

相继干扰消除的无线网络中的调度性能分析*

吕绍和⁺, 王晓东, 周兴铭

(国防科学技术大学 计算机学院 并行与分布处理国家重点实验室, 湖南 长沙 410073)

Analysis of Scheduling Performance in Wireless Networks with Successive Interference Cancellation

Lü Shao-He⁺, WANG Xiao-Dong, ZHOU Xing-Ming

(National Key Laboratory of Parallel and Distributed Processing, College of Computer, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

+ Corresponding author: E-mail: shaohelv@nudt.edu.cn, http://www.nudt.edu.cn

Lü SH, Wang XD, Zhou XM. Analysis of scheduling performance in wireless networks with successive interference cancellation. *Journal of Software*, 2012, 23(5): 1233-1247. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4062.htm>

Abstract: This paper focuses on link scheduling in a wireless network with successive interference cancellation (SIC), and proposes a multi-level protocol model and an order-aware physical model to characterize the impact of SIC. As link scheduling in a wireless network with SIC is NP-hard, the study resorts to an approximate solution: (1) under the order-aware physical model, the study presents a scheduling scheme such that the approximation ratio is $O(g)$, where g is the link diversity factor; (2) under the multi-level protocol model, the study presents an efficient scheduling scheme such that the approximation ratio is a constant. Finally, this study uses extensive simulations to investigate the impact of SIC on the scheduling performance in practice.

Key words: multipacket reception; successive interference cancellation; link scheduling; approximation algorithm

摘要: 研究了支持相继干扰消除(successive interference cancellation, 简称 SIC)的无线网络中链路调度算法的设计与分析. 首先, 为刻画 SIC 的顺序检测特性, 提出 M -level 非累积干扰模型与有序累积干扰模型. 然后, 由于两种模型下的调度均为 NP-hard 问题, 研究了近似调度的性能: (1) 给出了一种工作于有序累积干扰模型的调度机制, 其近似比为 $O(g)$, 其中 g 为网络的链路多样性指数; (2) 给出了一种工作于 M -level 非累积干扰模型的调度机制, 其近似比为常数. 最后, 通过仿真实验考察了 SIC 对调度性能的影响.

关键词: 多包接收; 相继干扰消除; 链路调度; 近似算法

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

现代无线通信系统的容量受限于干扰. 由于无线通信的广播特性, 到达接收节点的是所有相邻传输信号叠加而成的混合信号. 接收节点尝试对其中的一个传输信号进行解码, 而将其他传输信号视为干扰与噪声. 一旦多路传输重叠, 冲突就产生, 导致接收失败.

* 基金项目: 国家自然科学基金(61070203)

收稿时间: 2011-01-21; 修改时间: 2011-04-02; 定稿时间: 2011-04-28

相继干扰消除(successive interference cancellation,简称 SIC)^[1]是一种有效对抗干扰的多包接收技术(multiple packet reception,简称 MPR).具有 SIC 功能的接收节点使用迭代方式检测多路传输信号,在每一次迭代检测中,最强的信号被解码,而其他信号被视为干扰.如果信号干扰噪声比(signal to interference and noise ratio,简称 SINR)不低于给定阈值,则该信号被解码然后从混合信号中移除.在随后的迭代检测中,下一个最强的信号被解码,这个迭代过程持续到所有的信号均被解码或者迭代失败.这种逐一解码冲突信号的过程反映了 SIC 的顺序检测(sequential detection)特性.

多包接收技术(multipacket reception,简称 MPR)是物理层的重要进步,它试图从冲突信号中解码多个报文,从而消解冲突.然而,冲突信号只有在满足一定条件时才可被解码,因此,为确保 MPR 方法的可行性,需要细致协调网络中各链路的传输,这就需要围绕支持与利用 MPR 开展介质访问(MAC)与网络层等上层协议的设计与研究.

以 SIC 作为 MPR 技术的代表,重点研究了支持 SIC 的无线网络中的链路调度问题.特别地,考虑以下两方面的问题:

- 刻画 SIC 的顺序检测特性:处理干扰是无线通信系统研究的主要难题之一,目前主要有两种干扰模型^[2]:非累积干扰模型(protocol model)与累积干扰模型(physical model).尽管已有一些工作试图扩展两类模型以反映 MPR 技术的特点^[3,4],但它们均未考虑 SIC 的独有特征.因此,作为研究支持 SIC 的协议设计的基础,刻画 SIC 的顺序检测特性将是工作的起点.
- 调度性能的分析:在支持 SIC 的无线网络中,链路调度问题为 NP-hard^[5],因此近似算法得到了广泛应用.然而,尽管已有一些工作研究了支持 SIC 的无线网络中的协议设计^[6,7],但如何设计近似调度机制,使其具有理论上的优化性保证,仍未得到解决.深入理解 SIC 的影响有助于设计更有效的网络协议.

本文第 1 节总结相关研究.第 2 节给出系统模型.第 3 节与第 4 节分别分析支持 SIC 的无线网络中基于两类干扰模型的调度算法.第 5 节考察 SIC 对调度性能的影响.第 6 节总结全文.

1 相关工作

处理干扰是无线网络研究的热点问题.目前,主要有两类干扰模型得到广泛应用:非累积干扰模型和累积干扰模型.在非累积干扰模型中,定义了节点的传输范围与干扰范围.节点 S 与 R 可成功通信的条件是 R 在 S 的传输范围内,且 R 的干扰范围内仅有 S 这 1 个活跃的传输节点.而在累积干扰模型中,信号能够成功解码的条件是其 SINR 不低于给定阈值.以上模型未反映 MPR 技术的特征.为此,研究者提出了一些扩展的干扰模型.例如非累积干扰模型中,在 R 的干扰范围内允许多个节点保持活跃^[3];又如累积干扰模型中,将 SINR 阈值设置为小于 1 的值^[4].此外,文献[8]中给出了一种新模型,它将接收概率设为并发传输的链路数的函数.该模型忽略了不同链路间的差别.

干扰感知的链路调度得到了广泛研究.文献[5]提出冲突图(conflict graph)以描述网络干扰并证明基于非累积干扰模型的链路调度为 NP-hard 问题.文献[9]给出了非累积模型下的一种近似比为常量的近似算法.对基于累积干扰模型的调度,文献[5]证明了其为 NP-hard 问题.集中式近似算法的研究包括文献[10-12]等,其中,文献[10]与文献[12]研究了基于传输功率自适应的近似调度,而文献[11]探讨了分布式调度.

为了充分发挥 MPR 技术的优势,网络协议需要仔细设计.这方面的工作包括集中式 MAC 层排队机制设计^[8]、分布式 MAC 协议分析^[4]及联合网络层路由与链路层调度的跨层设计^[3]等.然而,这些工作所使用的干扰模型仅反映了 MPR 技术的一般特征,未刻画 SIC 特有的顺序检测性.文献[13]研究了支持 SIC 的多用户 MIMO 网络中的拓扑控制.文献[4,7]则分别讨论支持 SIC 的网络中基于非累积干扰模型与累积干扰模型的链路调度算法.然而,系统考察 SIC 对调度性能的影响,未见深入的研究.

2 系统模型

考虑一个含 N 个静态节点与 n 条链路的单信道无线网络.链路标记为 L_i ,其传输节点为 S_i 且接收节点为 R_i ,

其中, $i=1,2,\dots,n$. 不引起混淆的情况下, 节点 X_i 的位置也用 X_i 表示, 而节点 X_i 和 X_j 之间的距离表示为 $|X_i X_j|$. 假定:

- (i) 所有节点分布在平面区域内;
- (ii) SIC 中信号的移除是无误差的;
- (iii) 每一个节点配有一个全向天线, 工作于半双工模式且在同一时刻不能发送多个报文.

