

- [16] Zhao J, Li X, Zheng T, Zheng G. Removing irrelevant atomic formulas for checking timed automata efficiently. In: Proc. of the Int'l Conf. on Formal Modeling and Analysis of Timed Systems. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. 34–45. [doi: 10.1007/978-3-540-40903-8_4]
- [17] Zhao J, Li X, Zheng G. A quadratic-time DBM-based successor algorithm for checking timed automata. *Information Processing Letters*, 2005,96(3):101–105. [doi: 10.1016/j.ipl.2005.05.027]
- [18] Lin H, Yi W. A proof system for timed automata. In: Proc. of the Int'l Conf. on Foundations of Software Science and Computation Structures. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2000. 208–222. [doi: 10.1007/3-540-46432-8_14]
- [19] Lin H, Yi W. Axiomatizing timed automata. *Acta informatica*, 2002,38(4):277–305. [doi: 10.1007/s236-002-8035-2]
- [20] Doyen L, Juhl L, Larsen KG, Markey N, Shirmohammadi M. Synchronizing words for weighted and timed automata. In: Proc. of the Int'l Conf. on Foundation of Software Technology and Theoretical Computer Science. 2014. 121–132. [doi: 10.4230/LIPIcs.FSTTCS.2014.121]
- [21] Doyen L, Juhl L, Larsen KG, Markey N, Shirmohammadi M. Synchronizing words for timed and weighted automata. Research Report, LSV-13-15(version 2), Laboratoire Spécification et Vérification, ENS Cachan, France, 2014. 28.
- [22] Eppstein D. Reset sequences for monotonic automata. *SIAM Journal on Computing*, 1990,19(3):500–510. [doi: 10.1137/0219033]
- [23] Laroussinie F, Markey N, Schnoebelen P. Model checking timed automata with one or two clocks. In: Proc. of the Int'l Conf. on Concurrency Theory. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2004. 387–401. [doi: 10.1007/978-3-540-28644-8_25]
- [24] Fearnley J, Jurdiński M. Reachability in two-clock timed automata is PSPACE-complete. *Information and Computation*, 2015,243: 26–36. [doi: 10.1016/j.ic.2014.12.004]
- [25] Courcoubetis C, Yannakakis M. Minimum and maximum delay problems in real-time systems. *Formal Methods in System Design*, 1992,1(4):385–415. [doi: 10.1007/BF00709157]
- [26] Haase C, Ouaknine J, Worrell J. On the relationship between reachability problems in timed and counter automata. In: Proc. of the Int'l Workshop on Reachability Problems. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012. 54–65. [doi: 10.1007/978-3-642-33512-9_6]
- [27] Haase C, Ouaknine J, Worrell J. Relating reachability problems in timed and counter automata. *Fundamenta Informaticae*, 2016,143 (3-4):317–338. [doi: 10.3233/FI-2016-1316]
- [28] Martyugin P. Complexity of problems concerning carefully synchronizing words for PFA and directing words for NFA. In: Proc. of the Computer Science Symp. in Russia. 2010. 288–302. [doi: 10.1007/978-3-642-13182-0_27]
- [29] Martyugin P. Computational complexity of certain problems related to carefully synchronizing words for partial automata and directing words for nondeterministic automata. *Theory of Computing Systems*, 2014,54(2):293–304. [doi: 10.1007/s00224-013-9516-6]
- [30] Babari P, Quaas K, Shirmohammadi M. Synchronizing data words for register automata. In: Proc. of the LIPIcs-Leibniz Int'l in Informatics. Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum fuer Informatik, 2016. 58. [doi: 10.4230/LIPIcs.MFCS.2016.15]
- [31] Figueira D, Hofman P, Lasota S. Relating timed and register automata. *Mathematical Structures in Computer Science*, 2016,26(6): 993–1021. [doi: 10.1017/S0960129514000322]
- [32] Imreh B, Steinby M. Directable nondeterministic automata. *Acta Cybernetica*, 1999,14(1):105–115.
- [33] Olschewski J, Ummels M. The complexity of finding reset words in finite automata. *Mathematical Foundations of Computer Science*, 2010, 568–579. [doi: 10.1007/978-3-642-15155-2_50]
- [34] Pin J. On two combinatorial problems arising from automata theory. *North-holland Mathematics Studies*, 1983, 535–548. [doi: 10.1016/S0304-0208(08)73432-7]
- [35] Berlinkov MV. Approximating the minimum length of synchronizing words is hard. In: Proc. of the Computer Science Symp. in Russia. 2010. 37–47. [doi: 10.1007/978-3-642-13182-0_4]
- [36] Gazdag Z, Iván S, Nagy-György J. Improved upper bounds on synchronizing nondeterministic automata. *Information Processing Letters*, 2009,109(17):986–990. [doi: 10.1016/j.ipl.2009.05.007]
- [37] Doyen L, Massart T, Shirmohammadi M. Infinite synchronizing words for probabilistic automata. In: Proc. of the Int'l Symp. on Mathematical Foundations of Computer Science. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 278–289. [doi: 10.1007/978-3-642-22993-0_27]
- [38] Caucal D. Synchronization of pushdown automata. In: Proc. of the Int'l Conf. on Developments in Language Theory. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 120–132. [doi: 10.1007/11779148_12]

