

## 采样点模型的布尔运算\*

苗兰芳<sup>1,2+</sup>, 彭群生<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(浙江师范大学 数理和信息工程学院,浙江 金华 321004)

<sup>2</sup>(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室,浙江 杭州 310027)

### Boolean Operation for Point Sampled Models

MIAO Lan-Fang<sup>1,2+</sup>, PENG Qun-Sheng<sup>2</sup>

<sup>1</sup>(Math, Physics and Information Technology School, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

<sup>2</sup>(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-579-2280256, E-mail: mlf@zjnu.cn

Miao LF, Peng QS. Boolean operation for point sampled models. *Journal of Software*, 2006,17(Suppl.):57-63.  
<http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/s57.htm>

**Abstract:** A robust and efficient Boolean operation algorithm for point sampled models is presented in this paper. First, a surfel with a certain size of radius is reconstructed at each sample point on the models. And all of the surfels are classified into one of the following categories: in, out and intersect with respect to the other solid model. Then the intersection curves are estimated under the control of a given global error through adaptively subdividing and re-sampling of the intersect surfels. Besides, a hierarchical structure  $k$ -d tree is built for each point model to accelerate the test of efficient classifying the surfel's in/out/intersect test. The experimental results show that this Boolean operation algorithm can robustly handle point models with different sampling resolution and non-uniform sampled point models.

**Key words:** point sampled model; Boolean operation; surfel;  $k$ -d Tree; re-sampling

**摘要:** 提出了一种快速而鲁棒的点模型布尔运算算法。在进行布尔运算之前,首先将点模型中的每个点表示成具有一定半径的面元,并确定它相对于另一个模型表面的内、外及相交关系;然后对相交面元进行全局误差控制下的自适应加密重采样,以求取交线;为了加速面元的内、外及相交关系的检测,对每个模型建立层次结构  $k$ -d 树。实验结果表明,该方法对于具有不同分辨率以及采样不均匀的点模型也能进行稳定可靠的布尔运算。

**关键词:** 采样点模型;布尔运算;面元; $k$ -d 树;重采样

在计算机图形学与计算机辅助几何设计领域内,构造实体几何(construction solid geometry,简称 CSG)多年来一直是一种功能非常强大的几何造型工具,被广泛地应用于交互式设计。在目前已有的 CSG 技术中,基于采样点元表示的复杂实体的 CSG 技术是近几年来随着三维扫描仪的普及而出现的。相对于基于三角网格表示的复杂实体之间的布尔运算,基于采样点元表示的实体间的布尔运算有其自身的优点,比如:点元之间没有拓扑

\* Supported by the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2002CB312101 (国家重点基础研究发展计划(973))

Received 2006-03-15; Accepted 2006-09-11

关系而使确定点元与另一点模型的内外关系变得简单;只有对应三角面片数的二分之一的点元数使需要处理的基本元素量减少;相交面元的剖分比相交三角面片的剖分简单等等.此外,近几年来,随着三维扫描仪的普及,获取复杂表面的采样点模型变得相当容易和方便,尤其在影视业中,为了获取更加生动、可爱的角色模型,经常需要对获取的点模型进行布尔运算.

