

一种基于高斯混合模型的距离图像分割算法*

向日华⁺, 王润生

(国防科学技术大学 电子科学与工程学院 ATR 国防科技重点实验室, 湖南 长沙 410073)

A Range Image Segmentation Algorithm Based on Gaussian Mixture Model

XIANG Ri-Hua⁺, WANG Run-Sheng

(ATR National Defense Technology Key Laboratory, School of Electronic Science and Engineering, National University of Defence Technology, Changsha 410073, China)

+ Corresponding author: Phn: 86-731-4573468, Fax: 86-731-4575791, E-mail: xiangrihua@yahoo.com.cn; rhxiang@sina.com

<http://www.nudt.edu.cn>

Received 2002-07-30; Accepted 2002-10-22

Xiang RH, Wang RS. A range image segmentation algorithm based on Gaussian mixture model. *Journal of Software*, 2003,14(7):1250~1257.

<http://www.jos.org.cn/1000-9825/14/1250.htm>

Abstract: A range image segmentation algorithm based on Gaussian mixture model of surface normal is proposed. It decreases the times of clustering computing by fully utilizing the physical meaning of Gaussian mixture model of surface normal, and achieves automatic model selection via the posterior probabilities computed from the model parameter estimated by Expectation-Maximization (EM) algorithm. Experimental results on 60 real range images from two kinds of range cameras are compared objectively with some popular segmentation algorithms.

Key words: range image segmentation; Gaussian mixture model; EM algorithm; Bayes factor

摘要: 提出了一种基于表面法向的高斯混合模型的距离图像分割算法.它充分利用了表面法向高斯混合模型的物理含义,使数据聚类的次数减少,并利用 Expectation-Maximization(EM)算法估计出的模型参数计算模型的后验概率实现了自动模型选择.算法针对两种距离相机的 60 幅真实距离图像进行了实验.将实验结果与几个流行的分割算法进行了客观比较.

关键词: 距离图像分割;高斯混合模型;EM 算法;贝叶斯因子

中图法分类号: TP391 文献标识码: A

距离图像是表述物体表面与成像器之间相对距离的图像.根据距离图像和距离相机的成像参数,可以很容易地获得物体表面的 3D 信息.另外,距离图像受环境因素的影响较小,因此它在 3D 场景分析中占有很重要的地位.要利用距离图像进行 3D 场景分析,首要的一步就是距离图像分割.

目前距离图像分割的算法大体上可分为两大类:一类是以检测数据的变化为出发点的方法,即基于边缘的方法;另一类是以检测数据的一致性为出发点的方法,即基于区域的方法.

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60275008 (国家自然科学基金)

第一作者简介: 向日华(1974-),男,湖南石门人,博士生,主要研究领域为距离图像统计聚类分析.

基于边缘的方法,一般是用某种边缘检测算子提取代表特性不连续(比如距离变化或法向变化等)的边缘点,然后连接这些边缘点形成封闭的区域轮廓.这类方法可以准确地获得区域的边界线段,但是,往往形成断裂的轮廓,需要复杂的后续操作才能得到所需的最终分割;而在表面曲率不连续的地方,采用这种方法检测不到边缘点,且后续措施无法弥补^[1].

基于区域的方法,是将具有一致特性(例如法向一致或曲率一致等)的、彼此邻接的像素编组成为区域,这可以保证得到封闭的区域.在基于区域的方法中,又分为区域生长方法和基于聚类技术的方法.区域生长方法首先要选择种子点,然后由种子点开始迭代的表面拟合进行区域生长(如 USF 算法和 UE 算法^[2]),算法的性能往往依赖于初始种子的选择以及局部特性(如法向)计算的准确性,因此易受局部噪声的影响,生长过程中的一些参数(例如拟合门限)的物理意义不直观,使得参数选择比较困难,此外,算法直接针对原始 3D 数据运算,扩展性能不好.而在基于聚类技术的方法中,图像分割转化为特征空间上的聚类,算法主要针对特征数据进行聚类运算,算法的扩展性比较好,而且针对整个特征空间聚类,更容易把握全局信息,受局部噪声的影响较小.它的主要问题是自适地确定聚类簇的真实数目,这其实也是聚类问题本身的经典难题.一般基于聚类技术的算法采用穷举法来确定聚类簇的数目,这样聚类计算的计算量会很大(如 WSU 算法^[2,3]).

