

# 改进的指数双向联想记忆模型及性能估计\*

陈松灿 高航

(南京航空航天大学计算机科学与工程系 南京 210016)

E-mail: cancs@nuaa.edu.cn

**摘要** 提出了一个新的改进型指数双向联想记忆模型(improved eBAM, 简称 IeBAM)。通过定义有界且随状态改变而下降的能量函数, 证明了 IeBAM 在状态的同、异步更新方式下的稳定性, 一方面排除了 Wang 的修正指数 BAM(modified eBAM, 简称 MeBAM)和 Jeng 的 eBAM(exponential BAM)的稳定性证明中所作的不合理假设; 另一方面, 放宽了对 BAM(bidirectional associative memory)的连续性假设的要求, 并避免了补码问题。理论分析和计算机模拟结果表明, IeBAM 具有比 MeBAM 和 eBAM 更高的存储容量和更好的纠错性能。

**关键词** 神经网络, (指数)联想记忆, 稳定性, 双向性, 性能估计。

**中图法分类号** TP18

Kosko 所提出的双向联想记忆(bidirectional associative memory, 简称 BAM)模型<sup>[1]</sup>的一个重要特性是, 能够通过带噪或畸变输入模式完整地回忆出一个已存的模式。它不仅具有双向无条件稳定性, 而且因为具备同步更新能力而较适于用并行方式实现, 并可用于实时信息处理。但其不足也是明显的: 一是由于采用相关编码方式, 存储容量极为有限; 二是存在补码问题及连续性假设的要求。为提高联想记忆、纠错性能及克服 BAM 的缺陷, 众多研究人员先后提出了修正的和改进的模型, 如 Simpson 的内连式 BAM(intraconnected BAM, 简称 IBAM)<sup>[2]</sup>、Tai 的高阶 BAM(higher-order BAM, 简称 HOBAM)<sup>[3]</sup>、本文作者的一个新的内连式 HOBAM(new higher-order modified IBAM, 简称 NHOMIBAM)<sup>[4]</sup>、Jeng 和 Chiuch 的 eBAM(exponential BAM)<sup>[5]</sup>、Wang 的 MeBAM(modified eBAM)<sup>[6]</sup>, 等等。这些模型都不同程度地改进和提高了 BAM 的存储容量和纠错能力, 解决了补码问题和/或放宽了对连续性假设的要求。并且指数型 BAM 的性能优于高阶型 BAM。尽管如此, 在 eBAM 和 MeBAM 的稳定性证明中存在着人为的、不合理的假设。本文的目的是一是进一步改进指数型 BAM 的性能, 二是抛弃 MeBAM 等模型中的人为假设, 使模型更为合理、性能更为优越。为此, 本文首先提出一个改进的 eBAM(improved eBAM, 简称 IeBAM), 使它不仅具有上述诸模型的优点, 同时模型的存储容量和纠错能力得到更大程度的提高。通过定义简洁的能量函数, 无需作任何假设, 即严格证明了 IeBAM 在同、异步两种状态更新方式下的无条件稳定性, 保证了所存模式成为该系统的稳定点。其次, 在理论分析和计算机模拟两方面都证实了 IeBAM 的性能优越性。

## 1 改进的指数双向联想记忆模型(IeBAM)

为了阐明 IeBAM 的设计思路, 首先给出 eBAM 和 MeBAM 的状态更新规则。

### 1.1 Jeng 的 eBAM

Jeng 在总结了 Tai 的 HOBAM 之后, 通过在 HOBAM 的更新规则中将其高阶项用指数项代替, 获得了所谓的指数双向联想记忆(eBAM)模型。现假设有  $M$  个训练模式对  $(X_i, Y_i), X_i \in \{-1, 1\}^n, Y_i \in \{-1, 1\}^p, i = 1,$

\* 本文研究得到国家自然科学基金资助。作者陈松灿, 1962 年生, 博士, 教授, 主要研究领域为模式识别, 图像处理, 神经网络。高航, 1964 年生, 副教授, 主要研究领域为算法设计, 模式识别, 多媒体技术。

本文通讯联系人: 陈松灿, 南京 210016, 南京航空航天大学计算机科学与工程系

本文 1998-01-06 收到原稿, 1998-05-15 收到修改稿

$2, \dots, M$ . 其状态更新规则为

$$Y = f(X) = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^M Y_i b^{(X_i, X)} \right) \quad (b > 1), \quad (1)$$

$$X' = g(Y) = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^M X_i b^{(Y_i, Y)} \right) \quad (b > 1). \quad (2)$$

