

多连通曲面离散点集的 3D 三角划分算法研究*

肖双九, 邱泽阳, 张树生, 杨海成

(西北工业大学 飞行器制造工程系 CAD/CAM 国家专业实验室, 陕西 西安 710072)

E-mail: xsjiu99@263.net

摘要: 在对非封闭曲面、简单封闭曲面和多连通封闭曲面的特点进行分析之后,提出了一种多连通封闭曲面离散点集的 3D 三角划分算法.该算法无须对离散点集所对应的自由曲面进行分片,直接在 3D 空间根据曲面的形态变化向前逐层推进生成三角网格.算法同时还适用于非封闭曲面和简单封闭曲面两种情形.实验结果表明,该算法的划分效果优良,能够满足曲面重构的需要.

关键词: 逆向工程;自由曲面;离散点集;三角划分;边界边;边界环

中图法分类号: TP391 **文献标识码:** A

在实物测量造型过程中,根据离散数据点集进行三角网格划分是其关键环节之一,也是进行后续曲面重构的前提和基础^[1,2].对于空间任意曲面的离散点集,现有的三角划分算法大多是先把三维数据点投影到二维平面上,然后在平面上进行三角划分^[3].这类算法的缺点是只能适用于单向投影无重叠的曲面.文献[4]对 3D 离散数据点集单向投影有重叠的情况进行了研究,其方法是把 3D 离散数据分片投影到相应平面上,用平面上的离散数据点三角划分算法来处理;然后再将每一片的三角化结果合并.由于要分片,这种算法还要求测出每片的边界线,给测量工作带来了诸多不便.而对于多连通封闭曲面,由于投影重叠关系复杂,现有的三角划分算法则很难适应.

本文在对非封闭曲面、简单封闭曲面和多连通封闭曲面的特点进行分析之后,提出了一种离散点集的 3D 三角划分算法.本文第 1 节详细讨论算法思想,提出相关概念.第 2 节给出完整的算法描述.最后是应用实例和结束语.

1 算法思想

1.1 基本概念

定义 1. 边界边.在三角划分过程中,位于已划分区域和未划分区域之间的三角形边称为边界边(如图 1 所示,边 1~11 为边界边).

定义 2. 边界环.在三角划分过程中,由边界边按逆时针或顺时针方向依次首尾相连构成的环称为边界环(如图 1 所示,边 1~11 按逆时针方向构成边界环).

定义 3. 最优顶点.设点 P 为未划分区域离散点集中的任意一点,若点 P 与某边界边 AB 构成的三角形最接近正三角形,则称点 P 为边界边 AB 的最优顶点.

定义 4. 可见顶点.设点 P 为未划分区域对应测量点集中的任意一点,且点 P 为某边界边 AB 的最优顶点.若点 P 与另一边界边 BC 构成的三角形不与已划分区域折叠,并且最大内角不超过 θ ,则称点 P 为边界边 BC 的

* 收稿日期: 2000-07-10; 修改日期: 2000-10-16

基金项目: 国家 863 高科技发展计划资助项目(863-511-942-007)

作者简介: 肖双九(1973 -),女,四川营山人,博士生,主要研究领域为计算机图形学,计算机辅助几何设计;邱泽阳(1966 -),男,甘肃兰州人,博士,教授,主要研究领域为计算机图形学,计算机辅助几何设计;张树生(1956 -),男,山东东阿人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为工程图自动理解,逆向工程;杨海成(1959 -),男,陕西宝鸡人,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为计算机辅助技术,并行工程与虚拟制造,制造系统信息化技术.

可见顶点.如图 2 所示,点 P 为边 AJ 和边 BC 的可见顶点,而不是边 CD,DE,EF 等的可见顶点.