由以上分析,我们认为,只要解决好聚类簇数的问题,基于聚类技术的区域分割方法就具有较多的优越性.本文就是从统计聚类的观点出发来建立距离图像聚类分割算法.算法的基本思路是:距离图像上的每个区域对应 3D 物体的一个表面,该区域内计算出的 3D 法向矢量的统计模型符合高斯分布,一张距离图像中有多个区域,因此具有多个不同的高斯分布,我们就采用高斯混合模型来描述整幅距离图像;由此距离图像分割就转化成为高斯混合模型的参数估计问题;再采用 Expectation-Maximization(EM)算法进行高斯混合模型的参数估计;并利用 EM 算法估计出的参数得到模型的后验概率,求得贝叶斯因子进行模型选择,最后按照选出的模型进行聚类,最终实现图像分割.尽管聚类处理要选择初始的类数,本文根据模型参数的物理含义直接合并聚类簇来自适地确定簇数,大大减少了聚类计算的次数.将算法用于真实距离图像,聚类次数比一般穷举方法小得多,而且客观分割性能比它好.

本文第 1 节简单介绍高斯混合模型与 EM 求解算法,第 2 节具体介绍分割算法,第 3 节为实验结果,第 4 节进行算法总结.

1 高斯混合模型及其 EM 求解

对于观测数据集 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ 中的单个采样 x_i , 其高斯混合分布的密度函数为

$$P(x_i | \Theta) = \sum_{k=1}^K \pi_k p_k(x_i | \theta_k). \quad (1)$$

其中, π_k 是混合系数,表示各混合成分的先验概率; $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K)$, 为各混合成分的参数矢量, $\theta_k = (\mu_k, \Sigma_k)$, 是高斯分布的参数,即均值和方差.

一般地,已知分布的形式,当所要估计的参数是非随机的未知常量时(或者待估参数是随机的,但先验密度未知时),就通过使密度函数最大化来确定参数的值,这就是所谓极大似然估计:

$$P(X | \Theta) = \prod_{i=1}^N P(x_i | \Theta) = L(\Theta | X), \quad (2)$$

$$\Theta^* = \arg \max L(\Theta | X). \quad (3)$$

然而,用直接对参数求偏导的方法来求解式(3)的极大值,只对一些简单的分布有效,而对于高斯混合分布,直接求偏导会得到有多个根的超越方程,这种模糊性的起源是先验知识的缺乏(指派变量未知),即不知道成分 k 生成了哪些数据矢量 x_i ,从而也不知道某个 x_i 究竟影响到哪个 θ_k . 我们需要更强有力的方法,EM 算法就是这样的方法.

EM 算法是一种一般的从“不完全数据”中求解模型分布参数的极大似然估计的方法^[4]. 其所谓“不完全数据”一般指两种情况:一种是由于观测过程本身的限制或者错误,造成观测数据成为有错漏的“不完全”数据;另

一种是参数的似然函数直接优化十分困难,而引入额外的参数(隐含的或丢失的)后就比较容易优化,于是定义原始观测数据加上额外参数组成“完全数据”,原始观测数据自然就成为“不完全数据”.实际上,在模式识别及其相关领域,后一种情况更为常见^[4].

引入“丢失数据” Y ,定义 $Z = \{X, Y\}$ 为“完全数据”,则前述的观测数据 X 称为“不完全数据”,前述的式(2)相应地称为“不完全数据的似然函数”,而“完全数据似然函数”为

$$L(\theta | Z) = L(\theta | X, Y) = P(X, Y | \theta). \tag{4}$$

对于式(4),如果我们把它看作 X 和 θ 固定,以随机变量 Y 为自变量的函数,则此似然函数也是一个随机变量.随机变量直接求最大化不好计算,然而它的期望却是一个确定性的函数,优化起来就容易多了.这也就是 EM 算法的基本思路,下面是 EM 迭代的基本步骤:

E-Step:

$$Q(\theta, \theta') = E[\log P(X, Y | \theta) | X, \theta']. \tag{5}$$

M-Step:

$$\theta^{t+1} = \arg \max Q(\theta, \theta'). \tag{6}$$

基本步骤只是一个框架公式,要想实现算法,关键是要得到丢失数据 Y 的概率密度的表达式.在高斯混合模型中,引入指派变量(指派观测数据与混合成分的对对应关系的变量)作为丢失数据^[4],就可以推导出指派变量的概率密度公式,从而推出如下 EM 算法求解高斯混合模型的迭代公式:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_k &= \sum_{i=1}^N p(k | x_i, \theta^t), \\ \pi'_k &= \frac{1}{N} \alpha'_k, \\ \mu_k^{t+1} &= \frac{1}{\alpha'_k} \sum_{i=1}^N x_i p(k | x_i, \theta^t), \\ \Sigma_k^{t+1} &= \frac{1}{\alpha'_k} \sum_{i=1}^N p(k | x_i, \theta^t) (x_i - \mu_k^{t+1})(x_i - \mu_k^{t+1})^T. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

其中, $p(k | x_i, \theta^t) = \frac{\pi'_k p_k(x_i | \theta^t)}{\sum_{j=1}^K \pi'_j p_j(x_i | \theta^t)}$.

文献[5]证明了 EM 算法的收敛性,但 EM 算法只能保证收敛到局部极值.

2 分割算法

距离图像分割算法的总体流程如图 1 所示.下面分别加以介绍.

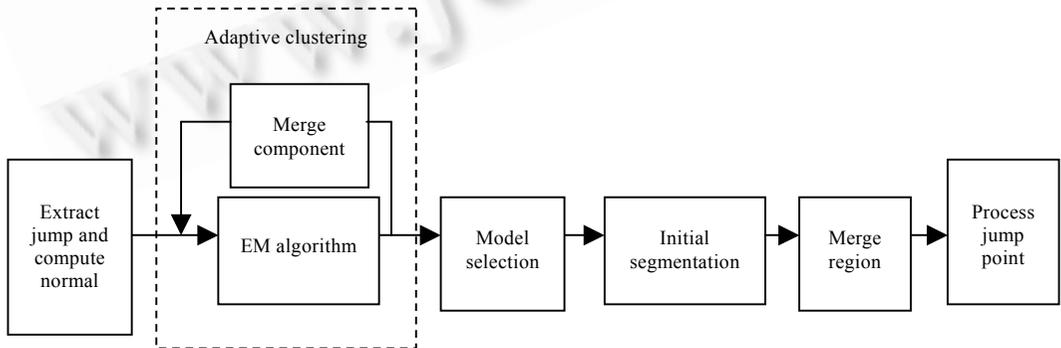


Fig.1 Algorithm flow chart
图 1 算法流程图

2.1 辨别Jump点

给出门限 T_{jump} ,凡是与其 4 邻域中像素的距离值的差大于 T_{jump} 的像素标记为 Jump 点.

2.2 法向计算

对比了几种法向计算方法以后,我们采用比较稳健的 USF 的法向计算方法^[2],并结合我们的算法加以改进:首先在一个 $M \times M$ 的窗口中执行一个生长操作,如果一个 4 邻接的像素的距离值在门限 T_{point} 之内,则加入拟合点集;当拟合点集中像素的数目不到窗口中像素总数的 50%时,采用本征方法拟合一个平面方程;而当拟合点集的数目超过窗口中像素总数的 50%时,下一步就要在窗口中用拟合点集的保持边缘的子掩模来计算 9 个平面方程,这 9 个掩模方向就是 4 个坐标方向,4 个对角方向和 1 个中心,得到 9 个方程,残差最小的方程作为该像素的最终拟合方程.这种 9 个掩模的计算方法在“屋顶边缘”处得到的法向方向比单一掩模计算得到的法向方向要精确得多.由于在 Jump 点处的法向计算并不可靠,我们的改进是:在 Jump 点处不再计算法向,而且 Jump 点也不参与其附近的非 Jump 点的法向拟合过程,这样,其余非 Jump 点拟合的法向会稳健一些.最后将法向矢量归一化.

2.3 自适应聚类

有了特征数据,下一步就是估计模型参数.从计算速度考虑,用于聚类模型参数估计的数据点越少越好,但数据点太少,又不能充分反映出整个数据集的统计模型,这只能是一个折衷的选取.针对我们的 512×512 的图像,我们对图像宽高各取 1/16 的采样率(即用于参数估计的点数为 1 024 点),结果令人满意.