Jeng 证明了 eBAM 的双向稳定性. 首先定义如下能量函数  $E(X, Y)$ .

$$E(X, Y) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=0}^{H(X_i, X)} b^{(Y_i, f(U_k^i))} + \sum_{i=1}^M \sum_{k=0}^{H(Y_i, Y)} b^{(X_i, g(V_k^i))}. \quad (3)$$

其中  $\{U_0^i, \dots, U_n^i\}$  和  $\{V_0^i, \dots, V_p^i\}, i=1, 2, \dots, M$  为两个模式集,  $H(X_i, U_k^i)$  和  $H(Y_i, V_k^i)$  分别表示两者之间为  $k$  的海明距离. 设  $(X, Y)$  与  $(X', Y)$  分别是当前状态和下一个状态, 并假定了  $\langle Y_i, f(X) \rangle$  仅依赖  $\langle X_i, X \rangle$  和  $\langle X_i, g(Y) \rangle$  仅依赖  $\langle Y_i, Y \rangle$ , 即得其稳定性的证明.

### 1.2 Wang 的 MeBAM

Jeng 的 eBAM 使用指数非线性来改善 BAM 及 HOBAM 的存储容量, 然而在 eBAM 的回忆规则中仅包含了异相关项, 如 eBAM 的回忆规则(1)和(2)所示, 因此, 仍需要连续性假定. W. J. Wang 通过在 eBAM 中增加自相关项获得了修正的 eBAM. 其修正规则如下:

$$Y' = f(X, Y) = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^M Y_i [b^{(X_i, X)} + b^{(Y_i, Y)}] \right), \quad (4)$$

$$X' = g(X, Y') = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^M X_i [b^{(X_i, X)} + b^{(Y_i, Y')}] \right). \quad (5)$$

由(4)、(5)两式所构成的 MeBAM 回忆规则获得了比 eBAM 更高的存储容量, 并进一步放宽了 eBAM 对连续性假定的要求. MeBAM 的稳定性证明与 eBAM 的稳定性证明完全类同, 但假设了  $\langle Y_i, f(X, Y) \rangle$  仅依赖  $\langle X_i, X \rangle$  和  $\langle X_i, g(X, Y) \rangle$  仅依赖于  $\langle Y_i, Y \rangle$ . 这类假设显然不符合实际. 在存储容量方面, Wang 没有给出严格的理论分析, 仅从计算机模拟方面证实了 MeBAM 确实比 eBAM 优越. 然而, 在纠错能力方面, MeBAM 并没有明显地提高 eBAM 的性能. 其原因是, 在回忆规则中,  $b^{(X_i, X)} + b^{(Y_i, Y)}$  与  $b^{(X_i, X)}$  或  $b^{(Y_i, Y)}$  相比, 其值的大小至多为  $2b^{(X_i, X)}$  或  $2b^{(Y_i, Y)}$ , 因此, 难以改善 eBAM 的纠错性能.

鉴于上述的一些不足, 本文提出了如下的 IeBAM.

### 1.3 IeBAM

#### 1.3.1 回忆规则

构造如下回忆规则:

$$Y' = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^M Y_i [b^{(X_i, X)} \times b^{(Y_i, Y)}] \right), \quad (6)$$

$$X' = \operatorname{sgn} \left( \sum_{i=1}^M X_i [b^{(X_i, X)} \times b^{(Y_i, Y')}] \right). \quad (7)$$

由(6)与(7)两式看出, 它们与 MeBAM 的回忆规则(4)和(5)略有不同. Wang 是将指数自相关项以和的形式(见式(4)、(5))添加入 eBAM, 而我们则以乘的方式(见式(6)、(7))添入. 从实现角度来看, 复杂性的增加是乘法代替了加法, 因此, 硬件的复杂性有所增加. 下面, 为了保证所有训练模式对都成为 IeBAM 的稳定点, 只需证明 IeBAM 在异步与同步工作方式下是稳定的即可.

**定理 1.** IeBAM 在同步与异步方式下是稳定的.

证明: 仅证明同步方式下的稳定性, 异步证明类同.

对于任意的  $(X, Y)$ , 定义 IeBAM 的能量函数为

$$E(X, Y) = - \sum_{i=1}^M b^{(X_i, X) + (Y_i, Y)}. \quad (8)$$

设  $(X, Y)$  与  $(X', Y')$  为当前和下一个状态, 则这两个状态的能量差为

$$\Delta E_X = - \sum_{i=1}^M b^{(Y_i, Y')} [b^{(X_i, X')} - b^{(X_i, X)}]. \quad (9)$$

为证明  $\Delta E_X \leq 0$ , 需要引入如下引理.