2.1 M-level非累积干扰模型

先给出已有的单层非累积干扰模型. 该模型指出, 节点 S_i 到节点 R_i 传输成功的条件是: (i) R_i 在 S_i 的传输范围内; (ii) 在 R_i 的干扰范围内无传输节点与 S_i 并发. 传输范围(transmission range)与干扰范围(interference range)是取决于传输速率、传输能量等条件的常数. 通常假设干扰范围是传输范围的某个倍数, 记 r 为传输范围, 而 $(1+\delta)r$ 为干扰范围, 其中, $\delta \geq 0$ 为常数.

为反映 SIC 的顺序解码特性, 定义 M -level ($M \geq 1$) 非累积干扰模型. 令 $r_k (1 \leq k \leq M)$ 表示第 k 级传输范围, 而 $(1+\delta_k)r_k$ 表示第 k 级干扰范围. 每个节点共有 M 级传输范围与干扰范围. 不失一般性, 设 $r_M > r_{M-1} > \dots > r_1 > r_0 = 0$, 且对所有 $1 \leq k \leq M, \delta_k > 0$.

定义 1. 若存在 $k > 0$ 使得 $r_{k-1} < |S_i R_i| \leq r_k$, 则称链路 L_i 为 k -level 链路. 若存在 $k > 0$ 使得 $r_{k-1} < |X_i X_j| \leq r_k$, 则称在 X_j 处来自 X_i 的信号为 k -level ($1 \leq k \leq M$) 信号, 定义函数 U 为 $U(X_i, X_j) = k$. 特别地, 当 $|X_i X_j| > r_M$ 时, $U(X_i, X_j) = \infty$.

定义 2. 称链路 L_j 是链路 L_i 的相关链路(correlated link), 若 $U(S_i, R_i) < \infty, k = U(S_j, R_i) < \infty$, 且 $|S_i R_i| > (1+\delta_k)r_k$. 其含义为, 当两链路并发时, R_i 先视 L_i 的信号为干扰而检测 L_j 的信号, 然后移除 L_j 的信号, 最后可解码 L_i 的信号. 此时, L_i 的信号解码以 R_i 对 L_j 的信号成功解码为前提.

M -level 非累积干扰模型: 对链路 L_d , 设有 $J (J \leq N-1)$ 条链路与 L_d 并发, 其中, $D (D \leq J)$ 条为 L_d 的相关链路. 依其传输节点与 R_d 的距离排序所有链路为 $L_{i_1}, L_{i_2}, \dots, L_{i_{J+1}}$. 不妨记 $i_k = d$, 则 $|S_{i_1} R_d| \leq \dots \leq |S_{i_J} R_d|$, 且相关链路的集合为 $\{L_{i_1}, L_{i_2}, \dots, L_{i_D}\}$. 成功解码 L_d 的信号所需条件为

对任意 $1 \leq x \leq D$ 或 $x = k$, 满足 $u_x = U(S_{i_x}, R_d) < \infty$, 且对任意 $x < y < J+1$,

$$|S_{i_y} R_d| > (1 + \delta_{u_x}) r_{u_x} \tag{1}$$

如图 1 所示, 图 1(a) 与图 1(b) 分别给出了已有的非累积干扰模型与 M -level 非累积干扰模型. 显然, 已有的非累积干扰模型就是当 $M=1$ 时的 M -level 非累积干扰模型.

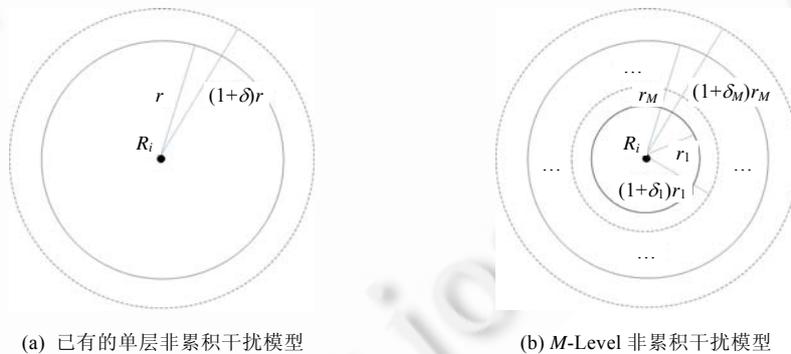


Fig.1
图 1

2.2 有序累积干扰模型

在实际网络中, 干扰具有累积效应(cumulative effect). 当同时存在多份干扰信号时, 总干扰为它们的累加. 令 N_0 表示噪声功率, P 为传输功率, 而 $P_{ij} = P/|S_j R_i|^\eta$ 为在节点 R_i 处, 来自 S_j 的信号的接收功率. 其中, η 是路径损失指数(path loss exponent), 通常 $2 \leq \eta \leq 6$. 注意, 接收能量必小于传输能量, 即 $P_{ij} < P$, 故假设对任何 S_j 与 R_i , 有 $|S_j R_i| > 1$.

先给出已有的累积干扰模型^[2].对链路 L_d , 设与 L_d 并发的链路集合为 LS_d , 则链路 L_d 成功传输的条件为

$$\frac{P_{dd}}{N_0 + \sum_{L_x \in LS_d} P_{xd}} \geq \theta \quad (2)$$

其中, θ 为信号解码所需的 SINR 阈值. 一般地, 有 $\theta > 1$.

这种累积干扰模型未刻画 SIC 的特征, 为此给出以下模型:

定义 3. 称 L_j 为 L_i 的相关链路, 若

$$\frac{P_{ij}}{N_0 + P_{ii}} \geq \theta \quad (3)$$

当两链路并发时, R_i 先视 L_i 的信号为干扰而解码 L_j 的信号, 然后移除 L_j 的信号, 最后解码 L_i 的信号. 此时, L_i 的信号解码以 L_j 的信号成功解码为前提.

有序累积干扰模型: 对链路 L_d , 设有 $J (J \leq N-1)$ 条链路与 L_d 并发, 其中, $D (D \leq J)$ 条为 L_d 的相关链路. 依其传输节点与 R_d 的距离排序所有链路为 L_1, L_2, \dots, L_{J+1} . 不妨记 $i_k = d$, 则 $|S_{i_k} R_d| \leq \dots \leq |S_{i_j} R_d|$, 且相关链路的集合为 $\{L_{i_1}, L_{i_2}, \dots, L_{i_D}\}$. 成功解码 L_d 的信号所需条件为

$$\frac{P_{i_k i_k}}{N_0 + \sum_{(x+1) \leq j \leq J+1} P_{i_j i_k}} \geq \theta, \forall x \leq D \quad (4)$$

$$\frac{P_{i_k i_k}}{N_0 + \sum_{(D+1) \leq j \leq J+1, j \neq k} P_{i_j i_j}} \geq \theta \quad (5)$$

公式(4)保证所有相关链路的信号均可被 R_d 解码, 而公式(5)则保证在所有相关链路的信号被移除后, L_d 的信号可被 R_d 解码.

3 基于有序累积干扰模型的调度

3.1 链路调度问题

以 TDMA (time division multiple access) 为背景, 研究链路调度 (link scheduling) 问题. TDMA 将时间划分为等长的时间槽 (time slot), 每个时间槽可用以完成一个报文的传输. 假设每条链路仅需要 1 个时间槽, 链路调度问题是寻找一组链路集, 满足: (i) 每条链路均含于某一个链路集; (ii) 每个链路集均为可行集; (iii) 链路集的数目为最小. 最终的调度为每个时间槽调度一个链路集. 一个链路集为可行集是指当集合中的所有链路并发时, 每个链路均可成功传输. 在前期工作中, 已证明了如下定理:

定理 1^[4,7]. 在支持 SIC 的无线网络中, 基于 M -level 非累积干扰模型与有序累积干扰模型的链路调度问题均为 NP-hard.

目前, 对 NP-hard 问题并无多项式时间的解决方案, 因此需要寻求有效的近似算法. 为了衡量调度方案的性能, 定义调度长度 (schedule length) 为调度方案所使用的时间槽总数. 近似算法的性能通过近似比 (approximation ratio) 衡量, 近似比定义为近似算法的调度长度与最优解的调度长度的比值. 下面首先考虑基于有序累积干扰模型的调度.