在混合模型成分数目的选取上,我们采用的策略是,指定一个最大混合成分数目 K_{max} ,一个最小法向角度差 T_{angle} ,先用 EM 算法估计 K_{max} 个成分的参数(均值、方差等).由于我们整个模型的物理意义明确,均值就是该成分法向的均值,可以代表该成分的主要法向,我们可以按照实际物理意义减少成分数目,即直接合并所有两两之间法向角度差小于 T_{angle} 的成分,从而减少成分数目,然后按照剩下的成分数目进行下一次 EM 估计,如此循环,直到成分数目不再变化为止.这样,不必像一般聚类策略中所做的那样穷举,对从 $K=K_{max}$ 到 $K=2$ 都用聚类算法计算一次,大大减少了聚类的计算量.

关于 EM 算法的初始值问题,我们采用的随机选取加上 K 均值迭代得到初始估计,虽然这并不能解决 EM 算法的局部极值问题,但已大大加快了 EM 的收敛速度.

图 2 为 ABW 距离图像^[6]的一个分割实例,其中图 2(e)~图 2(j)就是自适应聚类过程的中间聚类结果所对应的分割图像.对于指定的最大类别数 20,通过直接合并聚类簇,图 2 中聚类次数为 6 次,一般都不超过 10 次.

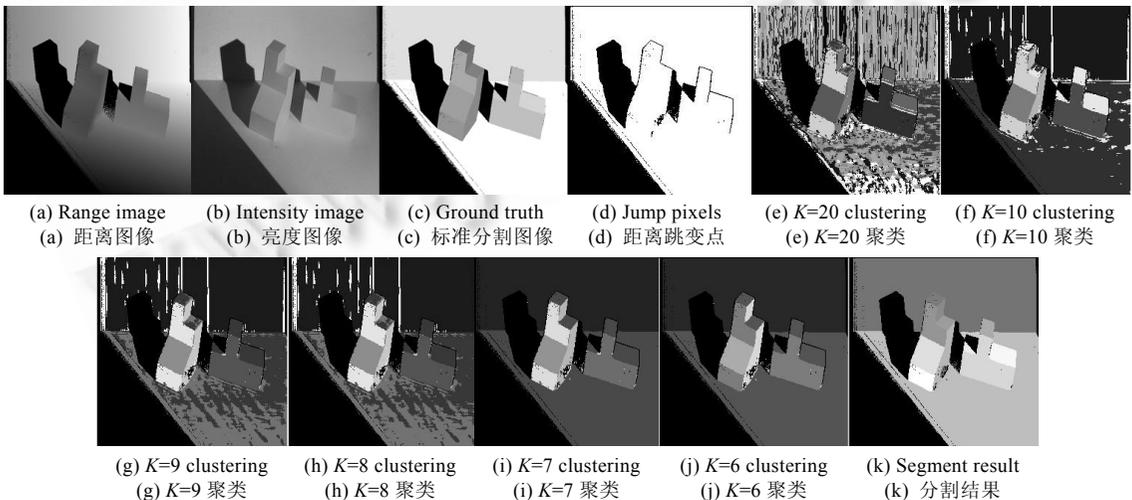


Fig.2 A segmentation example on ABW range image
图 2 ABW 距离图像的一个分割实例

2.4 模型选择

完成各次 EM 估计以后,我们采用 Bayes 方法从中选择一个“好”的估计作为聚类模型.标准的 Bayes 解法是比较两个模型之间的 Bayes 因子^[7].它是两个边缘似然函数的比值,表示一个模型“抵制”另一个模型的程度.但是,Bayes 因子直接计算十分复杂,因此人们研究了一些近似算法,如 Bayes Information Criterion(BIC)、AWE 因子.文献[7]中推导出了 3 种近似方法,其中第 3 种就是 BIC 的另一种形式.在这些方法中,BIC 是其中比较可靠的近似,尤其对于 EM 估计的模型更是如此^[8].BIC 近似计算公式为

$$BIC = 2L_M(X, \theta) - m_M \log(N) \approx 2 \log p(X|M) + const, \quad (8)$$

其中 $L_M(X, \theta)$ 是最大化了的对数似然值, m_M 是模型中需要估计的独立的参数个数(混合模型的成分数目并不认为是需要估计的参数).如果每个模型的先验概率相同,那么 $p(X|M)$ 就与模型 M 的后验概率成正比,也就是说,BIC 的值越大,说明该模型成立的可能性越大^[8].