- [39] Chistikov D, Martyugin P, Shirmohammadi M. Synchronizing automata over nested words. In: Proc. of the Int'l Conf. on Foundations of Software Science and Computation Structures. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2016. 252–26. [doi: 10.1007/978-3-662-49630-5_15]
- [40] Quaas K, Shirmohammadi M, Worrell J. Revisiting reachability in timed automata. In: Proc. of the 32nd Annual ACM/IEEE Symp. on Logic in Computer Science (LICS). IEEE, 2017. 1–12. [doi: 10.1109/LICS.2017.8005098]
- [41] Bersani MM, Rossi M, San Pietro P. A logical characterization of timed regular languages. Theoretical Computer Science, 2017, 658:46–59. [doi: 10.1016/j.tcs.2016.07.020]
- [42] Maler O, Nickovic D, Pnueli A. From MITL to timed automata. In: Proc. of the Int'l Conf. on Formal Modeling and Analysis of Timed Systems. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 274–289. [doi: 10.1007/11867340_20]
- [43] Ničković D, Piterman N. From MTL to deterministic timed automata. In: Proc. of the Int'l Conf. on Formal Modeling and Analysis of Timed Systems. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2010. 152–167. [doi: 10.1007/978-3-642-15297-9_13]
- [44] Papadimitriou CH. Computational Complexity. John Wiley and Sons Ltd., 2003.
- [45] Schmitz S. Complexity hierarchies beyond elementary. ACM Trans. on Computation Theory (TOCT), 2016,8(1):3:1–3:36. [doi: 10.1145/2858784]

附中文参考文献:

- [7] 宋富,吴志林.面向无穷数据的形式模型综述.软件学报,2016,27(3):1–9. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4989.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.004989]

附录

引理 1 的证明:只有经过*变迁才能将 $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_k$ 中的状态最终融合到 end 位置.因此, $(t_2, *)$ 应出现在 u 中.简单起见,可令 $t_2=0$.显然,如果 $post(L_B \times C_B, (0, *))$ 有定义,则 $post(L_B \times C_B, (0, *)) = (\text{end}, \vec{0})$, 它是单元集.如果对于 $n \leq |u|, u[n] = (t_2, *)$, 那么, u 的前缀 $u[1, n]$ 也是 \mathcal{B} 的一个仔细重置序列.由于假设 u 是最短的仔细重置序列,那么, $n=|u|$ 且 $(t_2, *)$ 在 u 中仅出现 1 次,它位于 u 的末端.