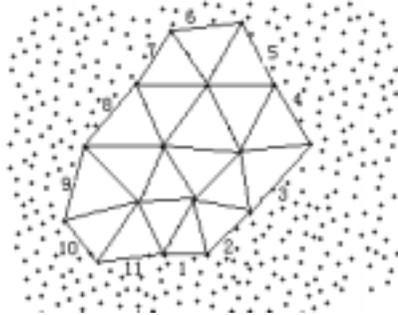


Fig.1 Boundary edge and boundary loop
图 1 边界边与边界环

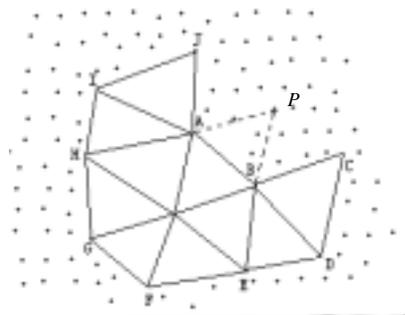


Fig.2 Visible point
图 2 可见顶点

1.2 边界环的裂变与融合

在 3D 空间对离散数据进行三角划分的基本思想是:由初始三角形开始,从已划分区域边界向未划分区域逐步扩展形成新的三角形,直至三角网格覆盖整张曲面.三角网格在 3D 空间随着离散数据点的分布而扩展,不需要将数据点向二维平面投影,复杂曲面也不需要分片投影.在算法实现的过程中,发现三角网格并不是简单地扩展,还会出现已划分区域隔离和相遇的情况.因此,在基本算法的基础上,又提出了边界环裂变和边界环融合的新概念,以使算法能够适应各种形态的曲面.下面我们通过对非封闭曲面、封闭曲面和多连通封闭曲面划分情况的分析来引出这两个概念.

1.2.1 非封闭曲面

从非封闭曲面的离散点集中取出 3 个点,构成初始三角形,此时的边界边为初始三角形的三条边.由初始三角形开始,为每一条边界边寻找最优顶点,向未划分区域扩展生成新的三角形,直到已划分区域覆盖整张曲面.由于曲面是非封闭的,在三角网格向未划分区域扩展的过程中,一个已划分区域与另一个已划分区域不会相遇.

1.2.2 简单封闭曲面

封闭曲面由于没有边界,在三角网格向未划分区域扩展的过程中,会出现已划分区域相遇的情形,需要将相遇的已划分区域缝合起来,使得三角网格也是封闭的.如图 3 所示,三角划分最终形成边界环 L_0 .

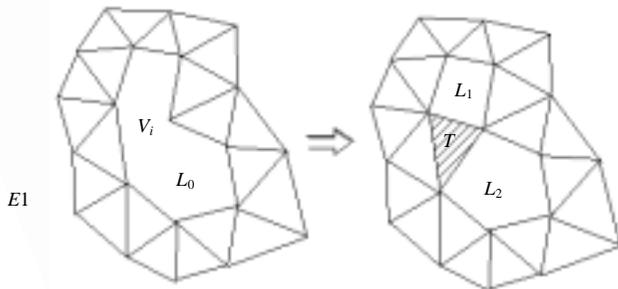


Fig.3 Boundary loop splitting
图 3 边界环的裂变

(1) 若 L_0 的边界边数 (记为 $bedge_num$) >4 ,则为边界环 L_0 中的每一条边界边寻找最优顶点.当为边界环 L_0 中的一条边界边 $E1$ 寻找最优顶点时,首先遍历 L_0 中的每一个结点 $V_1 \dots V_n$,发现有结点 V_i 与边界边 $E1$ 能构成较优三角形,则连接 V_i 与 $E1$ 的两端点,构成三角形 T .此时三角形 T 将边界环 L_0 分裂成两个边界环 L_1 和 L_2 ,再对边界环 L_1 和 L_2 分别处理.若 L_0 中未发现有任何结点能与边界边 $E1$ 构成较优三角形,则在未划分区域

的离散数据点中为边界边 $E1$ 寻找最优顶点.这种因为三角网格缝合而产生的一个边界环分裂成两个边界环的过程就称为边界环的裂变;

(2) 若 L_0 的 $bedge_num=4$ (如图 3 中的边界环 L_1),则连接四边形的对角线生成两个三角形,边界环封闭;

(3) 若 L_0 的 $bedge_num=3$,就由此 3 条边界边构成一个三角形,边界环封闭.所有的边界环最终都会收缩为 $bedge_num=4$ 或 $bedge_num=3$ 的情形.当所有的边界环处理完毕时,封闭曲面的三角划分结束,从而得到一张封闭的三角网格.

