{[r][t]}}=P^{[t]}\downarrow_{S^{[r][t]}}$.

定理 2.1. 根据定义 2.1，两个相交子类若具有单边缘一致性，则它们具有边缘一致性.

证明：结论是显然的.

引理 2.1. 设概率性逻辑公式集为 F,$F^{[1]}$ 和 $F^{[2]}$ 是由 F 分解成的两个公式子类，子类中的原子公式集为 $A^{[j]}=atom(F^{[j]})(j=1,2)$，相应的真值赋值集为 $S^{[j]}=\{s|s:A^{[j]}\to\{0,1\}\}$，真值赋值集上的概率函数为 $P^{[j]}:S^{[j]}\to[0,1]$，记原子集的交集为 $A^{[1][2]}=A^{[1]}\cap A^{[2]}$，相应的交集 $A^{[1][2]}$ 上的真值赋值集为 $S^{[1][2]}=\{s|s:A^{[1][2]}\to\{0,1\}\}$，概率函数 $P^{[j]}(j=1,2)$ 在 $S^{[1][2]}$ 上的投影概率函数相同，且为 $P^{[1]}\downarrow_{S^{[1][2]}}=P^{[2]}\downarrow_{S^{[1][2]}}=P^{[1][2]}\downarrow_{S^{[1][2]}}:S^{[1][2]}\to[0,1]$. 那么，必存在 S 上的概率函数 P，且满足 $P\downarrow_{S^{[j]}}=P^{[j]}(j=1,2)$.

证明：令 $F_1=\bigcup_{D\in F^{[1]}}D$ 和 $F_2=\bigcup_{D\in F^{[2]}}D$,$F=F_1+F_2$. 根据定理 2.1 以及题设条件，可推出存在 S 上的概率函数 P，且满足 $P\downarrow_{S^{[j]}}=P^{[j]}(j=1,2)$.

引理 2.2. 设概率性逻辑公式集为 F,$F^{[1]}$ 和 $F^{[2]}$ 是由 F 分解成的两个公式子类，子类中的原子公式集为 $A^{[j]}=atom(F^{[j]})(j=1,2)$，相应的真值赋值集为 $S^{[j]}=\{s|s:A^{[j]}\to\{0,1\}\}$，真值赋值集上的概率函数为 $P^{[j]}:S^{[j]}\to[0,1]$，记原子集的交集为 $A^{[1][2]}=A^{[1]}\cap A^{[2]}$，相应的交集 $A^{[1][2]}$ 上的真值赋值集为 $S^{[1][2]}=\{s|s:A^{[1][2]}\to\{0,1\}\}$，若存在 S 上的概率函数 $P:S\to[0,1]$，则必存在概率函数 $P^{[j]}(j=1,2)$，满足 $P^{[1]}\downarrow_{S^{[1][2]}}=P^{[2]}\downarrow_{S^{[1][2]}}=P\downarrow_{S^{[1][2]}}$，且对任何公式 f,$atom(f)\in A$，如果 $atom(f)\subseteq A^{[j]}$，且 $P(f)=r(f)$ 为给出的对公式 f 的概率赋值，则有 $P^{[j]}(f)=r(f)$.

证明：令 $F_1=\bigcup_{D\in F^{[1]}}D$ 和 $F_2=\bigcup_{D\in F^{[2]}}D$,$F=F_1+F_2$，则证明过程与文献[4]中的链式分解定理完全相同.

引理 2.1 和引理 2.2 可推广到 $n(n>2)$ 个公式子类的情况.

定义 2.2. 设 $k(k\geqslant 2)$ 个公式子类 $F^{[1]}$,$F^{[2]}$,$\dots$,$F^{[k]}$ 的原子集的相交关系均为两两相交或完全重叠的多重相交，且不带有环路. 那么，若相交的每一对子类都是边缘一致的，则称这个子类集是两两边缘一致的.

定理 2.2. 设 $k(k\geqslant 2)$ 个公式子类 $F^{[1]}$,$F^{[2]}$,$\dots$,$F^{[k]}$ 是两两边缘一致的，则在直和 $F=F^{[1]}+F^{[2]}+\dots+F^{[k]}$ 的可能世界集 $S=\{s|s:atom(F)\to\{0,1\}\}$ 上存在联合概率函数 $P:S\to[0,1]$，满足相对于各子类可能世界集的概率投影还原性，即 $P\downarrow_{S^{[i]}}=P^{[i]}(i=1,2,\dots,k)$.

证明：只要令每个公式子类为一个分解后的子公式集，根据引理 2.1，再根据定理 1.2 即可得出证明.

定理 2.3. 设在公式类集的直和 $F=F^{[1]}+F^{[2]}+\dots+F^{[k]}$ 的可能世界集 $S=\{s|s:atom(F)\to\{0,1\}\}$ 上存在联合概率函数 $P:S\to[0,1]$，则存在各子类可能世界集上的概率函数 $P^{[i]}(i=1,2,\dots,k)$，满足如下两两边缘一致性：若 $A^{[i]}\cap A^{[j]}=A^{[i][j]}\neq\varnothing$，令 $S^{[i][j]}=\{s|s:A^{[i][j]}\to\{0,1\}\}$，则 $P^{[i]}\downarrow_{S^{[i][j]}}=P^{[j]}\downarrow_{S^{[i][j]}}$.

证明：只要令每个公式子类为一个分解后的子公式集，根据引理 2.2，再根据定理 1.3 即可得出证明.

定理 2.2 和定理 2.3 可看做是公式按子类划分后，分解算法的可靠性和完备性的简单表述. 下面给出一个简单的分解实例.