因为 u 必须从 begin 位置开始, Σ 中的字母和符号*在 begin 位置上均没有定义,所以 $u[1] = (t_1, \#)$, 简单起见,可令 $t_1=0$, 于是对于某个 $w \in ((\mathbb{R}_{\geq 0}, \Sigma \cup \{\#\})^*)^*$, u 可以被表示为 $u = (0, \#) \cdot w \cdot (t_2, *)$ 的形式.因为对每个 $i \in \{1, \dots, k\}$, 满足 $post(L_B \times C_B, (0, \#)) \cap (L_i \times C_B) = \{(l_i, \vec{0})\}$, 所以 $|post(L_B \times C_B, (0, \#)) \cap (L_i \times C_B)| = 1$. Σ 中的字母和符号#都定义在集合 $L_i \times C_B$ 上, 并且这些变迁将 $L_i \times C_B$ 映射到 $L_i \times C_B$ 自身.因此,对 $\forall m \in \{1, \dots, |u| - 1\}$, 有 $|loc(post(L_B \times C_B, u[1, m])) \cap L_i| = 1$. 于是,对于某个 m , 如果 $u[m] = (0, \#)$, 那么, $loc(post(L_B \times C_B, u[1, m])) = \{l_1, \dots, l_k\} = loc(post(L_B \times C_B, (0, \#)))$, 这样, $(0, \#) \cdot u[m+1, |u|]$ 也是 \mathcal{B} 的一个仔细重置序列.由于已假设 u 是最短的仔细重置序列,所以, $(0, \#)$ 变迁在 u 中只会出现 1 次,因此, $(0, \#)$ 不会出现在 w 中.

于是, $u = (t_1, \#) \cdot w \cdot (t_2, *)$, 其中, $w \in ((\mathbb{R}_{\geq 0}, \Sigma)^*)^*$, $t_1, t_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. □

命题 1 的证明:由于时间自动机对于交运算是封闭的(见文献[9]中的定理 3.15),所以 k 个时间自动机 $\mathcal{A}_1, \dots, \mathcal{A}_k$ 的交运算形成新的时间自动机 $\mathcal{A} = \bigcap_{i=1}^k \mathcal{A}_i$. 由文献[9]定理 3.15 证明中的构造过程得到,该乘积自动机 \mathcal{A} 的状态个数是 $k \cdot \prod_{i=1}^k |L_i|$, 时钟个数是 $\sum_{i=1}^k |C_i|$, 变迁集的大小是 $k \cdot \prod_{i=1}^k |E_i|$. 注意,假设对常量采用二进制编码, $|E_i|$ 包括时钟约束的长度.

再由时间正则语言 $\mathcal{L}(\mathcal{A})$ 非空的判定问题是 PSPACE-完全的(具体细节参考文献[9]中的定理 4.17 的证明)可证.

注意,该命题 PSPACE 成员性可以看成是“PSPACE 对交运算封闭”^[44]的具体表现形式. □

引理 2 的证明:(1)~(3)均可由变迁函数的定义直接得出. □

注意,(1)和(2)意味着 a -变迁不改变位置所在列号,但会使位置的行号加 1,如果位置已在最后一行,那么该位置形成自环.(3)意味着 b -变迁会使位置进入第 0 行.

引理 3 的证明:

(1) 由于 $u \in ((\mathbb{R}_{\geq 0}, \{a, b\})^* \setminus (\mathbb{R}_{\geq 0}, \{a\})^*)^*$, (t_1, b) -变迁出现在序列 u 中, $t_1 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. 设 $u[h_1]$ 是 (t_1, b) 在 u 中的首次出现. 由引理 2 的(3)得到 $loc(post(L_C \times C_C, b)) \subseteq Row_0$. 于是, $loc(post(L_C \times C_C, u[1, h_1])) \subseteq Row_0$, 所以, $|Col_i \cap loc(post(L_C \times C_C, u[1, h_1]))| \leq 1$. 假设对于某个 $j \in \{1, \dots, |u| - 1\}$, 有 $|Col_i \cap loc(post(L_C \times C_C, u[1, j]))| \leq 1$. 如果 $u[j+1] = (t_2, a)$, $t_2 \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, 那么, 由引理 2 得到, 对每个 $i \in \{1, \dots, n\}$, $loc(post(Col_i \times C_C, (t_2, a))) \subseteq Col_i$. 因此,

$$|loc(post(L_C \times C_C, u[1, j] \cdot (t_2, a))) \cap Col_i| \leq |loc(post(L_C \times C_C, u[1, j])) \cap Col_i| \leq 1.$$