1.2.3 多连通封闭曲面

与简单封闭的曲面三角化过程一样,在三角网格向未划分区域扩展的过程中,多连通封闭曲面(如图 6 中的零件表面)的边界环也会发生裂变,且由于多连通封闭曲面的法矢变化复杂,在三角划分过程中还会发生两个边界环融合形成一个边界环的情况,如图 4 所示.在三角划分过程中,有两个边界环 L_1, L_2 . 当为边界环 L_1 中的某一条边界边 $E1$ 寻找最优顶点时,遍历 L_2 中的每一个结点 $V_1 \dots V_m$,发现有结点 V_i 与边界边 $E1$ 能构成较优三角形,则连接 V_i 与 $E1$ 的两端点,构成三角形 T . 此时三角形 T 将边界环 L_1, L_2 连接成一个边界环 L ,再对边界环 L 进行处理,继续向未划分区域扩展. 这种因为三角网格缝合而产生的两个边界环合并成一个边界环的过程称为边界环的融合.

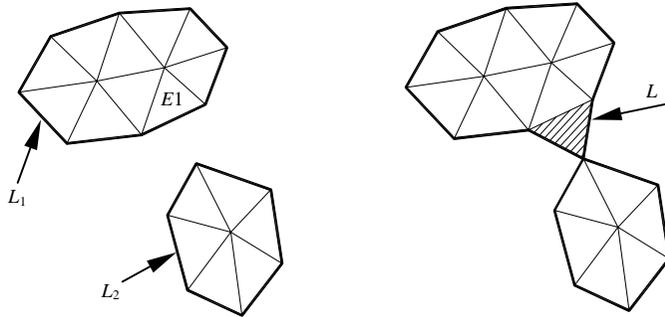


Fig 4 Boundary loop syncretizing
图 4 边界环的融合

由以上分析可知,多连通封闭曲面总是包括三角网格扩展、边界环融合、边界环裂变和边界环封闭的过程;简单封闭曲面则只包括三角网格扩展、边界环裂变和边界环封闭的过程;而非封闭曲面的离散数据点集的三角划分只是三角网格扩展的过程.若三角划分算法能够考虑到多连通封闭曲面离散数据点集的三角划分过程的所有情况,则算法同时适用于非封闭曲面和简单封闭曲面的离散数据点集的处理.

2 算法描述

通过上述分析和讨论,下面给出完整的 3D 三角划分算法描述.

- (1) 从离散点集中取出 3 个点,构造初始三角形.
- (2) 若边界环 L 中的边界边数 $bedge_num=4$,则连接四边形的对角线生成两个三角形,边界环 L 封闭;若边界环 L 的 $bedge_num=3$,边界环本身构成一个三角形,边界环 L 封闭.
- (3) 为边界环 L 中的一条边界边 $Edge$ 寻找最优顶点:
 - (a) 遍历边界边 $Edge$ 所属边界环的每一个结点:


```

IF 某结点  $V_i$  为  $Edge$  的可见顶点 THEN
  BEGIN
    IF  $V_i$  为  $Edge$  相邻边  $Edge_{next}$  或  $Edge_{pre}$  的结点 THEN
      BEGIN
        连接  $V_i$  与边  $Edge$  的两端点生成新三角形;
        取边界环的下一条边界边,返回步骤(2);
      END
    ELSE
      BEGIN
        生成新三角形;
        边界环  $L$  裂变为两个边界环;
        刷新边界环表;
        取下一个边界环,返回步骤(2),直到边界环表为空;
      END
    END
  END
          
```
 - (b) 遍历边界环表中其他所有边界环的每一个结点:


```

BEGIN
          
```

```

IF 某边界环  $L_i$  的某结点  $V_i$  能与 Edge 构成三角形 THEN
  BEGIN
    生成新三角形;
    边界环  $L$  与  $L_i$  融合成一个边界环;
    刷新边界环表;
    取下一个边界环,返回步骤(2),直到边界环表为空;
  END
END
(c) 从未划分区域的离散数据点中为边界边 Edge 寻找最优顶点;
  BEGIN
    IF 某离散数据点  $V$  能与 Edge 构成三角形 THEN
      BEGIN
        生成新三角形;
        取边界环的下一条边界边,返回步骤(2);
      END
    END
  END

```

3 算法复杂度分析

采用本算法进行三角划分的过程,其实就是为边界边寻找最优顶点或可见顶点的过程,当所有边界边都找到了对应顶点时,边界环封闭,划分过程完成.本算法各主要步骤的时间复杂性如下:

- (1) 计算边界边 Edge 的最优顶点或可见顶点: $O(6n \log n)$;
- (2) 遍历边界环的所有节点: $O(n)$.