传统的实体间的布尔运算技术已经发展了很多年并已基本成熟,而基于采样点表示的复杂模型的布尔运算技术研究则刚刚起步<sup>[1-3]</sup>.2003年,Pauly等人<sup>[1]</sup>提出一种基于无约束的纯几何采样点云和移动最小二乘法(moving least squares,简称MLS)局部拟合隐式曲面相结合的方法,实现点模型的变形及布尔运算.该算法采用牛顿迭代方式求出模型表面交线上的点,因而时间的开销是巨大的.Ohtake等人<sup>[2]</sup>采用局部隐函数加权混合的方式拟合点模型表面,实现点模型的造型以及布尔运算,但这种方式不是直接对采样点元表示的模型体进行布尔运算,而是先从采样点模型中重建出隐式曲面,再对由隐式曲面表示的模型体进行布尔运算.Adams等人<sup>[3]</sup>提出了一种不经过点模型表面局部曲面重建,而直接针对表面面元(surfel)<sup>[4]</sup>表示的模型进行布尔运算的方法.该方法先对每个面元进行相对于另一模型体表面的内、外及相交检测,再对相交面元在交线的两侧,分别用更小的面元表示,并用三色八叉树加速面元的检测,实现交互式布尔求交.但该算法对于一般的点模型不够鲁棒,因为该算法要求点模型数据必须采样均匀、稠密、噪声很小,而且即使对于很理想的数据模型,也可能会因为两个点模型的采样密度不一致而使算法失败.比如,两个采样密度明显不同的实体进行布尔求交时,一方模型中半径较大的 surfel 可能与另一方模型中半径较小的多个 surfel 相交,只取其中一条交线的方法会使求交失去精确性.对此,杨振羽在他的硕士论文<sup>[5]</sup>中提出了一个针对一般点模型的交互式布尔运算算法.该算法通过对相交面元的自适应细分加密采样,解决了上述问题,但没有对相交面元的交线的精度进行评估,也就是说,该算法假设两个相交面元的交线即为所求,并在此基础上进行面元细分,因而不能实现全局误差控制下的布尔求交.

针对上述布尔运算中存在的问题,本文提出了一种简单的快速布尔运算算法.在具体实施时,首先将点模型表面上的每个采样点表示为具有一定半径的表面面元,面元半径根据其邻域情况加以确定;然后确定模型中所有采样点面元相对于另一个模型表面的内外及相交关系,并对相交部分的采样点面元进行全局误差控制下的置信邻域内重采样和交线求取;为了加速布尔运算中最近邻域点的搜索,对参与布尔运算的两个点模型分别建立简单而有效的层次结构  $k$ - $d$  树;为了保证在布尔运算的边界区域点元表示的一致性,对相交面元的保留部分进行了后处理;最后对布尔运算结果进行绘制.

## 1 采样点模型的布尔运算

### 1.1 采样点模型布尔运算的数学描述

一个模型中的点元相对于另一个点模型表示的实体的位置关系有 3 种情形:内部、外部和相交.前两种位置关系的点元称为保留元,无须进一步处理;最后一种位置关系的点元为相交元,需要进一步处理,其处理方法依赖于点的表示方式.对于基于纯几何采样点表示的实体模型,虽然不存在相交元,但可以通过两个模型表面附近最近的点对,求出更精确的交点<sup>[1]</sup>.对于基于采样点面元表示的实体模型,由于把点看成了具有一定半径的面元,因此,必定存在相交元.对于这样的面元,最常用的处理方法是剖分法,即对相交面元沿另一模型的表面边界进行剖分,再将剖分后的两部分分别用更小的、满足一定精度的面元表示,从而使这些小面元与其保留面元共同形成新实体表面准确而锐利的特征边界.

设  $A, B$  分别为两个点模型表面采样点面元集合  $\{s_i^A \mid i=1,2,3,\dots,m^A\}, \{s_i^B \mid i=1,2,3,\dots,m^B\}$ , 其中  $m^A, m^B$  为相应的面元数,记  $S^A$  和  $S^B$  分别为点模型  $A, B$  的表面,  $A, B$  分别在点模型实体表面  $S^B, S^A$  内侧、外侧和相交的面元集分别记为  $A_{in}, A_{out}, A_{cut}$  和  $B_{in}, B_{out}, B_{cut}$ , 并记相交面元细分后的面元分别为

$$A_{cut} = \left\{ \sum s_{in}^{A_{cut}} + \sum s_{out}^{A_{cut}} \right\}, \quad B_{cut} = \left\{ \sum s_{in}^{B_{cut}} + \sum s_{out}^{B_{cut}} \right\}.$$