引理 1. 设  $b > 1$ , 则对任意实数  $x, y$ , 有  $b^x - b^y \geq (\ln b) b^x (y - x)$ .

从而由引理 1, 有

$$\Delta E_X \leq -(\ln b) \sum_{i=1}^M b^{(X_i, X) + (Y_i, Y)} \langle X_i, X' - X \rangle = -(\ln b) \sum_{k=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^M x_{ik} b^{(X_i, X) + (Y_i, Y)} \right\} (x'_k - x_k). \quad (10)$$

由 IeBAM 的回忆规则(7)知,  $\sum_{i=1}^M x_{ik} b^{(X_i, X) + (Y_i, Y)}$  和  $x'_k$  的符号相同, 故可设该项  $= x'_k |\{\cdot\}|$ , 而  $x_k = r_k x'_k, r_k \in (-1, 1)$ , 将其代入(10)式可得

$$\Delta E_X \leq -(\ln b) \sum_{k=1}^n x'_k |\{\cdot\}| (1 - r_k) x'_k \leq 0.$$

同理可证  $\Delta E_Y \leq 0$ . 又因  $|E(X, Y)| \leq Mb^{n+p}$  为有界, 故知 IeBAM 是稳定的, 从而保证了所有被训练模式对成为了 IeBAM 的稳定点.  $\square$

在证明过程中, 我们无需作任何假设. 因此, 这种稳定性是无条件的, 从而保证了它的实际应用价值.

### 1.3.2 信噪比分析

现借助文献[7]的分析技巧以及对模式独立性的同样的假设进行信噪比分析. 设  $Y_h$  是所期望的回忆结果,  $y_{hk}$  是其第  $k$  个分量,  $k=1, 2, \dots, p$ . 由 IeBAM 的回忆规则有

$$y_k = \operatorname{sgn} \left( y_{hk} b^{n+p} + \sum_{i \neq h} y_{ik} b^{(X_i, X) + (Y_i, Y)} \right). \quad (11)$$

上式圆括号中第 1 项为信号项, 第 2 项是噪声项, 它是由所存模式之间相互干扰所引起, 且为  $(M-1)$  个独立同分布的随机变量之和. 因此, 噪声方差是单个随机变量方差的  $M-1$  倍, 且均值为零, 设  $v_i = y_{ij} b^{(X_i, X) + (Y_i, Y)}, i=1, 2, \dots, M$ , 因为所有  $v_i$  具有相同的统计特性(除  $i=h$  外), 且  $\langle X_i, X \rangle$  与  $\langle Y_i, Y \rangle$  独立. 下面, 为了分析简单, 选取  $v_1$  作为单个随机变量的分析实例. 由上述的独立性假设,  $v_1$  的概率分布<sup>[7]</sup>为

$$Pr(v_1 = \pm b^{n-2-2k} b^{p-2-2l}) = (1/2)^{n-1} (1/2)^{p-1} C_{n-1}^k C_{p-1}^l. \quad (12)$$

其中  $k=H(X_i, X), l=H(Y_i, Y)$  分别表示海明距离;  $C_{n-1}^k, C_{p-1}^l$  为组合数. 由  $E(v_1)=0$ , 得方差

$$E(V_1^2) = 2 \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{l=0}^{p-1} b^{2(n-2-2k)-2(p-2-2l)} (1/2)^{n+p-2} C_{n-1}^k C_{p-1}^l = (1/2)^{n+p-3} b^{2(n+p-4)} (1+b^{-4})^{n+p-2}. \quad (13)$$

从而有 IeBAM 的信噪比为

$$SNR_{\text{IeBAM}} = \frac{2^{n+p-3} b^8}{(M-1)(1+b^{-4})^{n+p-2}} \approx \frac{2^{n+p-3} b^8}{M-1} \quad (b \gg 1). \quad (14)$$

而 eBAM 的信噪比<sup>[7]</sup>为

$$SNR_{\text{eBAM}} = \frac{2^{r-2} b^4}{(M-1)(1+b^{-4})^{r-1}} \approx \frac{2^{r-2} b^4}{M-1} \quad (b \gg 1), \quad (15)$$

其中  $r=\min(n, p)$ .