3.2 近似算法

首先给出一种基于链路分类与贪婪调度的策略, 然后再讨论其近似比.

定义 4. 称 $|S_i R_i|$ 为链路 L_i 的长度 (length). 对非负整数 x , 若 $2^x \leq |S_i R_i| < 2^{x+1}$, 则称链路 L_i 为第 x 类链路. 令链路多样性指数 (link diversity factor) $g(LS)$ 表示链路集 LS 中不同链路类的数目, 即有

$$g(LS) = |\{m | \exists L_i, L_j \in LS : \lfloor \log_2 |S_i R_i| / |S_j R_j| \rfloor = m\}|. \quad g(LS) = \left| \left\{ m | \exists L_i, L_j \in LS : \lfloor \log_2 |S_i R_i| / |S_j R_j| \rfloor = m \right\} \right|.$$

设 ALS 为所有链路的集合. 对 $1 \leq k \leq g(ALS)$, 将网络平面划分为边长为 $\mu \cdot 2^k$ 的方格, 其中,

$$u = 4 \left(8\theta \cdot \frac{\eta-1}{\eta-2} \right)^{1/\eta}$$

图 2(a)给出了划分的一个例子.令 C 为所有方格的数目, L_y^x 表示满足以下条件的链路 L_i 的集合:接收节点 R_i 位于第 y 个单元格,且 L_i 为第 x 类链路(即 $2^x \leq |S;R_i| < 2^{x+1}$).借助于链路长度与网络划分,链路集 ALS 可被划分为最多 $g(ALS) \cdot C$ 个非空子集.然后,选择集合 L_m^k 使得 $|L_m^k| = \max_{1 \leq x \leq g(ALS), 1 \leq y \leq C} \{|L_y^x|\}$, 并令 $A_m^k = |L_m^k|$.

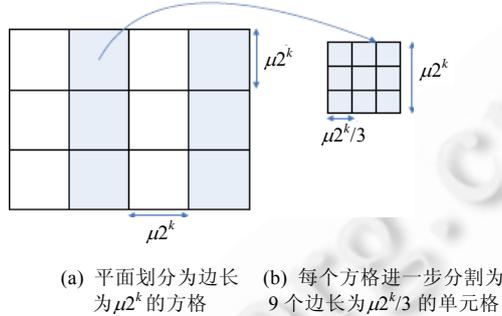


Fig.2
图 2

算法 1 首先依据链路长度将 ALS 划分为 $g(ALS)$ 个子集.记 R_k 为第 k 类链路的集合,对 R_k 处理如下:

- 将网络平面划分为边长为 $\mu \cdot 2^k$ 的方格.
- 将所有方格做四着色(four-coloring).四着色问题要求对每个方格赋予一种颜色,使得:(1) 任何相邻方格的颜色均不同;(2) 最多可使用 4 种颜色.两个方格相邻是指它们有共同的边或点.作为图着色领域的经典问题,四着色问题在 20 世纪 70 年代借助计算机工具已经得到解决.图 3 给出了一个四着色的例子,方格中的序号 1~4 代表 4 种不同的颜色.
- 对每种颜色 j ,按如下方式选出一组链路:遍历所有着色为 j 的方格,并对每个方格选择一条 R_k 中接收节点在该方格中的链路,该组链路将调度到一个时间槽上.该步骤将重复执行,直到所有 R_k 中接收节点位于着色为 j 的方格的链路均被调度.

1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4

Fig.3 Illustration of four-coloring
图 3 四着色的例子

算法 1^[10]. 基于有序累积干扰模型的调度.

输入:所有节点在一个平面上的链路集 LS .

输出:一个可行调度.

1. 划分链路集 LS , 设 R_k 包含长度为 $2^k \leq |S;R_i| < 2^{k+1}$ 的链路 L_i ;
2. $t=1$;
3. for 每一个非空集合 R_k do
4. 将网络平面划分为长度为 $\mu \cdot 2^k$ 的方格;

5. 4-着色所有方格;
6. for $j=1$ to 4 do
7. 选择颜色 j ;
8. repeat
9. 对每个颜色为 j 的方格 A ,选择一条链路 $L_i \in R_k$ 使得 R_i 在 A 中,并将它调度到时间槽 t ;
10. $t=t+1$;
11. until R_k 所有处于着色 j 的方格的链路均被调度;
12. end
13. end
14. return 调度结果;

对算法的最后一步,举例加以说明.例如,设颜色 j 对应两个方格, R_k 中有 5 条链路的接收节点在这两个方格中,记为 $L_1 \sim L_5$,且 R_1, R_2 在第 1 个方格, R_3, R_4 与 R_5 在第 2 个方格.则算法先选第 1 个方格中的一条链路,不妨设为 L_1 ;再选第 2 个方格中的一条链路,设为 L_3 ,由此得到第 1 个集合 $\{L_1, L_3\}$.然后,算法重复选择过程,得到第 2 个链路集 $\{L_2, L_4\}$.最后,算法再度重复选择过程,得到第 3 个链路集 $\{L_5\}$.最后, $L_1 \sim L_5$ 被调度到 3 个不同时间槽上,且调度为 $\{\{L_1, L_3\}, \{L_2, L_4\}, \{L_5\}\}$.

3.3 性能分析

当网络不支持 SIC 功能时,关于算法的可行性与性能,已有如下结论:

引理 1^[8]. 在不支持 SIC 的无线网络中,算法 1 的调度长度不超过 $O(g(ALS) \cdot \Delta_m^k)$.

引理 2^[8]. 在不支持 SIC 的无线网络中,算法 1 所计算的调度为可行调度,且近似比不超过 $O(g(ALS))$.

而当节点具备 SIC 能力时,有如下重要结论:

定理 2. 在支持 SIC 的无线网络中,算法 1 所计算的调度为可行调度.

证明:无论节点是否具有 SIC 能力,对同一个网络场景,算法 1 所构造的调度是相同的.而当接收节点具备 SIC 能力时,其接收能力只会提高而不会削弱.因此,当网络支持 SIC 时,算法 1 所构造的调度仍然可行. \square

定理 3. 在支持 SIC 的无线网络中,基于有序累积干扰模型,算法 1 的近似比为 $O(g(ALS))$.

具体的证明过程请参考附录,下面简要给出证明的基本思想.首先,由定理 2 可知,引理 1 关于算法调度长度的结论仍然成立.因此,为证明算法的近似比,只需证明最优调度的调度长度为 $O(\Delta_m^k)$.具体做法是:将边长为 $\mu \cdot 2^k$ 的方格再划分为 9 个边长为 $\mu \cdot 2^{k/3}$ 的单元格,如图 2(b)所示.然后,考虑特殊的链路集 L_m^k ,将所有接收节点位于相同单元格的链路归为一类,可将 L_m^k 划分为最多 9 个非空子集.然后可以证明,每个子集中最大可允许的并发链路数目不超过 q ,其中, q 为仅依赖于路径损失指数 η 和 SINR 接收阈值 θ 的常数.从而,最优调度至少需要 $\Delta_m^k / (9q)$ 个时间槽.

由引理 2 与定理 3 可知,无论网络是否支持 SIC,算法 1 的近似比均为 $O(g(ALS))$.因此,当网络从不支持 SIC 演化到支持 SIC 时,算法 1 的近似比仅增大常数倍,而近似比的数量级(order of approximation ratio)保持不变.

关于算法的时间复杂度,有如下结论:

定理 4. 算法 1 的时间复杂度不超过 $O(n^2)$,其中, n 为网络中链路的数目.

证明:第 1 行对链路的划分,所需开销为 $O(n)$.第 3 行~第 13 行是一个循环过程,其执行次数不超过 $O(n)$.现在考虑循环体的时间开销.当节点分布在有限平面内时,第 4 行、第 5 行的时间仅与网络平面的大小有关,而与节点数目无关,因此它们仅需常数时间.考虑内循环体(第 6 行~第 12 行),第 7 行的开销为常数时间,而第 8 行~第 11 行最多将所有链路选择 1 遍,因而开销为 $O(n)$.该循环的重复次数为常数(即 4 次).综上所述,第 3 行~第 13 行,单次执行的时间开销不超过 $O(n)$.因此,算法总的的时间复杂度不超过 $O(n^2)$. \square

4 基于 M -level 非累积干扰模型的调度

4.1 近似算法

下面给出一种基于链路全局排序的近似调度机制.为排序链路,首先介绍度差(IN difference)的概念.