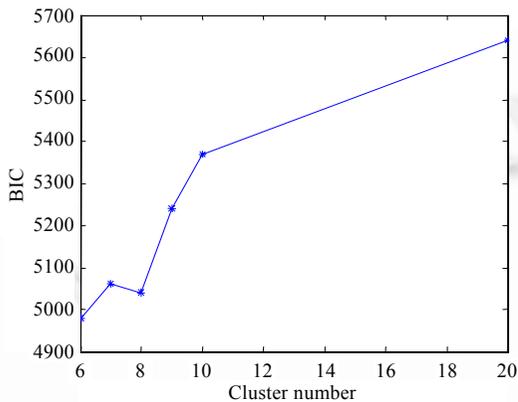


Fig.3 BIC value of Fig.2
图3 图2对应的 BIC 值

根据此 BIC 准则,我们计算每个 EM 收敛后的 BIC 值,将 BIC 值当作聚类簇数 K 的函数,作出函数曲线.由于 EM 算法仅保证收敛到局部极值,即计算出的每个 BIC 值只能代表这个聚类簇数对应的这类模型的一个局部最优收敛结果的好坏,不能代表这类模型的整体最优收敛结果的好坏,我们没有简单地取 BIC 值的最大值所对应的模型.考虑到停止合并时的模型极有可能具有数据真实的聚类类别数,我们取 BIC 局部极大值中的最大值与停止聚类合并时的 BIC 值作比较,取较大者对应的模型作为聚类模型,得到了实验的证实.

如图 3 所示,为图 2 中多次聚类对应的 BIC 值.图中 $K=6$ 为聚类停止合并时的簇数,其对应 BIC 值小于 BIC 值的最大的局部极值,即 $K=7$ 对应的 BIC 值,故选择 $K=7$

为最优的估计结果,对照图 2 中的对应分割图像,与人的主观感觉也比较符合.

选出聚类模型后,将所有像素(不包括 Jump 点)按照特征空间欧氏距离最近聚类,得到初始的分割图像.

2.5 区域合并

虽然初始分割一般都相当接近于最终分割,但由于 EM 估计的非全局最优,不时地会有一些过分割情况存在(欠分割也偶尔出现,但相对少见),后续主要针对过分割情况进行区域合并.

我们采用的区域合并方法类似于区域生长,但生长的基元是初始分割出的区域而不是像素,而且由于前面聚类生成的初始分割已十分接近最终分割,因此区域合并的计算量很小,具体步骤如下:

(1) 给定一个最小区域面积门限 $Tarea$.

(2) 对于所有面积大于 $Tarea$ 的区域,选面积最大的区域作为种子区域开始生长,寻找其相邻(4 邻接)的区域中法向方向与此种子区域法向方向之间的夹角最小的区域,如果此夹角小于 $Tangle$,则合并到种子区域中,当合并进来的区域面积大于种子区域面积的 5% 时,重新拟合种子区域的法向,然后继续寻找下一个夹角最小的相邻区域.当找不到再可以合并的区域时,停止该种子区域的生长,在剩下的未参与生长的区域中取面积最大的区域作为新的种子区域开始生长.如此循环,直到所有未参与生长的区域面积都小于 $Tarea$.

(3) 对于剩下的所有未参与生长的面积小于 $Tarea$ 的区域,首先从面积最小的区域开始,寻找与其相邻的面积最大的区域,如果它的这个面积最大的邻居的面积都小于 $Tarea$,则此区域中的点标记为非区域散点(后续不再处理),否则就合并到它的最大邻居中去.然后寻找下一个面积最小的区域,如此循环,直到所有区域的面积都大于 $Tarea$.

(4) 由于第(3)步中会产生一些新的未参与合并的面积大于 $Tarea$ 的“小”区域,再重复步骤(2)一次,就能正确判断出这些“小”区域的归属,这只是一个求精的过程,一般也不会有几个区域还需要合并,很快就可以完成.

2.6 处理Jump点

如前所述,图像中还剩一些 Jump 点未分配区域标号.由于此时区域分割的大局已定,我们直接按 K-NN 原则给这些 Jump 点分配其八邻域中最多的标号,即若 Jump 点的八邻域皆为 Jump 点,则该点不合并,作为非区域散点保留;若 Jump 点的八邻域存在有效区域点,则给它分配有效区域标号最多的标号.