MeBAM 的信噪比为

$$SNR_{\text{MeBAM}} \approx \frac{2^{n+p-2} (b^n + b^p)^2 b^4}{(M-1)(2^{p-1} b^{2n} + 2^{n-1} b^{2p} + 2b^{n-p})}. \quad (16)$$

因为

$$\begin{aligned} \frac{SNR_{\text{IeBAM}}}{SNR_{\text{MeBAM}}} &\approx b^4 \left[ \frac{2^{p-1} b^{2n} + 2^{n-1} b^{2p} + 2b^{n+p}}{(b^n + b^p)^2} \right] \\ &= b^4 \left[ 1 + \frac{(2^{p-1}-1)b^{2n} + (2^{n-1}-1)b^{2p}}{(b^n + b^p)^2} \right] \\ &\geq b^4 \left[ 1 + \frac{(2^{r-1}-1)(b^{2n} + b^{2p})}{2(b^{2n} + b^{2p})} \right] \\ &\geq b^4 [1 + 2^{r-2} - 0.5] \geq b^4 2^{r-2} \gg 1, \end{aligned} \quad (17)$$

从而表明 IeBAM 优于 MeBAM, 同理可证, MeBAM 优于 eBAM.

### 1.3.3 存储容量的上界估计

由信噪比分析方法, 我们获得了对 IeBAM, eBAM 和 MeBAM 的大致的容量估计。本小节给出存储容量的上界估计。

设  $(X_h, Y_h)$  是一个要被回忆的期望模式对。

记  $EX_{hk}$  为如下事件:

$$x_{hk} = \operatorname{sgn}\left(\sum_{i=1}^M x_{ih} b^{\langle X_i, X_k \rangle + \langle Y_i, Y_k \rangle}\right), \quad (18)$$

$\overline{EX}_{hk}$  是其补事件。

记  $EY_{hj}$  为如下事件:

$$y_{hj} = \operatorname{sgn}\left(\sum_{i=1}^M y_{ij} b^{\langle X_i, X_k \rangle + \langle Y_i, Y_k \rangle}\right), \quad (19)$$

$\overline{EY}_{hj}$  为其补事件。

**定理 2.** 对于 IeBAM, 若所存模式数  $M$  满足

$$M \leq 2^{a(n+p-3)b^8} \quad (0 < a < 1),$$

那么当  $n \rightarrow \infty$  或  $p \rightarrow \infty$  时, 每个已存模式是 IeBAM 稳定点的概率为 1。

为证明该定理, 需要先证明以下几个引理。

**引理 2.** 对于  $h=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, p$ ,  $\overline{EY}_{hj}$  的概率是

$$\Pr(\overline{EY}_{hj}) \approx Q\left(\sqrt{\frac{2^{n+p-3}b^8}{M-1}}\right) \quad (b \gg 1). \quad (20)$$

其中  $Q(\cdot)$  定义如下:

$$Q(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_z^\infty \exp(-\frac{Z^2}{2}) dz,$$

为严格单调下降函数。

证明: 由 IeBAM 的回忆规则, 我们定义

$$w_{hj} = \sum_{i=1}^M y_{ij} b^{\langle X_i, X_h \rangle + \langle Y_i, Y_h \rangle} = y_{hj} b^{n+p} + \sum_{i \neq h} y_{ij} b^{\langle X_i, X_h \rangle + \langle Y_i, Y_h \rangle} = s_{hj} + n_{hj}, \quad (21)$$

显然,  $E(s_{hj}) = 0$ ,  $E(s_{hj}^2) = b^{2(n+p)}$ , 而  $n_{hj}$  作为噪声项是  $M-1$  项独立同分布的随机变量之和, 且  $E(n_{hj}) = 0$ , 因为  $E(y_{ij} b^{\langle X_i, X_h \rangle + \langle Y_i, Y_h \rangle}) = E(b^{\langle X_i, X_h \rangle}) E(y_{ij} b^{\langle X_i, X_h \rangle})$ 。由各向量之间的独立性假设及  $y_{ij}$  与  $y_{ik}$  ( $j \neq k$ ) 的独立性可知,  $E(y_{ij} b^{\langle X_i, X_h \rangle}) = 0$ 。因此有

$$E(n_{hj}^2) = 2(M-1)(1/2)^{n+p-2} b^{2(n+p-4)} (1 + b^{-4})^{n+p-2}. \quad (22)$$