则  $A, B$  点模型布尔运算后,新产生的模型点元集合与  $A, B$  点模型表面采样点元集合之间的关系如下:

$$A \cup B = \left\{ A_{out} + B_{out} + \sum s_{out}^{A_{cut}} + \sum s_{out}^{B_{cut}} \right\},$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{A_{in} + B_{in} + \sum s_{in}^{A_{cut}} + \sum s_{in}^{B_{cut}}\}, \\ A - B &= \{A_{out} + B_{in} + \sum s_{out}^{A_{cut}} + \sum s_{in}^{B_{cut}}\}, \\ B - A &= \{B_{out} + A_{in} + \sum s_{in}^{A_{cut}} + \sum s_{out}^{B_{cut}}\}. \end{aligned}$$

由此可见,对于面元表示的采样点模型实体,其布尔运算的关键在于确定任意一个模型表面上的所有面元相对于另一个点模型表面的位置关系并对相交面元作相应的误差控制下的细分处理。

## 1.2 采样点面元的初始半径计算

对于均匀采样点模型,每个面元的半径几乎相等,所以,无须单独计算;但是,对于非均匀采样点模型,需根据采样点的邻域分布,确定面元半径。为了使面元集能尽可能地完全覆盖模型表面,以及提高模型表面覆盖率的同时,减少面元重叠,需在采样点密集处,面元半径减小;在采样点稀疏处,面元半径增大。因此,采用  $k$  个邻域点计算面元半径。设两个点模型的输入数据为每个点的位置  $p$  和指向体外的法向  $n$ , 即

$$A = \{s_i^A = (p_i^A, n_i^A) | 1 \leq i \leq m^A\}, \quad B = \{s_j^B = (p_j^B, n_j^B) | 1 \leq j \leq m^B\},$$

则每个采样点面元的半径  $r_i^A | i=1,2,3,\dots,m^A$  和  $r_j^B | j=1,2,3,\dots,m^B$  估算公式为

$$r_i^Q = w \cdot \max \left( d_{s_i^Q, s_j^Q}^Q, j \in \{j_1, j_2, \dots, j_k\} \right), Q \in \{A, B\}.$$

其中  $k$  为采样点的邻域点数,  $d_{s_i^Q, s_j^Q}^Q$  为采样点  $s_i^Q$  到其邻域点  $s_j^Q$  的距离,  $w$  为一个比例系数,称为初始半径系数,它和邻域点数  $k$  一起控制采样点元初始半径的大小。根据实验结果,当邻域点数  $k$  选在 6~8 之间和初始半径系数  $w$  为 0.55~0.7 时,模型外表面有着比较好的视觉效果。

## 1.3 基于面元表示的点模型的布尔运算算法

Pauly 等人<sup>[1]</sup>提出的布尔运算算法针对基于纯几何采样点的模型,而 Adams 等人<sup>[3]</sup>提出的布尔运算算法针对均匀的采样点面元模型,并要求两个面元模型具有相同的采样密度。为了能在更一般的点模型,即非均匀采样、不同分辨率的点模型之间进行稳定可靠的布尔运算,本文拓展了他们的工作,使拓展后的算法既能适用于非均匀采样点及不同分辨率的点模型,又能在全局误差控制下,该布尔运算算法步骤如下:

- (1) 输入采样点模型;并分别建立用于加速邻域搜索的层次结构  $k$ -d 树;
- (2) 根据点模型中每个点的邻域,计算其初始面元半径;
- (3) 对实体模型中的每个面元做关于另一点模型表面内、外及相交的位置关系测试;
- (4) 若检测为内侧、外侧关系,则作为保留面元;
- (5) 如果检测为相交面元,则先求出面元的置信邻域,并在置信邻域内对面元进行自适应加密采样细分,使细分后的面元能进行简单和有效的后处理,并使求交误差控制在全局误差范围内;
- (6) 对相交面元的保留部分进行后处理;
- (7) 根据具体的布尔运算,输出相应的运算结果,并进行绘制。