我们最后简单地小结一下算法步骤:

- (1) 指定距离值门限 T_{jump} ,在全图中分辨出 Jump 点(距离跳变点);
- (2) 指定距离门限 T_{point} 和窗口尺寸 M ,逐像素计算距离图像中的法向矢量,并归一化;
- (3) 指定最大类别数 K_{max} ,最小法向角度差 T_{angle} ,在聚类合并策略中用 EM 算法从抽样数据中估计多个高斯混合模型;
- (4) 从估计出的多个模型中根据改进的 BIC 准则挑选一个作为模型输出结果,将图像中所有非 Jump 点按照特征空间欧氏距离最近聚类,形成初始分割;
- (5) 指定区域最小面积门限 T_{area} ,进行区域合并;
- (6) 处理 Jump 点.

3 实验结果

实验中的真实距离图像来自于美国南佛罗里达大学的距离图像分割比较工程^[6].该工程提供 ABW 结构光相机距离图像和 PERC 激光雷达距离图像,并且还发展了一套距离图像分割算法的客观评价方法.它以人工分割的图像作为标准分割图像(称为 Ground-Truth),按照算法分割结果中的区域与 Ground-Truth 图像中对应区域的匹配程度,将算法分割结果中的区域分为 5 类:正确分割区域、过分割区域、欠分割区域、漏分割区域和噪声区域,然后根据这 5 类区域的平均数目进行算法比较.进一步的信息参见文献[2,6].

算法实验参数针对 ABW 图像取值为 $T_{jump}=10, T_{point}=10, M=19, K_{max}=20, T_{angle}=8, T_{area}=200$;针对 PERC 图像取值为 $T_{jump}=12, T_{point}=10, M=19, K_{max}=20, T_{angle}=12, T_{area}=250$.实验结果与几种流行算法进行了客观比较,平均结果如图 4 和图 5 所示.图中从左到右依次为正确分割区域、过分割区域、欠分割区域、漏分割区域和噪声区域的平均数目,其中 GMM 表示本文的基于高斯混合模型(Gaussian mixture model)的算法,比较容忍度为 80%时的平均结果的数值见表 1 和表 2.