如果 $u[j+1] = (t_1, b)$, 那么, $Col_i \cap loc(post(L_C \times C_C, u[j+1])) \subseteq Row_0$. 这意味着 $|loc(post(L_C \times C_C, u[j+1])) \cap Col_i| \leq 1$, 故 $|Col_i \cap loc(post(L_C \times C_C, u))| \leq 1$.

(2) 设 $i \in \{1, \dots, n\}$. 由(1)得到 $|Col_i \cap loc(post(L_C \times C_C, u))| \leq 1$. 由引理 2 的(1)得到: 对于 $i \in \{1, \dots, n\}$, $loc(post(Col_i \times C_C, a)) \subseteq Col_i$. a -变迁在 L_C 中的任何位置上都有定义. 因此, 如果 $|Col_i \cap loc(post(L_C \times C_C, u))| = 1$, 那么 $|Col_i \cap loc(post(L_C \times C_C, u \cdot (t, a)))| = 1$, $t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. 于是,

$$\begin{aligned} |loc(post(L_C \times C_C, u))| &= \sum_{i=1}^n |loc(post(L_C \times C_C, u)) \cap Col_i| \\ &= \sum_{i=1}^n |loc(post(L_C \times C_C, u \cdot (t, a))) \cap Col_i| \\ &= |loc(post(L_C \times C_C, u \cdot (t, a)))|. \end{aligned}$$

(3) 由引理 2 的(3)得到: $loc(post(L_C \times C_C, b)) \subseteq Row_0$. 因此 $loc(post(L_C \times C_C, u \cdot (t, b))) \subseteq loc(post(L_C \times C_C, b)) \subseteq Row_0$.

引理 4 的证明: 设 $u \in ((\mathbb{R}_{\geq 0}, \{a, b^* b\})^*)^*$, 那么对于某些 $h_1, \dots, h_r \in \mathbb{N}$, 有 $u = (t_1, a^{h_1} b)(t_2, a^{h_2} b) \dots (t_r, a^{h_r} b)$ 成立, 其中, $t_1, \dots, t_r \in \mathbb{R}_{\geq 0}$. 对于某个 $k \in \{1, \dots, r\}$, 设 $u_k = (t_1, a^{h_1} b)(t_2, a^{h_2} b) \dots (t_k, a^{h_k} b)$.

归纳基础. 当 $k=1$ 时, 如果 $post(L_C \times C_C, u)$ 有定义, 那么 $post(L_C \times C_C, (t_1, a^{h_1} b)) = post(L_C \times C_C, u_1)$ 也有定义. 这只能出现在 $h_1 \geq m+1$ 的情况下, 因为如果 $h_1 < m+1$, 那么 $l_{i,j}^C \in loc(post(L_C \times C_C, a^{h_1}))$, 随后的 b -变迁在位置 $l_{i,j}^C$ 上不一定有定义, 矛盾. 因此, $g(u_1) = g(t_1, a^{h_1} b) = f(t_1, a^{h_1} b) = (t_1, c_{m+1}) = (t_1, \#)$. 可以验证 $I(u_1) = I((t_1, a^{h_1} b)) = J((t_1, c_{m+1}))$.