定义 5. 基于 M -level 非累积干扰模型,若 $|S'R| \leq (1+\delta_k)r_k$, 其中 $k=U(S,R)$, 则称链路 $L_{S'R}$ 是 L_{SR} 的干扰链路 (interfering link), L_{SR} 的入度 (incoming degree) 是 L_{SR} 的所有干扰链路的数目.

定义 L_{SR} 的干扰区 (interference zone) 为以 R 为圆心、以 $(1+\delta_k)r_k$ 为半径的圆盘.判断链路 $L_{S'R}$ 为 L_{SR} 的干扰链路的等价条件是 S' 位于 L_{SR} 的干扰区内.

定义 6. 基于 M -level 非累积干扰模型,若 $|SR'| \leq (1+\delta_{k'})r_{k'}$, 其中 $k'=U(S',R')$ 时,则称链路 $L_{S'R'}$ 是 L_{SR} 的被干扰链路 (interfered link), L_{SR} 的出度 (outgoing degree) 是 L_{SR} 的所有被干扰链路的数目.

定义 7. 链路的度差是其入度与出度的差值.

算法 2 给出了调度机制的算法描述,其主要过程如下:

- 链路排序:首先选择度差最大的链路,将该链路从网络中移除.然后按如下方式重复选择链路直到所有未调度链路均被处理:在所有未调度链路中选择度差最大的链路;从网络移除所选链路.若存在多条度差相同且最大的链路,则算法随机选取其中一条链路.设网络共有 n 条链路,记第 i 次选择的链路为 L_{n-i+1} ,则所有链路被排序为 L_1, L_2, \dots, L_n , 其中 L_1 为最后被选择的链路,而 L_n 为首次所选链路.
- 时间槽分配:从 L_1 开始为每条链路分配所需时间槽.算法从第 1 个时间槽开始,选择对链路可用的时间槽.一个时间槽对链路可用是指该链路加入后,所有调度到该时间槽上的链路仍可并发传输.若当前时间槽不足以满足链路的需求,则分配新的时间槽以调度链路.

算法 2^[6]. 基于 M -level 非累积干扰模型的调度算法.

输入:所有节点在一个平面上的链路集 LS .

输出:一个可行调度.

1. $U \leftarrow$ 所有链路;
2. repeat
3. 寻找 U 中度差最大的链路并用 L_{n-m+1} 表示第 m 个选择链路;
4. $U \leftarrow U - \{L_{n-m+1}\}$;
5. until U 为空集;
6. for $i=1$ to n do
7. 为链路 L_i 选择序号最小的 d_i 个时间槽,使得 L_i 可调度到这些时间槽上,其中 d_i 为 L_i 所需时间槽的数目;
8. 若当前可用时间槽数目小于 d_i , 分配新的时间槽.这些时间槽上目前仅调度 L_i ;
9. end
10. return 所构造的调度;

定理 5. 算法 2 在返回时,在每一个时间槽上所构造的链路集均为可行集.

证明:首先,每个时间槽上所调度的链路集起始状态为空集或仅包含单条链路,此时显然为可行集.然后,注意步骤 7 与步骤 8,算法每次循环中加入新链路时都确保新链路的加入不会破坏已调度链路集的可行性.因此,最终算法返回时,每个时间槽上所调度的链路集均为可行集. \square

4.2 性能分析

现在分析算法的近似比.

引理 3^[4]. 基于 M -level 非累积干扰模型,算法 2 的调度长度最大为 $(2\Delta^m+1)$.

首先考虑不支持 SIC 的网络中算法 2 的性能.

定理 6. 不支持 SIC 的网络中,基于 $M=1$ 的 M -level 非累积干扰模型,算法 2 的近似比为常数.

详细证明过程参见附录.由引理 3 可知,只需证明优化调度的调度长度为 $O(\Delta^m)$.为此,将链路的干扰区划分为常数个子区域,再证传输节点位于同一子区域的链路不可并发.

干扰区的划分如图 4 所示.对链路 L_{S_i, R_i} , 以接收节点 R_i 为圆心、以 $d_k=(k(1+\delta)r)/K(k=1, \dots, K)$ 为半径分别画 K 个圆,其中, $(1+\delta)r$ 为干扰范围.然后将两个相邻圆之间的环形区域划分为 $\lceil 2\pi/\alpha \rceil$ 份扇形环,其中, $\alpha \in (0, 2\pi)$.图 4 中斜线覆盖的阴影部分给出了扇形环的例子.该扇形环处于第 k 与第 $k-1$ 个圆之间,不妨称其为 $(k-1, k, \alpha)$ -region.该扇形环的 4 个端点分别记为 $A_{k,1}, A_{k,2}, A_{k-1,1}$ 与 $A_{k-1,2}$,其中, $A_{k,1}$ 与 $A_{k,2}$ 位于第 k 个圆上,而 $A_{k-1,1}$ 与 $A_{k-1,2}$ 位于第 $k-1$ 个圆.最终,整个干扰区被划分为 $K \lceil 2\pi/\alpha \rceil$ 个扇形环.根据传输节点所处的扇形环归类,便可将 L_{S_i, R_i} 的所有干扰链路划分为 $K \lceil 2\pi/\alpha \rceil$ 个子集.可以证明:(i) K 与 α 均为仅依赖于 r 与 δ 的常量;(ii) 每个子集中的链路一定相互干扰.从而对入度为 Δ^m 的链路而言,依据传输节点是否处于同一子区域,可将干扰链路划分为常数个子集,且每个子集的链路均不可并发.从而,优化调度所使用的时间槽数目不能低于 $O(\Delta^m)$.

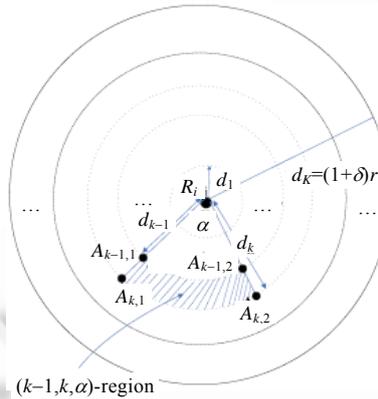


Fig.4 Partition of the interference zone of link L_{S_i, R_i}

图 4 链路 L_{S_i, R_i} 的干扰区的划分

下面的定理 7 指出,在支持 SIC 的无线网络中,算法的近似比亦为常数.

定理 7. 在支持 SIC 的无线网络中,基于 M -level 非累积干扰模型($M > 1$),算法 2 的近似比为常数.

定理 7 可视为定理 6 的更一般情况,其证明过程也类似.详细的证明过程可参考附录.在证明中,当 $M > 1$ 时,推导过程与定理 6 有 3 点不同:(i) 链路 L_i 的干扰范围表示为 $(1 + \delta_{U(S_i, R_i)})r_{U(S_i, R_i)}$; (ii) 所有干扰链路首先被分割为 M 个子集,其中,第 k 个子集包含所有 k -level 的干扰链路;(iii) 对每个子集,再依据其传输节点所处的扇形环而进一步划分.可以证明:(i) 进一步划分所得到的非空子集,其最大数目为依赖于 $\{r_1, r_2, \dots, r_m, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\}$ 的常量;(iii) 每个这样的子集中,任何 3 条链路均不能并发.因此,对入度为 Δ^m 的链路,任何调度算法在调度其干扰链路时,至少需要 $O(\Delta^m)$ 个时间槽.

关于算法的时间复杂度,有如下结论(注意,若某些链路需要多个时间槽,时间开销最多再增大 $O(m)$ 倍,其中, m 为单条链路所需时间槽数目的最大值.与算法 1 相比,算法 2 的复杂度有所增加,这主要是由累积干扰模型造成的):

定理 8. 算法 2 的时间复杂度不超过 $O(n^4)$,其中, n 为网络中链路的数目.