## 1.4 采样点面元的内、外及相交测试

上述算法中需对面元进行内、外及相交测试,为此,设  $V^Q$  是由点模型  $Q \in \{A, B\}$  的所有表面面元  $\{s_i^Q | 1 < i < m^Q\}$  所覆盖的实体,  $S^Q$  为其实体外表面,  $x$  是实体模型附近(内、外)任意一测试点,  $y$  (且  $y \in S^Q$ ) 为离点  $x$  最近的一个表面采样点中心,如图 1 所示,则确定点  $x$  在另一点模型实体( $V^Q$ )的内外关系时有:

$$\begin{cases} (x-y) \cdot n_y > 0, & \text{当且仅当 } x \notin V^Q \\ (x-y) \cdot n_y < 0, & \text{当且仅当 } x \in V^Q \end{cases}$$

由于面元具有一定的半径,因此面元的内外关系检测方法不同于上述公式。为了描述方便,设点  $x$  处的面元为  $s_x^Q$ , 点  $y$  处的面元为  $s_y^Q$ , 法向为  $n_y^Q$ , 这两个面元中心之间的距离为  $d_{xy}$ , 则面元  $s_x^Q$  相对于采样点面元构成的实体模型  $V^Q$  的内、外及相交位置关系检测方式为:

- (1) 当  $(s_x^{O'} - s_y^{O'}) \cdot n_y^{O'} > 0$  且  $(r_x^{O'} + r_y^{O'}) < d_{xy}$  时,  $s_x^{O'} \notin V^{O'}$ , 即  $s_x^{O'}$  为外部面元;
- (2) 当  $(s_x^{O'} - s_y^{O'}) \cdot n_y^{O'} < 0$  且  $(r_x^{O'} + r_y^{O'}) < d_{xy}$  时,  $s_x^{O'} \in V^{O'}$ , 即  $s_x^{O'}$  为内部面元;
- (3) 当  $(r_x^{O'} + r_y^{O'}) > d_{xy}$  时,  $s_x^{O'}$  有可能与实体模型表面相交.

其中(1)和(2)为保留面元;而情形(3)还需对面元  $s_x^{O'}$  作进一步判断,才能确定其是否与实体有交.如果没有交,仍作为保留面元,否则,需在交线处对面元进行自适应细分.

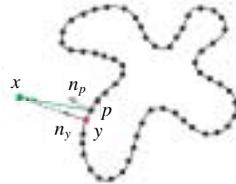


Fig.1 In/out test

图 1 内、外测试

## 2 相交面元的处理

对可能相交的面元,首先确定与另一模型表面是否相交,对有交的面元求出符合全局误差的交线.

### 2.1 求交检测及自适应重采样

实际上,即使两个面元中心距离小于两个面元半径之和,这两个面元也不一定有交(比如,两个相切的面元,其中心虽然很近,但不相交),所以,首先需求出这两个相交面元所在的平面交线  $l$ ,继而求出交线  $l$  到采样点面元  $s_x^{O'}$  中心的距离  $d_{lx}$ ;如果这个距离  $d_{lx}$  大于面元  $s_x^{O'}$  的半径  $r_x^{O'}$ ,则这两个面元还是无交;否则有交.但在考虑面元所表示模型的全局误差(设为  $\varepsilon$ ),上述判断相交的规则可修改为:如果距离  $d_{lx}$  大于面元半径与全局误差的差值,即  $d_{lx} > (r_x^{O'} - \varepsilon)$ ,就认为这两个面元无交;否则有交.

对于真正有交的面元  $s_x^{O'}$ ,为了求出符合给定误差精度  $\varepsilon$  的交线,首先需保证相交面元逼近模型表面的精度,为此,本文先求出两相交面元  $s_x^{O'}$  和  $s_y^{O'}$  相对于全局误差  $\varepsilon$  的置信邻域<sup>[6]</sup>,在置信邻域内对面元求交,可以保证面元交线的误差在全局误差范围之内.虽然如此,但还是会出现一个面元上有多条符合精度交线的情况,即相交面元与另一个模型的多个面元有交,交线呈折线状.为了便于对相交面元保留部分的后处理,还需对置信邻域面元进行递归采样细分,直至细分后的面元要么被判为保留面元;要么只与另一模型中的一个面元有交;要么所生成的细分面元的半径小于  $2\varepsilon$ .