由中心极限定理可知, 对于充分大的  $M$ ,  $n_{hj}/\sqrt{E(n_{hj}^2)}$  趋于标准正态分布。因此, 当  $y_{hj}=1$  而  $w_{hj}<0$  时, 即发生事件  $\overline{EY}_{hj}$ , 因此, 发生该事件的概率为

$$\Pr(\overline{EY}_{hj}) \approx Q\left(\sqrt{\frac{2^{n+p-3}b^8}{M-1}}\right) \quad (b \gg 1). \quad (23)$$

**引理 3.** 对于  $h=1, 2, \dots, M; k=1, 2, \dots, n$ , 概率  $\Pr(\overline{EX}_{hk})$  为

$$\Pr(\overline{EX}_{hk}) \approx Q\left(\sqrt{\frac{2^{n+p-5}b^8}{M-1}}\right) \quad (b \gg 1). \quad (24)$$

证明: 证法同引理 2。

现在, 设所有的训练模式对成为 IeBAM 的稳定点的概率为  $P_*$ , 则有

$$\begin{aligned} P_* &= \Pr(EX_{11} \cap EX_{12} \cap \dots \cap EX_{Mn} \cap EY_{11} \cap EY_{12} \cap \dots \cap EY_{Mp}) \\ &= 1 - \Pr(\overline{EX}_{11} \cup \overline{EX}_{12} \cup \dots \cup \overline{EX}_{Mn} \cup \overline{EY}_{11} \cup \dots \cup \overline{EY}_{Mp}) \\ &\geq 1 - Mn\Pr(\overline{EX}_{11}) - Mp\Pr(\overline{EY}_{11}) \\ &= 1 - M(n+p)\Pr(\overline{EX}_{11}) \end{aligned}$$

$$= 1 - M(n+p)Q\left(\sqrt{\frac{2^{n+p-3}b^8}{M-1}}\right) \quad (b \gg 1). \quad (25)$$

记  $P = M(n+p)Q\left(\sqrt{\frac{2^{n+p-3}b^8}{M-1}}\right)$ . 仍利用  $Q(z)$  的近似估计式<sup>[4]</sup>:

$$Q\left(\sqrt{\frac{2^{n+p-3}b^8}{M-1}}\right) \approx \exp\left(-\frac{2^{n+p-3}b^8}{2(M-1)} - \frac{1}{2}\ln\frac{2^{n+p-3}b^8}{M-1} - \ln\sqrt{2\pi}\right),$$

得

$$\begin{aligned} P &= M(n+p)Q\left(\sqrt{\frac{2^{n+p-3}b^8}{M-1}}\right) \\ &\approx \exp\left(\frac{3}{2}\ln M - \frac{2^{n+p-3}b^8}{2(M-1)} + \ln(n+p) - \frac{1}{2}\ln(2^{n+p-3}b^8) - \ln\sqrt{2\pi}\right). \end{aligned} \quad (26)$$

取  $M = 2^{n+p-3}b^8$ , 其中  $0 < \alpha < 1$ , 则式(26)当  $n \rightarrow \infty$  或  $p \rightarrow \infty$  时,  $P \rightarrow 0$ , 即有  $P_* \rightarrow 1$ , 从而证明了定理 2.  $\square$

评述:由定理 2 说明, IeBAM 的存储容量是指数级的, 并且只要  $n, p$  中的一个趋于无穷大, 就可保证正确回忆. 而对于 MeBAM 和 eBAM, 我们亦有相应的定理.

**定理 3.** 对于 MeBAM, 若所存的模式数  $M$  满足

$$M \leq \frac{2^{a(n+p-3)}(b^n + b^p)^2 b^4}{2^{p-1}b^{2n} + 2^{n-1}b^{2p} + 2b^{n+p}}, \quad (27)$$

其中,  $a$  同定理 2, 那么当  $n \rightarrow \infty$  或  $p \rightarrow \infty$  时, 每个已存模式成为 MeBAM 稳定点的概率为 1.

**定理 4.** 对于 eBAM, 若所存的模式数  $M$  满足

$$M \leq 2^{a(\min(n,p)-2)}b^4, \quad (28)$$

那么当  $n \rightarrow \infty$  且  $p \rightarrow \infty$  时, 每个已存模式成为 eBAM 稳定点的概率为 1.

由定理 2~4 可知, 上述分析结果与第 1.3.2 节中信噪比的分析结果完全吻合, 从而再一次说明 IeBAM 的优越性.

**定理 5.** IeBAM 的存储容量上界优于 MeBAM, 而 MeBAM 的存储容量上界优于 eBAM.

证明: 类似第 1.3.2 节的信噪比分析.