证明:首先考虑第 2 行~第 5 行的循环.第 3 行需要计算所有链路的度差,对任意一条链路,计算其度差需要遍历所有其他的链路,因此该行的总时间开销为 $O(n^2)$.第 4 行的开销为常数时间.该循环的执行次数不超过网络中链路的数目,从而总时间开销不超过 $O(n^3)$.

再考虑第 6 行~第 9 行的循环,第 7 行需要在每个时间槽上判断链路 L_i 及已调度链路的可行性.对任何一条链路,判断其可行性需要考察所有其他链路对该链路的干扰,时间开销为 $O(n)$.从而在每个时间槽上做判断,时间开销不超过 $O(n^2)$.显然,这种判断的执行次数不超过算法最终的调度长度,即不超过 $O(n)$.第 8 行的时间开销

为常数.因此,循环体(第 7 行、第 8 行)一次执行的时间开销为 $O(n^3)$.循环的总时间开销不超过 $O(n^4)$. \square

综上所述,算法 2 的时间复杂度不超过 $O(n^4)$.

4.3 讨论

算法 1 与算法 2 的重要特征是,无论网络是否支持 SIC,它们的近似比的数量级均保持不变.因此,SIC 的引入最多导致近似比发生常数倍的变化.那么,对于其他调度机制是否有类似结论成立?其次,如何理解 SIC 对网络性能的影响?例如,仅考虑 MPR 技术的一般特征时,大量的理论分析^[14]表明,若具备 MPR 能力,网络的容量则有显著的提高.这些结论是否适用于支持 SIC 的无线网络?再次,若 SIC 的引入不能对调度机制的近似比产生十分显著的影响,那么是否在调度算法的设计中不需要考虑 SIC 的特征?最后,若 SIC 的影响必须加以考虑,则近似比是否足以衡量近似算法的性能?

要完全回答以上问题,需要深入分析支持 SIC 的无线网络的容量,我们将另文探讨.下面通过仿真实验考察 SIC 对调度性能的实际影响.

5 实验结果

仿真实验在网络仿真器(network simulator 2,简称 NS-2)^[15]上进行.表 1 总结了仿真的参数与协议的设置.所有传输节点均始终有报文可发送,每个传输节点每次仅要求 1 个时间槽,实验结果中的每一个数据点均为多次运行结果取平均值获得.

Table 1 Simulation parameter/protocol setting

表 1 仿真参数与协议设置

参数/协议	值/机制	参数/协议	值/机制
节点数目	30~100	报文大小	1 500 Bytes
传输范围	250m	传播模型	Two-Way ground
传输速率	2Mbps	MAC 协议	TDMA
SINR 阈值	10	路由协议	Shortest path

评估参数为链路吞吐量.定义吞吐量增益为 $(T_X - T_{802})/T_{802}$,其中, T_X 为应用调度机制时的吞吐量而 T_{802} 为相同场景下使用 IEEE 802.11 作为 MAC 协议时的吞吐量.为考察 SIC 的影响,定义 SIC 利用率(utilization ratio of SIC capability)为调度所利用的源自 SIC 的并发量与源自 SIC 的所有并发量之比值.对调度到同一时间槽的两条链路 L_i 与 L_j ,若 L_i 为 L_j 的相关链路,则称调度利用了一次源自 SIC 的并发.类似可计算给定网络场景中所有源自 SIC 的并发量.

考虑两种调度算法:一种是第 2 节给出的基于度差的调度算法,记为 Diff;另一种由 Wang 等人^[9]给出,记为 Deg.它与 Diff 十分类似,其区别在于,Diff 算法基于入度与出度之差而排序,它则基于入度与出度之和对所有链路执行排序.通过两种算法,下面考察调度算法对 SIC 能力的利用及其与网络性能的关系.

首先考虑单跳网络.图 5 给出了单跳网络中 SIC 利用率与吞吐量增益的关系.网络包含 30 个节点,所有节点随机分布在 $150\text{m} \times 150\text{m}$ 的平面区域内.随机选择其中 15 个节点作为传输节点,然后再为它们任意指定目标节点.图 6 给出了 $500\text{m} \times 500\text{m}$ 的范围内 36 节点随机分布的网络中的实验结果.选择其中 18 个节点作为传输节点,然后在每个传输节点的传输范围内为它任意指定目标节点.由两图可知,对两种调度算法均有:随着 SIC 利用率的提高,吞吐量增益也逐步增大.例如图 5 中,对 Diff 算法,当利用率超过 25%后,吞吐量的增益多在 30%以上.对两种算法而言,Diff 的 SIC 利用率较高,因而网络性能也相对较高.类似地,图 6 中,SIC 利用率与吞吐量增益的相关性,同样十分明晰.

图 7 给出了在不同规模的网络中 SIC 利用率与吞吐量增益的相关系数.此时,所有节点均匀分布在 $500\text{m} \times 500\text{m}$ 的平面上.可以发现,对两种算法,相关系数都稳定地保持在 0.4 以上.这充分显示,无论采用哪种调度算法,其网络吞吐量的高低都与其对 SIC 并发能力的利用存在十分密切的关系.再结合图 5 与图 6 的结果可知,更充分地利用 SIC 所提供的并发机会,有助于调度机制得到更好的网络性能.

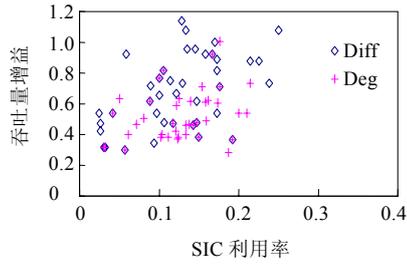


Fig.5 Throughput gain vs. utilization ratio of SIC capability in a single-hop networks

图5 单跳网络中,SIC 利用率与吞吐量增益的关系

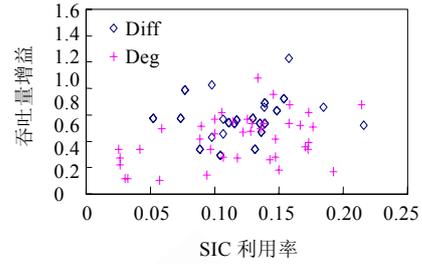


Fig.6 Throughput gain vs. utilization ratio of SIC capability in a networks of 36 nodes randomly positioned

图6 在36节点随机分布的网络中,SIC 利用率与吞吐量增益的关系

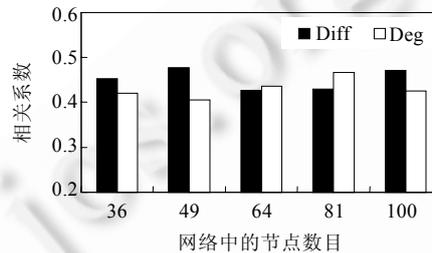


Fig.7 Correlation coefficient between throughput gain and utilization ratio of SIC capability in a network where the 36 nodes are distributed uniformly

图7 在36节点均匀分布的网络中,SIC 利用率与吞吐量增益的相关系数

根据以上结果可以推断,对不同的调度算法,尽管其近似比在数量级上相同,但通过更充分地利用 SIC 所提供的并发机会,可以得到更好的性能.然而,近似比本身并未直接衡量算法对源自 SIC 的并发的利用情况,因此,近似比是否足以衡量此时的调度机制的性能,都是值得探讨的问题.

6 结束语

以相继干扰消除(SIC)为 MPR 技术的代表,研究了支持 MPR 的无线网络中的调度问题.针对已有干扰模型的不足,提出 M -level 非累积干扰模型与有序累积干扰模型,以刻画 SIC 的顺序检测特性.由于链路调度为 NP-hard 问题,考察了两种具有代表性的近似调度机制,分析了它们的近似比.最重要的发现是,这些算法的近似比在网络引入 SIC 的能力后最多只有常数因子的改变.通过仿真实验考察了 SIC 对调度性能的实际影响,发现调度机制的性能与其对 SIC 所提供的并发传输机会的利用存在正相关.下一步的工作包括:(1) 从理论上理解 SIC 对网络性能的影响,分析支持 SIC 的无线网络的容量;(2) 考察近似比是否足以准确、完整地衡量调度机制的有效性,研究新的指标以指导近似调度算法的设计.