### 2.2 相交面元保留部分的后处理

只与另一个模型的一个面元有交的面元被其交线分成两部分.在小面元表示相交面元的保留部分时,往往将小面元在交线附近所覆盖的部分超出交线一定的距离,该距离通常取相交面元半径的  $1/n$ (其中  $n$  可在 8~20 之间任取一个整数),并定义该距离为相交面元在布尔运算时的分割允许误差  $\varepsilon_{cut}$ ,而由该误差在交线两侧分别确定的线定义为分割允许误差线.

对相交面元  $s_x^{O'}$  在交线两侧用小面元表示时,根据面元数是否固定、面元半径是否相等以及面元中心如何分布等等存在多种方法,这类方法的最终目的都是为了更好地表达面元被交线剖分后的两部分.文献[3]根据面元中心到交线的距离将相交采样点面元位于交线两侧细分成 1 个、3 个和 5 个半径不等的面元.这种适应性的细分方法可以更好地逼近布尔运算的结果,但同时也增加了算法的处理难度和时间.本文采用了面元数固定的细分方法,即对相交面元在交线的两侧分别用 3 个或 5 个半径更小的面元表示.在本文实验中采用了 3 个小面元表示,其位置和半径的具体计算方法如下:

将面积较大的一侧用一个半径较大的面元和两个半径较小的面元表示.大面元半径估算为  $(d_{lx} + \text{相交面元半径} + \text{分割允许误差 } \varepsilon_{cut})/2$ ,其中心位于中心线(过相交面元中心且与面元交线垂直的直线)上,且相切于该部分

分割允许误差线;两个较小半径的面元半径为相交面元半径的一半,其中心分别位于中心线的两侧,且相切于中心线和分割允许误差线,如图 2(b)所示.而对于面积较小的一侧,则可以表示成 3 个相同半径的小面元.如图 2(a)所示.

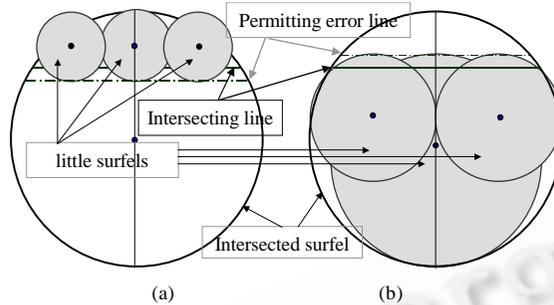


Fig.2 The distribution of little surfels after dividing the intersected surfels

图 2 相交面元细分后的小面元分布

### 3 基于采样点面元模型的布尔运算的应用

#### 3.1 采样点实体模型表面切点的判断及切点位置的确定

当全局误差足够小时,将有利于找到两个模型表面相切的位置.若来自不同模型的两个最近面元中心点之间的距离小于用户定义的误差 $\varepsilon$ ,但没有相交的情形,则极有可能存在切点.但是否存在真正的切点还需通过判断该面元最近邻域面元中是否存在与另一实体模型表面相交的面元.如果其邻域采样点面元集中不存在相交面元,且与各自最近面元的距离都大于该面元与最近面元的距离,那可以确定该面元附近存在切点;否则,不存在切点.通过上述检测方法,可以找出两个模型的切点,且切点的误差小于 $\varepsilon$ .

#### 3.2 复杂曲面求交

基于采样点面元表示的实体模型间的布尔运算可以应用于复杂曲面求交.曲面求交是 CAD/CAM 领域最为重要也最为复杂的问题之一,被广泛应用于曲面裁剪、数控加工刀位轨迹计算以及实体造型拼合等各种运算中.求交算法的可靠性和精度直接影响到整个系统的稳定性和实用程度,故具有十分重要的意义.而现有的以离散方法进行曲面求交的算法不能进行既能稳定、准确又能快速的曲面求交<sup>[7]</sup>.因此,如果将上述曲面首先离散成采样点面元表示的实体模型表面,再应用本文提出的基于采样点面元的布尔求交方法,则能鲁棒而快速地求得曲面之间的所有交点和交线,而且还可以解决上述曲面求交所不能处理的一些情况,如:曲面上的非正则点,曲面上的切点等,从而进一步完善曲面求交系统.