例 1：设概率逻辑公式集为：

$$F=\{P(A\to C)=p_1,P(B\to C)=p_2,P(C\to D)=p_3,P(D\to E)=p_4,P(E\to F)=p_5,P(G\to E)=p_6,$$
$$P(G\to I)=p_7,P(H\to I)=p_8,P(I\to J)=p_9,P(J\to I)=p_{10},P(K\to I)=p_{11},P(I\to K)=p_{12}\},$$

现将其分解为两个子类：

$$F^{[1]}=\{P(A\to C)=p_1,P(B\to C)=p_2,P(C\to D)=p_3,P(D\to E)=p_4,P(E\to F)=p_5,P(G\to E)=p_6\};$$
$$F^{[2]}=\{P(G\to I)=p_7,P(H\to I)=p_8,P(I\to J)=p_9,P(J\to I)=p_{10},P(K\to I)=p_{11},P(I\to K)=p_{12}\}.$$

对子类 $F^{[1]}$ 可采用如图 2 所示的链式分解形式：

$$F^{[1]}{}_1=\{P(A\to C)=p_1,P(B\to C)=p_2\};$$
$$F^{[1]}{}_2=\{P(C\to D)=p_3,P(D\to E)=p_4\};$$
$$F^{[1]}{}_3=\{P(E\to F)=p_5,P(G\to E)=p_6\}.$$

图2

图3

对子类 $F^{[2]}$ 可采用如图 3 所示的重叠分解形式：

$$F^{[2]}{}_1=\{P(G\to I)=p_7,P(H\to I)=p_8\};$$
$$F^{[2]}{}_2=\{P(I\to J)=p_9,P(J\to I)=p_{10}\};$$
$$F^{[3]}{}_3=\{P(K\to I)=p_{11},P(I\to K)=p_{12}\}.$$

现将分解结果作一简要分析，公式集包含有 12 个公式，其中共出现 11 个原子公式.若不进行分解，按原始方法构造计算模型，则约束数为 12(未计入保持概率特性的第 1 个必要约束，以下同)，变量数将为 $2^{11}=2048$ 个；若按所给出的异构模式进行分解，则第 1 公式子类中的变量数为 $3\times2^3=24$，约束数为 $6+2=8$；第 2 公式子类中的变量数为 $2^3+2\times2^2=16$，约束数为 $6+2=8$，则加入一个异构模式约束之后，总的分解计算模型的变量数为 $24+16=40$，约束数为 $8+8=16$. 可见，约束矩阵的规模从 12×2048 减小到 16×40. 效果是十分明显的.

3 结 论

本文所讨论的异构分解模式是各种单一分解模式的推广和综合. 它使得概率逻辑公式集的分解过程可以有条件地分块进行和并行化，并且保持了各种单一分解模式所具有的可靠性和完备性. 这对于较大公式集的处理是有帮助的. 需要进一步研究的问题之一是，如何在分解过程开始之前判断出公式集属于哪一种异构分解模式，从而指导后面的分解过程. 此外，能否突破单边缘一致性的限制，同时又不显著地增大计算模型的规模，也是值得探索的.

参考文献

1 Nils J Nilsson. Probabilistic logic. Artificial Intelligence, 1986,28(1):71～87

2 Genesareth M, Nilsson N. Logic foundations for AI. Los Alamitors, CA: Morgan Kaufmann Publishers, Inc., 1987

3 张晨东，陈火旺，刘凤岐. 概率逻辑公式集分解的合并聚类算法. 软件学报，1997,8(6):441～447
(Zhang Chen-dong, Chen Huo-wang, Liu Feng-qi. A clustering-algorithm for decomposition of probabilistic logic formula set. Journal of Software, 1997,8(6):441～447)

4 张晨东，陈火旺，王兵山等. 概率逻辑推理的弱相关分解方法. 计算机学报，1997,20(10):894～898
(Zhang Chen-dong, Chen Huo-wang, Wang Bing-shan *et al*. A weak-dependent-decomposition approach for probabilistic logic. Chinese Journal of Computers, 1997,20(10):894～898)

5 张晨东，陈火旺，王兵山等. 概率逻辑类超树结构分解计算模型的完备性. 软件学报，1998,9(4):273～275
(Zhang Chen-dong, Chen Huo-wang, Wang Bing-shan *et al*. The completeness of the super-tree-like decomposition model for probabilistic logic. Journal of Software, 1998,9(4):273～275)

6 张晨东. 概率性逻辑的分解方法研究[博士学位论文]. 长沙：长沙工学院，1997
(Zhang Chen-dong. Research on decomposition method for probabilistic logic [Ph. D. Thesis]. Changsha: Changsha Institute of Technology, 1997)

The Compatibility of the Different-structured Decomposition-patterns for Probabilistic Logic

ZHANG Chen-cong[1]　XU Guang[1]　CHEN Huo-wang[2]　WANG Bing-shan[2]

[1](*Airforce Command College　Beijing*　100081)

[2](*Department of Computer Science　Changsha Institute of Technology　Changsha*　410073)

Abstract　In this paper, the compatibility of the different-structured decomposition-patterns for probabilistic logic is discussed. If the single marginal probability consistence remain between each pair of the different-structured decomposition-patterns, the combination of them will form a multi-pattern decomposition structure. In addition, the inference system based on the given decomposition method keeps its validity and completeness to the original Nilsson's system.

Key words　Probabilistic-logic-automatic-reasoning, uncertainty-reasoning, decomposition-algorithm.