References:

- [1] Andrews JG. Interference cancellation for cellular systems: A contemporary overview. IEEE Wireless Communications, 2005, 12(2):19-29. [doi: 10.1109/MWC.2005.1421925]
- [2] Gupta P, Kumar PR. The capacity of wireless networks. IEEE Trans. on Information Theory, 2000,46(2):388-404. [doi: 10.1109/18.825799]

- [3] Wang X, Garcia-Luna-Aceves JJ. Embracing interference in ad hoc networks using joint routing and scheduling with multiple packet reception. In: Hou JC, ed. Proc. of the IEEE INFOCOM 2008. IEEE Press, 2008. 843–851. [doi: 10.1109/INFOCOM.2008.136]
- [4] Celik GD, Zussman G, Khan WF, Modiano E. Mac for networks with multipacket reception capability and spatially distributed nodes. In: Hou JC, ed. Proc. of the IEEE INFOCOM 2008. IEEE Press, 2008. 1436–1444. [doi: 10.1109/TMC.2009.135]
- [5] Jain K, Padhye J, Padmanabhan VN, Qiu L. Impact of interference on multi-hop wireless network performance. In: Johnson DB, ed. Proc. of the ACM MOBICOM 2003. ACM Press, 2003. 66–80. [doi: 10.1145/938985.938993]
- [6] Lü SH, Zhuang WH, Wang XD, Zhou XM. Scheduling in wireless ad hoc networks with successive interference cancellation. In: Wu J, ed. Proc. of the IEEE INFOCOM 2011. IEEE Press, 2011. 1282–1290. [doi: 10.1109/INFOCOM.2011.5934911]
- [7] Lü SH, Wang XD, Zhou XM. Scheduling under SINR model in ad hoc networks with successive interference cancellation. In: Wang H, ed. Proc. of the IEEE GLOBECOM 2010. IEEE Press, 2010. 1–5. [doi: 10.1109/GLOCOM.2010.5683178]
- [8] Zhao Q, Tong L. A dynamic queue protocol for multiaccess wireless networks with multipacket reception. IEEE Trans. on Wireless Communications, 2004,3(6):2221–2231. [doi: 10.1109/TWC.2004.837654]
- [9] Wang WZ, Wang Y, Li XY, Song WZ, Frieder O. Efficient interference-aware TDMA link scheduling for static wireless networks. In: Petrioli C, ed. Proc. of the ACM MOBICOM 2006. ACM Press, 2006. 262–273. [doi: 10.1145/1161089.1161119]
- [10] Goussevskaia O, Oswald YA, Wattenhofer R. Complexity in geometric SINR. In: Belding EM, ed. Proc. of the ACM MobiHoc 2007. ACM Press, 2007. 100–109. [doi: 10.1145/1288107.1288122]
- [11] Dinitz M. Distributed algorithms for approximating wireless network capacity. In: Chuah M, ed. Proc. of the IEEE INFOCOM 2010. IEEE Press, 2010. 1397–1405. [doi: 10.1109/INFOCOM.2010.5461905]
- [12] Andrews M, Dinitz M. Maximizing capacity in arbitrary wireless networks in the SINR model: Complexity and game theory. In: Silva E, ed. Proc. of the IEEE INFOCOM 2009. IEEE Press, 2009. 1332–1340. [doi: 10.1109/INFOCOM.2009.5062048]
- [13] Gelal E, Pelechrinis K, Kim TS, Broustis I, Krishnamurthy SV, Rao B. Topology control for effective interference cancellation in multi-user MIMO networks. In: Chuah M, ed. Proc. of the IEEE INFOCOM 2010. IEEE Press, 2010. 2357–2365. [doi: 10.1109/INFOCOM.2010.5462062]
- [14] Toupms S, Goldsmith AJ. Capacity regions for wireless ad hoc networks. IEEE Trans. on Wireless Communications, 2003,24(5): 736–748. [doi: 10.1109/TWC.2003.814342]
- [15] The Network Simulator—ns-2. 2010. <http://www.isi.edu/nsnam/ns/>

附录

定理 3 的证明:根据引理 1,要证明算法 1 的近似比,只需证明最优调度的调度长度不低于 $O(A_m^k)$.

首先,将一个方格划分为 9 个边长为 $\frac{\mu}{3} \cdot 2^k$ 的单元格.对链路 $L_i, L_x \in L_m^k$, 当 R_i 和 R_x 处于同一单元格时,有

$2^k \leq |S_x R_x| < 2^{k+1}$ 且 $|R_x R_i| \leq \frac{\sqrt{2}\mu}{3} \cdot 2^k$. 从而有

$$|S_x R_i| \leq |S_x R_x| + |R_x R_i| \leq 2^{k+1} + \frac{\sqrt{2}\mu}{3} \cdot 2^k = \left(\frac{\sqrt{2}\mu}{3} + 2 \right) \cdot 2^k,$$

且 $|S_x R_i| \geq \max\{|R_x R_i| - |S_x R_x|, |S_x R_x| - |R_x R_i|\} \geq \left| \frac{\sqrt{2}\mu}{3} \cdot 2^k - 2^{k+1} \right| = \left| \frac{\sqrt{2}\mu}{3} - 2 \right| \cdot 2^k$.

考虑链路 $L_{S_i R_i} \in L_m^k$ 的信号接收,它需要移除所有强干扰,且可容忍所有剩余干扰.先考虑强信号的移除,设链路 $L_{S_i R_i}$ 满足 $|S_x R_i| \leq |S_i R_i|$, 注意其接收节点 R_i 与 R_x 处于同一单元格,从而有

$$\theta \leq \frac{\frac{P}{|S_x R_i|^n}}{N_o + \sum_{|S_y R_i| \geq |S_x R_i|} \frac{P}{|S_y R_i|^n}} \leq \frac{\frac{P}{|\sqrt{2}\mu/3-2|^n 2^{\eta k}}}{N_o + \sum_{|S_y R_i| \geq |S_x R_i|} \frac{P}{|S_y R_i|^n}} \leq \frac{\frac{P}{|\sqrt{2}\mu/3-2|^n 2^{\eta k}}}{q_1 \cdot \frac{P}{(\sqrt{2}\mu/3+2)^n 2^{\eta k}}} = \frac{(\sqrt{2}\mu/3+2)^\eta}{q_1 |\sqrt{2}\mu/3-2|^\eta}.$$

因此定义 $q_1 = \frac{1}{\theta} \frac{|\sqrt{2}\mu/3+2|^\eta}{|\sqrt{2}\mu/3-2|^\eta}$. 另一方面,

$$\theta \leq \frac{\frac{P}{|S_i R_i|^n}}{N_o + \sum_{|S_y R_i| \geq |S_i R_i|} \frac{P}{|S_y R_i|^n}} \leq \frac{\frac{P}{2^{\eta k}}}{N_o + \sum_{|S_y R_i| \geq |S_i R_i|} \frac{P}{|S_y R_i|^n}} \leq \frac{\frac{P}{2^{\eta k}}}{q_2 \cdot \frac{P}{(\sqrt{2}\mu/3+2)^n 2^{\eta k}}} = \frac{(\sqrt{2}\mu/3+2)^\eta}{q_2}.$$

因此定义 $q_2 = (\sqrt{2}\mu/3+2)^\eta / \theta$. 对任意链路 $L_i \in L_m^k$, 若有多于 (q_1+q_2) 条链路, 其接收节点与 R_i 处于同一单元格, 则当它们与 L_i 并发时一定有: (i) L_i 的某条相关链路的信号不能解码; 或 (ii) L_i 自身信号不能解码. 因此, 对 L_m^k , 将所有接收节点处于同一单元格的链路归为一类, 则 L_m^k 被划分为最多 9 个子集, 且每个子集的并发量不超过 (q_1+q_2) . 从而, L_m^k 内链路的调度所需时间槽的数目不小于

$$\frac{A_m^k}{9 \cdot (q_1 + q_2)} = O(A_m^k). \quad \square$$

定理 6 的证明: 根据引理 3, 只需证明最优调度的调度长度至少为 $O(A^m)$.