### 4 实验结果分析

本文结果均在 PIV,1.6GHZ,512M 内存的机器上进行的.表 1 为参与布尔运算的两个点模型的面元数及布尔运算时检测到的相交面元数和总的布尔运算时间.由表中布尔运算时间这一栏可以看出,在模型的点数较少时,采用  $k$ -d 树可以较快地进行布尔运算;但当点数较大时,则采用  $k$ -d 树进行布尔运算的时间相对较长;表中还列有两个相同模型在相同的位置采用不同的初始半径(带\*号模型的初始面元半径是不带\*号模型的 0.6 倍)进行布尔运算所用的时间及相交面元数,可以看出,其时间和相交面元数都会随着面元初始半径的减小而减少,这是因为初始面元的半径减小,导致其相交面元数的减少.

图 3~图 6 为基于采样点面元表示的实体模型的布尔运算结果.图 4 为点模型与其 45°镜像模型布尔相交的绘制结果,左图和右图点数分别为 278 458 和 131 960,其中右图中的两个花瓶的瓶颈存在着相切区域,但本文算法仍能给出正确的运算结果.图 6 为不同采样密度的布尔运算结果,右边两图的点元半径分别为其左边两图点元半径的一半,图中的分割允许误差取为面元半径的 1/8,由图 6(a)和图 6(b)的结果可以看出,图 6(b)的交界处明

显光滑于图 6(a),这是因为两个模型的面元半径相差 1 倍,其分割允许误差也相差 1 倍。

**Table 1** Two point models and their intersected surfels number and time in Boolean operation

表 1 布尔运算中的两个点模型及相交面元数、布尔运算时间

模型 1(点数)	模型 2(点数)	相交面元	布尔交	布尔或	布尔差	布尔运算时间(s)
球 1(2 562)*	球 1(2 562)*	140	1 914	3 910	2 912	0.135
球 1(2 562)	球 1(2 562)	200	2 066	4 056	3 062	0.140
球 2(10 242)*	球 2(10 242)*	248	6 860	14 864	10 862	1.011
球 2(10 242)	球 2(10 242)	404	7 252	15 252	11 252	1.094
Vase(68 097)	Bunny(10 240)	1 820	20 787	66 555	60 989	3.187
兔子(163 840)	球(10 242)	1 166	53 358	126 054	120 484	9.984
Vase(68 097)	Bunny(163 840)	2 934	59 597	187 425	99 779	34.010



Fig.3 Some results from Boolean operation between Bunny (163 840)and Sphere (10 242)

图 3 点模型 Bunny(163 840)和圆球(10 242)的布尔运算结果

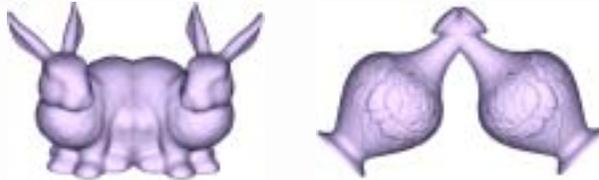


Fig.4 Rendering results of Boolean intersection between points model and their 45° reflection models

图 4 点模型与其 45°镜像模型布尔相交的绘制结果

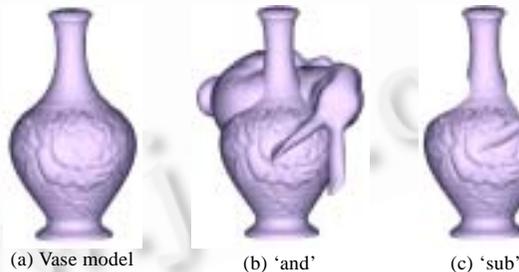


Fig.5 Some Boolean operation results between vase (68 097) and bunny (163 840)