4 应用实例

图 5(a)和图 5(b)即为用以上算法对圆环表面、双环表面的离散数据进行三角划分的结果.图 6 和图 7 是该算法应用于封闭螺旋管表面和非封闭曲面的离散数据得到的三角网格.

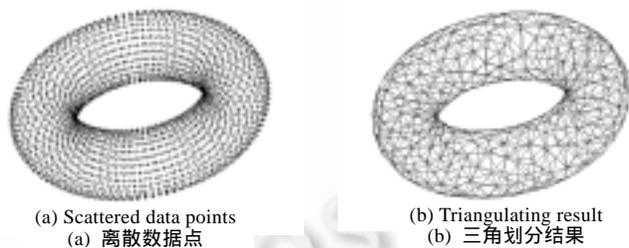


Fig.5 Annular pipe surface
图 5 圆环表面

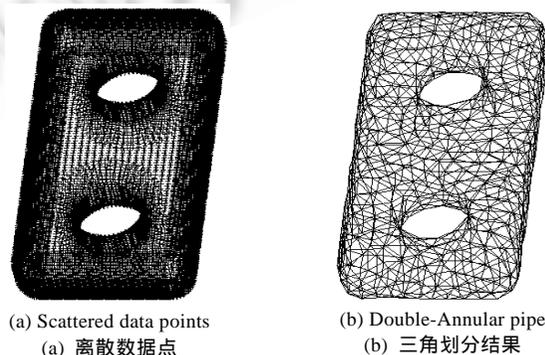


Fig.6 Double-Annular pipe surface
图 6 双环表面



Fig.7 Triangulating result of close screwy pipe surface
图 7 封闭螺旋管表面三角划分结果

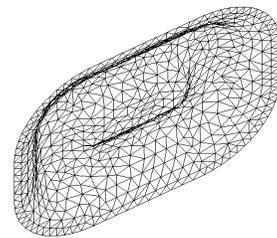


Fig.8 Triangulating result of punched part surface
图 8 冲压件表面三角划分结果

5 结束语

本算法不需要对离散点集所对应的自由曲面进行分片,可直接在 3D 空间根据离散点对应曲面的形态变化逐层推进生成三角网格,具有计算稳定、适应性强等优点,生成的三角网格形态优良,布局合理,已在逆向工程实物测量造型工作中得到了较好的应用。

References:

- [1] Cignon, P., Montani, C., Scopigno, R. DeWall: a fast divide and conquer delaunay triangulation algorithm in E^d . CAD, 1998, 30(5):333~341.
- [2] Choi, B.K., Shin, H.Y. Yoon, Y.I., *et al.* Triangulation of scattered data in 3Dspace. Computer-Aided Design, 1988,20(5):239~248.
- [3] Zhou, Xiao-yun, Zhu, Xin-xiong. A survey of triangulation methods for scattered data points. Journal of Engineering Graphics, 1993,1:48~54 (in Chinese).
- [4] Ke, Ying-lin, Zhou, Ru-rong. A new triangulation algorithm for 3D scattered points. Journal of Computer-aided Design & Computer Graphics, 1994,6(4):241~248 (in Chinese).

附中文参考文献:

- [3] 周晓云,朱心雄.散乱数据点三角剖分方法综述.工程图学学报,1993,1:48~54.
- [4] 柯映林,周儒荣.实现 3D 离散点优化三角划分的三维算法.计算机辅助设计与图形学学报,1994,6(4):241~248.

Research on the 3D Triangulation Algorithm for Scattered Data Points on Multiple Connected Surface*

XIAO Shuang-jiu, QIU Ze-yang, ZHANG Shu-sheng, YANG Hai-cheng

(National Laboratory of CAD/CAM, Department of Aircraft Manufacturing Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

E-mail: xsjiu99@263.net

Abstract: After analyzing the feature of open surfaces, simple close surfaces and multiple connected close surfaces, a 3D triangulation algorithm which doesn't need partition the surface is proposed in this paper. In the 3D triangulation process, the triangular net spreads from the boundary of triangulated field to untreated field, and finally covers the whole surface. This algorithm can apply to the scattered data points on open surfaces, simple close surfaces and multiple connected close surfaces. The experimental results show that this algorithm can satisfy foundation for the surface reconstruction in the next step.

Key words: reverse engineering; freeform surface; scattered data point; triangulation; boundary edge; boundary loop

* Received July 10, 2000; accepted October 16, 2000

Supported by the National High Technology Development 863 Program of China under Grant No.863-511-942-007