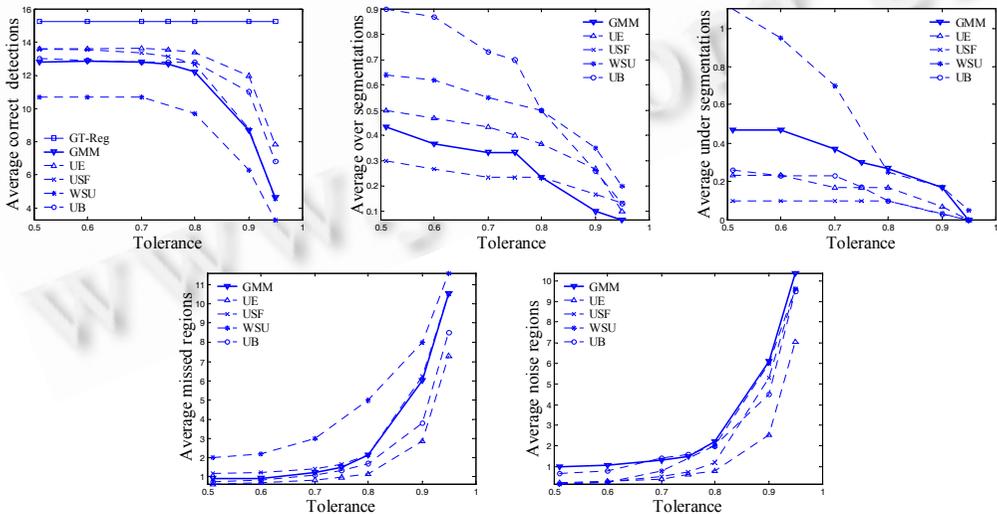


Fig.4 Average results of five algorithms on 30 ABW test images

图 4 5 种算法分割 30 幅 ABW 测试图像的平均结果

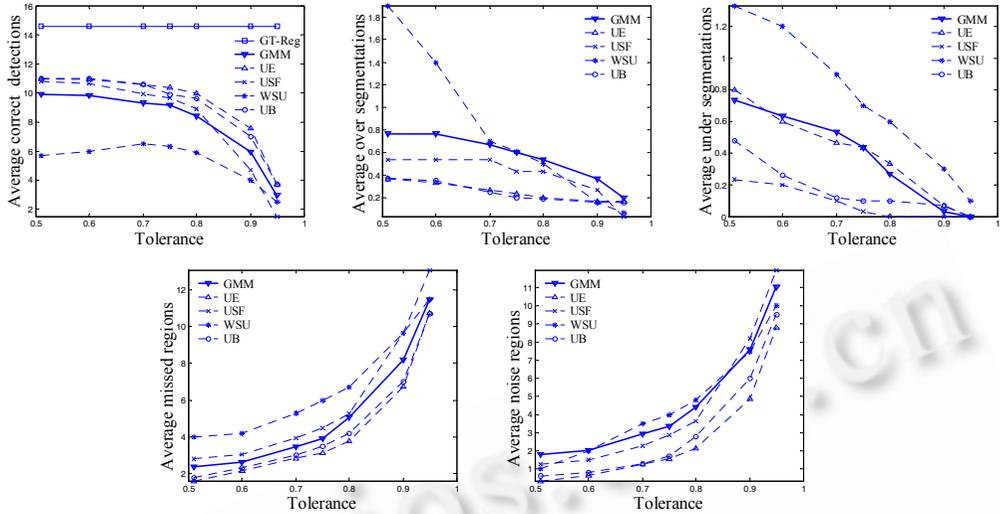


Fig.5 Average results of five algorithms on 30 ABW test images
 图 5 5 种算法分割 30 幅 ABW 测试图像的平均结果

Table 1 Average results of five algorithms on the ABW images at 80% compare tolerance
 表 1 5 种分割算法在比较容忍度为 80% 的情况下对 ABW 图像的平均结果

Algorithm	GT regions	Correct detection	Angle difference (standard deviation)	Over segmentation	Under segmentation	Missed	Noise
USF	15.2	12.7	1.6(0.8)	0.2	0.1	2.1	1.2
WSU	15.2	9.7	1.6(0.7)	0.5	0.2	4.5	2.2
UB	15.2	12.8	1.3(0.8)	0.4	0.1	1.7	2.1
UE	15.2	13.4	1.6(0.9)	0.4	0.2	1.1	0.8
GMM	15.2	12.2	5.7(6.5)	0.2	0.3	2.1	2.2

Table 2 Average results of five algorithms on the PERC images at 80% compare tolerance
 表 2 5 种分割算法在比较容忍度为 80% 的情况下对 PERC 图像的平均结果

Algorithm	GT regions	Correct detection	Angle difference (standard deviation)	Over segmentation	Under segmentation	Missed	Noise
USF	14.6	8.9	2.7(1.8)	0.4	0.0	5.3	3.6
WSU	14.6	5.9	3.3(1.6)	0.5	0.6	6.7	4.8
UB	14.6	9.6	3.1(1.7)	0.6	0.1	4.2	2.8
UE	14.6	10.0	2.6(1.5)	0.2	0.3	3.8	2.1
GMM	14.6	8.4	2.6(1.3)	0.5	0.2	5.1	4.4

4 算法总结

根据性能评价,对比 WSU 算法(也是基于聚类技术的方法),本文的算法所有性能都要好一些,而且聚类计算的次数要少一半以上.对比 USF,开始比较容忍度较宽松时,USF 正确分割多,对于噪声较大的 PERC 图像,当比较容忍度较严格时(达到 80%及以上),USF 算法的性能下降很快,而本算法性能下降缓慢,且正确分割数目开始比它多了,几乎达到最好的 UE 算法的性能,也就是说,本算法分割出来的区域比 USF 分割的区域要准确,说明基于聚类技术的分割算法确实比基于区域生长的算法对于数据全局的把握要准确一些,受噪声干扰要小一些.即使对比性能最好的 UE 算法,本文的性能也差得不远,仔细分析了我们的算法分割错误的区域,主要是由于聚类算法收敛时未收敛到全局最优导致的欠分割区域,而我们的后续处理只有区域合并,没有区域分裂,因此,我们的算法的性能评价还达不到文献[2]中最好的 UE 算法的性能.

本文的算法主要特点是在基于聚类技术的区域分割框架中引入了高斯混合模型,有着直观的物理含义,便于解决几个聚类的传统难题:

一般地,聚类方法的难点之一是如何描述数据集中的噪声,我们引入的高斯混合模型就直接确定了噪声的模型.