图 5 点模型 vase(68 097)和兔子模型(163 840)的布尔或、差的结果

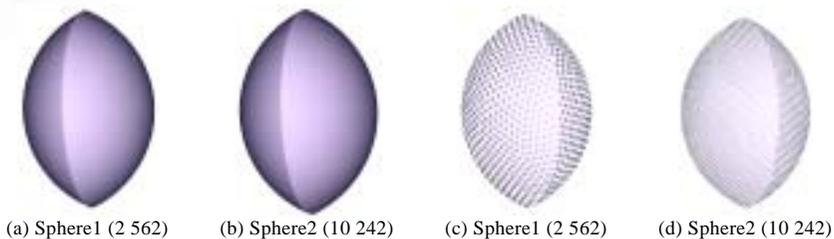


Fig.6 Boolean operation results with different sampled point density

图 6 不同采样点密度进行自身布尔运算结果

用  $k$  个邻域点的方法求面元半径时,通过调整邻域点数、初始半径系数以及所得到的相应的实验结果,可以生成视觉上完全覆盖模型表面的面元集合.但实际上,用面元集表示模型表面是一种离散的方式,因此,完全覆盖只是视觉上的.另外,在布尔运算时,引入允许分割误差,其目的在于使小面元可以完全覆盖布尔交线附近的实体模型表面,但在面元远离布尔交线的边缘处可能会没有完全覆盖到,而原始面元集中的各面元边缘的相互重叠弥补了这一点,因此,最终产生的布尔运算面元集所表示的模型外表面在视觉上也能有满意的效果.

## 5 结 论

本文给出了一种简单而快速的采样点模型的布尔运算算法.对每个采样点面元,判断它与另一个实体模型表面的内外及相交关系,并对相交面元在置信邻域内进行全局误差控制的交线求取和自适应加密重采样.本算法提出的重采样策略不仅可以使重采样后的面元更好地逼近布尔运算结果在交线处的实体表面,而且使布尔运算可以在具有不同分辨率的非均匀采样点模型之间进行.实验结果表明,本文给出的点模型的布尔运算算法简单、鲁棒,并能够进行全局误差控制.

### References:

- [1] Pauly M, Keiser R, Kobbelt L, Gross M. Shape modeling with point-sampled geometry. ACM Trans. on Graphics (Proc. of the SIGGRAPH), 2003,22(3):641–650.
- [2] Ohtake Y, Belyaev A, Alexa M, Turk G, Seidel H. Multi-Level partition of unity implicits. In: Proc. of the Siggraph 2003. San Diego: ACM Press, 2003. 463–470.
- [3] Adams B, Dutre P, 2003. Interactive Boolean operations on surfel-bounded solids. In: Proc. of the Siggraph 2003. San Diego: ACM Press, 2003. 651–656.
- [4] Pfister H, Zwicker M, Van Baar J, Gross M. Surfels: Surface elements as rendering primitives. In: Proc. of the Siggraph 2000. New Orleans: ACM Press, 2000. 335–342.
- [5] Yang CY. Shape Modeling of point-sample geometry [MS. Thesis]. Hangzhou: Zhejiang University, 2004 (in Chinese with English abstract).
- [6] Miao LF, Huang J, Zheng WT, Bao HJ, Peng QS. Local geometry reconstruction and ray tracing for point models. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics. 2006,18(6):805–811 (in Chinese with English abstract).
- [7] Zhu XX. Modeling Technology of Free Curves and Surfaces. Beijing: Science Press, 2000 (in Chinese).

### 附中文参考文献:

- [5] 杨振羽.基于点表示几何体的造型技术[硕士学位论文].杭州:浙江大学,2004.
- [6] 苗兰芳,黄劲,郑文庭,鲍虎军,彭群生.点模型的局部几何重建和光线跟踪.计算机辅助几何设计和图形学学报,2006,18(6): 805–811.
- [7] 朱心雄.自由曲线和曲面造型技术.北京:科学出版社,2000.



苗兰芳(1963 - ),女,浙江慈溪人,博士,副教授,主要研究领域为虚拟现实,基于点的建模和绘制.



彭群生(1947 - ),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为真实感图形绘制技术,虚拟现实.