归纳步骤. 当 $k>1$ 时, 假设 $I(u_{k-1}) = J(g(u_{k-1}))$, 证明 $I(u_k) = J(g(u_k))$. 设 $i \in I(u_{k-1}) = J(g(u_{k-1})) = J(f_1 \circ \dots \circ f_{k-1})$, 这意味着 $l_{0,i}^C \in loc(post(L_C \times C_C, u_{k-1}))$ 和 $l_i^B \in post(L_B \times C_B, g(u_{k-1}))$, 即 \mathcal{C} 的第 0 行第 i 列上的位置 $l_{0,i}^C$ 对应 \mathcal{B} 的位置 l_i^B . 如果 $post(l_{0,i}^C \times C_C, (t_k, a^k b))$ 有定义, 那么对于某个 $m \in I(u_k)$, $loc(post(l_{0,i}^C \times C_C, a^k b)) = l_{0,m}^C$, 即 $l_{0,i}^C$ 经过 $(t_k, a^k b)$ 后可以到达 $l_{0,m}^C$ 位置. 因此, 从 \mathcal{C} 的变迁函数定义可以得到: 对于 \mathcal{B} , $post(l_i^B, f(t, a^k b))$ 有定义, 并且 $loc(post(l_i^B, f(t, a^k b))) = l_m^B$. 因此, $m \in J(g(u_k))$ 和 $I(u_k) \subseteq J(g(u_k))$. 对包含关系 $I(u_k) \supseteq J(g(u_k))$ 的证明类似. 于是 $I(u_k) = J(g(u_k))$. 这就意味着 $I(u) = J(g(u))$.

引理的第 2 句可类似地归纳证明. □

推论 1 的证明: 由定理 1 的证明中提到的: 时钟个数不同时, 时间自动机的可达性问题的复杂性结论和定理 2 的证明中提到的: 一般情况下部分规约的时间自动机的重置问题的复杂性结论可证. □

推论 2 的证明: 采用定理 3 的证明中使用的多字母表到 2-字母表的映射方法可证. □

引理 5 的证明: 可由 D_i -重置序列($i=1, 2, 3$)的定义直接得到. □

命题 2 的证明: 首先证明, 对于问题 A 和问题 B , 如果 $A \leq_E B$ 且 $A \in \text{NEXPTIME}$, 那么 $B \in \text{NEXPTIME}$. 设 M 是判定 B 的算法, f 是从 A 到 B 的指数时间归约. 判定 A 的算法 N 可以描述为

$N =$ “对于输入 w :

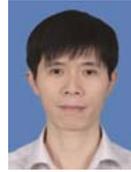
(1) 计算 $f(w)$;

(2) 以 $f(w)$ 为输入, 运行 M , 输出 M 的输出.”算法 N 判定问题 A 当且仅当算法 M 判定问题 B . 如果 w 是 A 的输入, 那么 $f(w)$ 是 B 的输入. 因为 f 是从 A 到 B 的指数时间归约, 于是只要 M 接受 $f(w)$, N 就接受 w . 此外, 步骤(1)是在 $O(2^{k_1})$ 时间内运行的, 其中, $k_1 \in \mathbb{N}$. 算法 N 的时间消耗是步骤(1)和步骤(2)消耗的总时间, 而已知 N 是非确定的指数时间. 由于 $\text{NEXPTIME} = \bigcup_{k>0} \text{NTIME}(2^{2^k})$ 和 $\text{EXPTIME} \subseteq \text{NEXPTIME}^{[44]}$, 所以步骤(2)(即算法 M)是非确定的指数时间算法. 所以 $B \in \text{NEXPTIME}$.

然后证明:对于问题 A 和问题 B , 如果 $A \leq_E B$ 且 $A \in \text{ACK}$, 则 $B \in \text{ACK}$. 由于 ACK 是超过 ELEMENTARY 的快速增长的复杂性类^[45], 显然, 它相对指数时间归约是封闭的. \square



朱凯(1979—),男,湖北十堰人,讲师,主要研究领域为理论计算机科学,形式化方法.



吴理华(1976—),男,博士,讲师,主要研究领域为自动机理论,离散事件系统.



毋国庆(1954—),男,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为软件理论,软件工程,需求工程.



袁梦霆(1976—),男,博士,副教授,CCF 专业会员,主要研究领域为程序语言理论,编译优化,软件工程.

www.jos.org.cn

www.jos.org.cn