不妨设 L_{SR} 的入度为 A^m . 对 L_{SR} 的干扰链路 $L_{S'R'}$, 有 $|S'R'| \leq (1+\delta)r$. 如图 4 所示, 以 R 为圆心、以 $d_k = (k(1+\delta)r)/K$ ($k=1, \dots, K$) 为半径画 K 个圆, 再将 L_{SR} 的干扰区划分为多个扇形环. 扇形环的数目不超过 $K \lceil 2\pi/\alpha \rceil$. K 和 α 都是由 r 和 δ 决定的常量, 其具体值将随后给出. 对于一个扇形环 $(k-1, k, \alpha)$ -region, 令 $D(k-1, k, \alpha)$ 为该区域内任意两点距离的最大值, 则

$$D(k-1, k, \alpha) = \max\{|A_{k,1}A_{k-1,1}|, |A_{k,1}A_{k-1,2}|, |A_{k,1}A_{k,2}|\}.$$

显然, $|A_{k,1}A_{k-1,1}| = (1+\delta)r/K$, 且

$$\begin{aligned} |A_{k,1}A_{k-1,2}| &= \sqrt{d_k^2 + d_{k-1}^2 - 2d_k d_{k-1} \cos \alpha}, \\ |A_{k,1}A_{k,2}| &= d_k \sqrt{2 - 2 \cos \alpha}. \end{aligned}$$

下面证明, 若

$$D(k-1, k, \alpha) \leq \delta r \tag{6}$$

则任意两个传输节点处于同一扇形环的干扰链路必然相互干扰.

事实上, 考虑两条这样的干扰链路 $L_{S_x R_x}$ 和 $L_{S'_x R'_x}$, 有

$$|S_x R'_x| \leq |S'_x R'_x| + |S_x S'_x| \leq r + D(k-1, k, \alpha) \leq (1+\delta)r.$$

此时, 证明所剩下的问题为: 选择合适 K 和 α 以满足公式(6). 公式(6)等价于以下不等式组:

$$\begin{cases} (1+\delta)r/K \leq \delta r \\ \sqrt{d_k^2 + d_{k-1}^2 - 2d_k d_{k-1} \cos \alpha} \leq \delta r \\ d_k \sqrt{2 - 2 \cos \alpha} \leq \delta r \end{cases} \tag{7}$$

注意, $d_{k-1} = d_k - (1+\delta)r/K$, 代入公式(7), 有

$$f(d_k) = 2(1 - \cos \alpha) d_k^2 - 2(1 - \cos \alpha) \cdot \frac{1+\delta}{K} \cdot r \cdot d_k + \frac{(1+\delta)^2}{K^2} \cdot r^2 \leq \delta^2 \cdot r^2 \tag{8}$$

不难证明, 当 $d_k > (k(1+\delta)r)/K$ (这在 $K > 1$ 时显然成立) 时, $f(d_k)$ 随着 d_k 的增加而单调递增. 因此, 当 $d_k = (1+\delta)r$ (如 $k=K$) 时, $f(d_k)$ 取得最大值. 将 $d_k = (1+\delta)r$ 代入公式(8), 化简得到:

$$\frac{(1-xA)^2 + 1 - A^2}{2(1-xA)} \leq \cos \alpha \tag{9}$$

其中, $A = \delta/(1+\delta)$ 及 $x = 1/(K+A)$.

因此,选择 $K = (1+\delta)^2/\delta^2$, 代入公式(9), 可得

$$\cos \alpha \geq 1 - \frac{\delta^2}{2(1+\delta)^2}.$$

不难验证, 当 $K = (1+\delta)^2/\delta^2$ 且 $\alpha = \arccos\left(1 - \frac{\delta^2}{2(1+\delta)^2}\right)$ 时, 公式(6)成立.

因此, 对 L_{SR} 的干扰链路, 可依据其传输节点所属扇形环而分割为不同子集. 所得到的子集, 其数目不超过 $K \lceil 2\pi/\alpha \rceil$, 且任何子集中的链路不可并发. 从而, 任何调度算法都至少需要以下数目的时间槽:

$$\frac{\Delta^{in}}{K \lceil 2\pi/\alpha \rceil} = O(\Delta^{in}). \quad \square$$

定理 7 的证明: 根据引理 3, 只需证明最优调度的调度长度至少为 $O(\Delta^{in})$.

不妨设 L_{SR} 的入度为 Δ^{in} .

先考虑 $M=2$ 的情况. 令 S_1 表示 L_{SR} 的干扰链路 $L_{S'R'}$ 的集合, 其中, $|S'R'| \leq r_1$; S_2 为其余干扰链路的集合. 显然, S_1 与 S_2 的链路数之和为 Δ^{in} . 优化调度长度至少为

$$\begin{aligned} \max \left\{ \frac{|S_1|}{K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil}, \frac{|S_2|}{2K_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil} \right\} &\geq \min \left\{ \frac{\Delta^{in}}{2K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil}, \frac{\Delta^{in}}{4K_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil} \right\} \\ &= \frac{\Delta^{in}}{\max \{2K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil, 4K_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil\}} \\ &= O(\Delta^{in}), \end{aligned}$$

若有以下结论成立:

- 可将 S_1 分成最多 $K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil$ 个子集, 其中, K_1 和 α_1 由 $\{r_1, r_2, \delta_1, \delta_2\}$ 决定. 同一子集中的链路相互干扰.
- 可将 S_2 分成最多 $K_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil$ 个子集, 其中, K_2 和 α_2 由 $\{r_1, r_2, \delta_1, \delta_2\}$ 决定. 同一子集中最多有 2 条链路可并发.

定理得证.

先考虑如何划分 S_1 . 令 $r = r_{U(S,R)}$, $\delta = \delta_{U(S,R)}$, 以 R 为圆心、以 $d_k = (k(1+\delta)r)/K_1$ ($k=1, \dots, K_1$) 为半径画 K_1 个圆. 类似于定理 6 的证明, 将 L_{SR} 的干扰区划分为 Z_1 个扇形环, 其中, $Z_1 \leq K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil$. 考虑一个 $(k-1, k, \alpha_1)$ 扇形环, 令 $D(k-1, k, \alpha_1)$ 为该区域中任意两点之间距离的最大值. 若

$$D(k-1, k, \alpha_1) \leq \delta_1 \cdot r_1 \tag{10}$$

则 S_1 中传输节点处于同一扇形环的两条链路必然相互干扰. 事实上, 考虑这样的两条链路 $L_{S_x R_x}$ 和 $L_{S'_x R'_x}$, 有

$$|S_x R'_x| \leq |S'_x R'_x| + |S_x S'_x| \leq r_1 + D(k-1, k, \alpha_1) \leq (1+\delta_1)r_1.$$

因此, 将 S_1 中传输节点处于相同扇形环的链路归为一类, 即可得到最多 Z_1 个子集, 每个子集中的链路不可并发.