聚类方法的一个更大的难题是如何确定聚类的数目^[9]。许多聚类方法采用穷举法“自适应地”确定聚类数目,这也是 WSU 采取的方法。其实恰恰在分割问题上,由于从聚类结果得到的是一个过分割图像,分割问题对聚类数目往往不是特别敏感。从图 2 也可以看出,对应于 $K=6$ 和对应于 $K=7$ 的聚类结果都可以作为相当不错的初始分割。我们引入了高斯混合模型以后,由于其具有直观的物理含义,使得我们可以在特征空间上很容易地指定最小法向角度差门限 *Tangle* 直接合并混合成分来最终确定聚类的数目,而不用按照穷举法进行大量不必要的聚类计算。特征空间上控制适宜的聚类策略能得到相当接近于最终分割的初始分割,本算法区域合并的计算量是相当小的。

本文说明了只要对需要聚类的数据加以分析,就能解决许多聚类问题的难题,而且目前的算法结果是在仅保证收敛到局部极值的情况下得到的,因此基于聚类技术的距离图像区域分割算法仍有良好的潜力。

此外,其他几种算法(WSU 除外)是完全针对距离图像分割的算法,很难扩展到相关的图像分割领域,而高斯混合模型是许多数据“天然”的近似模型,因此本文的算法框架可以很容易地应用到其他领域。如:加入从可见光图像上提出的合适的特征,就能实现融合分割;它也很容易地用于多光谱的融合分割;另外,将特征空间从 3D 法向空间换成曲率空间,本文的算法就可以用来分割曲面物体。

本文算法的缺点在于:第一,EM 收敛速度不稳定,虽然理论上能保证收敛,但有时计算中会出现奇异矩阵导致收敛失败,我们在算法中,采取再次设定初值重新计算的办法绕过这个问题;第二,EM 算法只能保证收敛到局部极值。我们下一步准备做的工作就是在 EM 估计之前,用一些能得到全局次优解的方法,如层次聚类算法,求得次优解作为 EM 的初始值,再利用 EM 算法的优良性能就能得到全局最优,而且得到了全局最优解以后,我们的模型选择策略也可以得到简化。不过像层次聚类这样的算法其计算量是很大的,对于大尺寸的图像或许是不能容忍的,需要采用一些计算技巧或采用其他计算量小的粗聚类方法,这也是我们下一步研究的重点。

致谢 在此,我们向对本文的工作给予帮助的同行,尤其是第四军医大学的蔡涛博士表示感谢。

References:

- [1] Jiang XY, Bunke H. Edge detection in range images based on scan line approximation. *Computer Vision and Image Understanding*, 1999,73(2):183~199.
- [2] Hoover A, Jean-Baptiste G, Jiang XY, Flynn PJ, Bunke H, Goldgof DB, Bowyer K, Eggert DW, Fitzgibbon A, Fisher RB. An experimental comparison of range image segmentation algorithms. *IEEE Transactions on PAMI*, 1996,18(7):673~689.
- [3] Hoffman R, Jain AK. Segment and classification of range images. *IEEE Transactions on PAMI*, 1996,9(5):608~620.
- [4] Bilmes JA. A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter estimation for Gaussian mixture and hidden Markov models. 1998. <http://ssli.ee.washington.edu/people/bilmes/mypapers/em.ps.gz>.
- [5] Redner RA, Walker HF. Mixture density, maximum likelihood and the EM algorithm. *SIAM Review*, 1984,26(2):195~239.
- [6] Hoover A, Powell MW. Range image segmentation comparison project. Department of Computer Science and Engineering, University of South Florida, 1996. <http://marathon.csee.usf.edu/range/seg-comp/SegComp.html>.
- [7] Raftery AE. Approximate Bayes factors and accounting for model uncertainty in generalizes linear model. Technical Report, 1993. <http://www.stat.washington.edu/www/research/reports/1993/tr255.ps>.
- [8] Fraley C, Raftery AE. How many clusters? Which clustering method? Answers via model-based cluster analysis. Technical Report, 1998. <http://www.stat.washington.edu/www/research/reports/1998/tr329.ps>.
- [9] Buhmann JM. Data clustering and learning. 2002. <http://www-dbv.cs.uni-bonn.de/pdf/buhmann.hobmann02.pdf>.