## 2 计算机模拟

现设  $n=p=16$ ,  $X_i$  和  $X_j$  随机地产生于  $\{-1, 1\}^n$ ;  $Y_i$  和  $Y_j$  随机地产生于  $\{-1, 1\}^p$ ,  $i=1, 2, \dots, M$ . 存储性能以回忆概率(Recall Probability)来衡量. 现将  $M(20 \sim 200)$  个训练模式对存入各模型后, 以  $X_i$  ( $i=1, 2, \dots, M$ ) 作为输入以回忆出  $Y_i$ , 我们期望该  $Y_i$  为  $Y_j$ . 若  $X_i$  能回忆出  $Y_i$ , 则为正确回忆, 否则为不正确回忆, 这相当于后者是伪稳态点. 以正确回忆个数占  $M$  的比率作为回忆概率. 经过 20 次的重复模拟, 获得每一次的回忆概率后, 取它们的平均值作为我们最后的回忆概率. 纠错能力是通过对每个  $X_i$  随机反转  $r$  位后作为输入去回忆相应的输出. 若其结果为  $Y_i$ , 则表示回忆成功, 否则, 表示失败. 同样, 经过 20 次重复测试, 获得平均回忆概率. 模拟结果如图 1 所示.

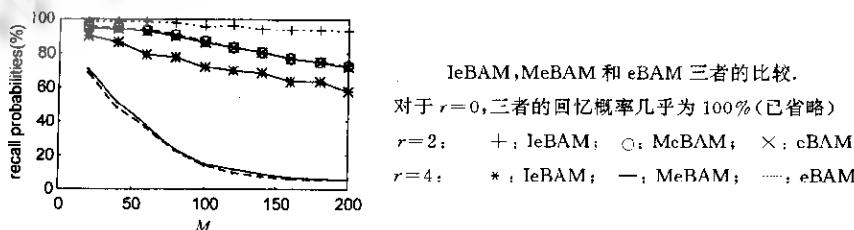


图 1 存储容量及纠错性比较

### 3 结 论

理论分析和模拟表明, IeBAM 的存储性能和纠错能力优于现有的指数类 BAM. 由于它拥有同步及异步更新能力, 因而适用于串行方式与并行方式的硬件实现. 下一步, 我们将开展 IeBAM 在模式识别和多证据推理方面的应用研究工作.

**致谢** 对指出本文原稿中存在错误的审稿者, 谨表示我们最真诚的谢意!

### 参 考 文 献

- 1 Bosko B. Bidirectional associative memory. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, 1988, 18(1): 49~60
- 2 Simpson P K. High-ordered and intraconnected bidirectional associative memory. *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, 1990, 20(3): 637~653
- 3 Tai H-M, Wu C-H, Jong T-L. High-order bidirectional associative memory. *Electronics Letters*, 1989, 25(21): 1424~1425
- 4 陈松灿, 朱梧槚. 一个新的高阶双向联想记忆模型及其性能估计. 软件学报, 1998, 9(11): 814~819  
(Chen Song-can, Zhu Wu-jia. A new higher-order bidirectional associative memory model and its performance estimation. *Journal of Software*, 1998, 9(11): 814~819)
- 5 Jeng Y J, Yeh C C, Chiueh T D. Exponential bidirectional associative memory. *Electronics Letters*, 1990, 26(11): 717~718
- 6 Wang W J, Lee D L. Modified exponential bidirectional associative memories. *Electronics Letters*, 1992, 28(9): 888~890
- 7 Wang C C, Don H S. An analysis of high-capacity discrete eBAM. *IEEE Transactions on Neural Nets*, 1995, 6(2): 492~496

### Improved Exponential Bidirectional Associative Memory and Its Performance Evaluation

CHEN Song-can GAO Hang

(Department of Computer Science and Engineering Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016)

**Abstract** In this paper, a new improved exponential bidirectional associative memory (IeBAM) model is proposed. Its stability in synchronous and asynchronous updating modes of the states is proven by defining an energy function which is bounded and decreases as the states change. On one hand, IeBAM eliminates the unreasonable hypotheses in the stability proofs of both Wang's modified exponential BAM (MeBAM) and Jeng's exponential BAM (eBAM). On the other hand, it relaxes the continuity assumption of the BAM (bidirectional associative memory) and avoids the complement encoding problem. The theoretical analysis and computer simulations indicate that the IeBAM has higher storage capacity and better error-correcting capability than the MeBAM and the eBAM.

**Key words** Neural networks, (exponential) associative memories, stability, bidirectionality, performance evaluation.