然后, 与定理 6 的证明过程类似, 可得到满足公式(10)的 K_1 和 α_1 : $K_1 = \beta^2$, $\alpha_1 = \arccos\left(1 - \frac{1}{2\beta^2}\right)$, 其中,

$$\beta = \frac{(1+\delta)}{\delta_1} \cdot \frac{r}{r_1}.$$

注意, 此时 $U(S,R)$ 可取值为 1 或 2, 因此取

$$\beta = \max \left\{ \frac{(1+\delta_1)}{\delta_1}, \frac{(1+\delta_2)}{\delta_1} \cdot \frac{r_2}{r_1} \right\}.$$

再考虑 S_2 , 以 R 为圆心、以 $d_k = (k(1+\delta)r)/K_2$ ($k=1, \dots, K_2$) 为半径画 K_2 个圆. 然后将 L_{SR} 的干扰区划分为 Z_2 个扇

形环,其中, $Z_2 \leq K_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil$. 考虑一个 $(k-1, k, \alpha_2)$ 扇形环, 令 $D(k-1, k, \alpha_2)$ 是该区域中任意两点之间距离的最大值. 若

$$D(k-1, k, \alpha_2) \leq \delta_2 \cdot r_2 \tag{11}$$

则 S_2 中传输节点处于同一扇形环的 3 条链路必然不能并发. 考虑这样的两条链路 $L_{S_x R_x}$ 和 $L_{S'_x R'_x}$, 有

$$|S_x R'_x| \leq |S'_x R'_x| + |S_x S'_x| \leq r_2 + D(k-1, k, \alpha_2) \leq (1 + \delta_2) r_2.$$

由于 $M=2$, SIC 的迭代次数为 2, 最多可移除 1 个干扰信号. 当有 3 条或更多的链路并发时, 必然有一个可干扰 2-level 链路的干扰信号被保留. 而 S_2 中的链路均为 2-level 链路, 故对 S_2 的任意子集, 若有 3 条或更多的链路并发, 必有链路接收失败. 因此, 将 S_2 的传输节点处于相同扇形环的链路归为一类, 可得到最多 Z_2 个子集, 且每个子集中最大可支持两条链路的并发.

类似于定理 6 的证明过程, 可得到满足公式(11)的 K_2 和 α_2 , 即 $K_2 = \beta'^2, \alpha_2 = \arccos\left(1 - \frac{1}{2\beta'^2}\right)$, 其中,

$$\beta' = \max\left\{\frac{(1 + \delta_2)}{\delta_2}, \frac{(1 + \delta_1)}{\delta_1} \cdot \frac{r_1}{r_2}\right\}.$$

再考虑 $M>2$ 的情况. 将 L_{SR} 的干扰链路划分为 M 个组 $\{S_1, \dots, S_M\}$, 对于 $1 \leq j \leq M, S_j$ 包含满足 $r_{j-1} < |S'R'| \leq r_j$ 的干扰链路 $L_{S'R'}$. 最优调度长度至少为

$$\begin{aligned} \max\left\{\frac{|S_1|}{K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil}, \frac{|S_2|}{2K_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil}, \dots, \frac{|S_M|}{2K_M \lceil 2\pi/\alpha_M \rceil}\right\} &\geq \min\left\{\frac{\Delta^{in}}{MK_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil}, \frac{\Delta^{in}}{2MK_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil}, \dots, \frac{\Delta^{in}}{2MK_M \lceil 2\pi/\alpha_M \rceil}\right\} \\ &= \frac{\Delta^{in}}{M \cdot \max\{K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil, 2K_2 \lceil 2\pi/\alpha_2 \rceil, \dots, 2K_M \lceil 2\pi/\alpha_M \rceil\}} \\ &= O(\Delta^{in}). \end{aligned}$$

若以下结论成立:

- 可将 S_1 划分为最多 $K_1 \lceil 2\pi/\alpha_1 \rceil$ 个子集, 其中, K_1 与 α_1 仅依赖于 $\{r_1, r_2, \dots, r_M\}$ 与 $\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M\}$. 同一子集的任意 2 条链路相互干扰.
- 可将 $S_j (1 < j \leq M)$ 划分为最多 $K_j \lceil 2\pi/\alpha_j \rceil$ 个子集, 其中, K_j 与 α_j 仅依赖于 $\{r_1, r_2, \dots, r_M\}$ 与 $\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_M\}$. 同一子集中, 最多有 2 条链路可并发.

定理得证.

首先, 对于 $1 \leq i \leq M, 3 \leq j \leq M$, 定义:

$$\begin{aligned} \beta_i &= \max\left\{\frac{(1 + \delta_1)}{\delta_1} \cdot \frac{r_1}{r_i}, \dots, \frac{(1 + \delta_M)}{\delta_i} \cdot \frac{r_M}{r_i}\right\}, \\ \beta_{j(2)} &= \max\left\{\frac{(1 + \delta_1)r_1}{r_{j-1} - (1 + \xi)r_{j-2}}, \dots, \frac{(1 + \delta_M)r_M}{r_{j-1} - (1 + \xi)r_{j-2}}\right\}, \end{aligned}$$

其中, ξ 为 $\left(0, \min\left\{\frac{r_2}{r_1}, \dots, \frac{r_{M-1}}{r_{M-2}}\right\} - 1\right)$ 内的任意常量.

令 $r = r_{U(S,R)}, \delta = \delta_{U(S,R)}$. 当 $1 \leq j \leq M$ 时, 以 R 为圆心、以 $d_k = (k+1)\delta r / K_j (k=1, \dots, K_j)$ 为半径画 K_j 个圆, 从而将 L_{SR} 的干扰区划分为 Z_j 个扇形环, 其中, $Z_j \leq K_j \lceil 2\pi/\alpha_j \rceil$. 然后, 将 S_j 的传输节点处于相同扇形环的链路归为一类, 即可得到最多 Z_j 个子集.

对 S_1 与 S_2 的处理与 $M=2$ 的情况类似, 对 $i=1$ 或 $i=2, S_i$ 的可行设置为 $K_i = 1/\beta_i^2$ 及 $\alpha_i = \arccos(1 - 1/2\beta_i^2)$.

对 $S_j (3 \leq j \leq M)$, 考虑一个 $(k-1, k, \alpha_j)$ 扇形环, 令 $D(k-1, k, \alpha_j)$ 为该区域中任意两点之间距离的最大值. 若

$$D(k-1, k, \alpha_j) \leq \delta_j \cdot r_j \tag{12}$$

且

$$D(k-1, k, \alpha_j) \leq r_{j-1} - (1 + \xi)r_{j-2} \tag{13}$$

则 S_j 中传输节点在同一区域的 3 条链路必然不能并发. 事实上, 考虑两条这样的链路 $L_{S_x R_x}$ 和 $L_{S'_x R'_x}$, 有

$$|S_x R'_x| \leq |S'_x R'_x| + |S_x S'_x| \leq r_j + D(k-1, k, \alpha_j) \leq (1 + \delta_j) r_j.$$

另一方面,

$$|S_x R'_x| \geq |S'_x R'_x| - |S_x S'_x| \geq r_{j-1} - D(k-1, k, \alpha_j) > r_{j-2}.$$

因此,在节点 R'_x 上,干扰信号最强只是 $(j-1)$ -level 的信号,但最弱却也可干扰到 j -level 的信号.由于 S_j 中的链路均为是 j -level 链路,故 S_j 中若有 3 条链路,其传输节点在同一区域,则它们并发时必出现接收失败.

类似地,可以得到满足公式(12)的设置 $K_{j(1)} = 1/\beta_j^2$ 和 $\alpha_j = \arccos\left(1 - \frac{1}{2\beta_j^2}\right)$.

类似地,为满足公式(13),可行设置为 $K_{j(2)} = 1/\beta_{j(2)}^2$ 和 $\alpha_{j(2)} = \arccos\left(1 - \frac{1}{2\beta_{j(2)}^2}\right)$.

最终,当 $3 \leq j \leq M$ 时,可行设置为 $K_j = \max\{K_{j(1)}, K_{j(2)}\}$ 和 $\alpha_j = \min\{\alpha_{j(1)}, \alpha_{j(2)}\}$.

综合 $M=2$ 与 $M>2$ 两种情况,可知定理成立. □



吕绍和(1982—),男,湖南永州人,博士,主要研究领域为无线网络调度,路由与 MAC 协议设计.



周兴铭(1938—),男,教授,博士生导师,中国科学院院士,CCF 高级会员,主要研究领域为高性能计算,无线网络,移动计算.



王晓东(1973—),男,博士,研究员,CCF 高级会员,主要研究领域为社会网络,认知无线网络.