

演化多任务优化研究综述*

李豪¹, 汪磊¹, 张元侨¹, 武越², 公茂果¹

¹(西安电子科技大学 电子工程学院, 陕西 西安 710071)

²(西安电子科技大学 计算机科学与技术学院, 陕西 西安 710071)

通信作者: 公茂果, E-mail: gong@iecc.org



摘要: 演化多任务优化研究利用种群进行优化搜索、借助任务间遗传信息的迁移达到多任务同时处理的目的。演化多任务优化被认为是继单目标优化、多目标优化后的第三种问题优化研究范例,是近年来计算智能领域兴起的一大研究热点。演化多任务优化算法模拟自然界选型交配和垂直文化传播的生物文化现象,通过任务间和任务内的知识迁移来促进多个优化任务各自的收敛。对近年来演化多任务优化领域的研究进展做出了系统总结:首先,引入了演化多任务优化问题的概念,给出了其相关的5个定义,并从知识迁移优化的角度对这一问题做出阐述;然后,详细介绍了演化多任务优化算法的基本框架,总结了这一算法近年来的改进情况和基于这一算法框架下其他经典算法的实现情况;之后,对演化多任务优化算法的学术、工程应用情况做出了较为完整的归纳介绍;最后,指出了演化多任务优化领域目前存在的主要问题和挑战,并对这一方向的进一步发展做出了展望。

关键词: 演化多任务; 知识迁移; 文化基因计算

中图法分类号: TP301

中文引用格式: 李豪, 汪磊, 张元侨, 武越, 公茂果. 演化多任务优化研究综述. 软件学报, 2023, 34(2): 509-538. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6704.htm>

英文引用格式: Li H, Wang L, Zhang YQ, Wu Y, Gong MG. Survey of Evolutionary Multitasking Optimization. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2023, 34(2): 509-538 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/6704.htm>

Survey of Evolutionary Multitasking Optimization

LI Hao¹, WANG Lei¹, ZHANG Yuan-Qiao¹, WU Yue², GONG Mao-Guo¹

¹(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

²(School of Computer Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: Evolutionary multitasking optimization focuses on population-based search and solves multiple tasks simultaneously via genetic transfer between tasks. It is considered as the third problem optimization paradigm after single-objective optimization and multi-objective optimization, and has become a hot research topic in the field of computational intelligence in recent years. The evolutionary multitasking optimization algorithm simulates the biocultural phenomena of assortative mating and vertical cultural transmission in nature, which leads to the improved convergence characteristics of multiple optimization tasks with inter-task and intra-task transfer knowledge. This study gives a systematic review of the research progress in evolutionary multitasking in recent years. Firstly, the concept of evolutionary multitasking optimization is introduced and its related five definitions are given. This problem is also explained from the perspective of knowledge transfer optimization. Secondly, the basic framework of the evolutionary multitasking optimization algorithm is introduced in detail. The improvement of it and the implementation of other algorithms based on it are presented. Finally, the application in academic and engineering of this algorithm is summarized. At last, the existing challenges in the field of evolutionary multitasking optimization are pointed out and an outlook is presented for the further development of this direction.

Key words: evolutionary multitasking; knowledge transfer; memetic computation

* 基金项目: 国家自然科学基金(61906146, 62036006); 陕西省高校科协青年人才托举计划(20210103); 中央高校基本科研业务费专项资金(JB210210)

收稿时间: 2021-06-28; 修改时间: 2021-09-05, 2022-04-14; 采用时间: 2022-05-09; jos 在线出版时间: 2022-07-22

演化算法(evolutionary algorithms)是一类受到生物界进化思想启发的随机优化方法,其依据的核心思想是达尔文主义自然选择、适者生存的原则^[1]。基于这一原则,演化算法借助一定数量个体组成的群体进行优化,是一种基于种群搜索策略的算法。在一个随机初始化的种群上,个体进行多代的遗传、变异、自然选择等操作,保留更加适应环境的优良个体、淘汰相对不适应的个体,实现遗传物质的不断优化更新。演化算法的一大特征就是基于上述种群搜索策略产生的隐式并行性,能够自动并行地在多个区域进行优化搜索,指导整个种群进入更有潜力的搜索区域。对比传统优化方法,演化算法具有杰出的优化能力,被广泛应用在科学理论研究、工程项目优化的方方面面,取得了令人鼓舞的效果^[1-3]。然而,尽管已经发现了演化算法中隐式并行性具有的强大潜力,但此前的演化算法却只能同时针对一个问题进行优化,对隐式并行性的利用还远远不够。随着信息社会的不断发展,面对学术工程的不同领域,无论是问题的规模、要求解决的速度还是问题的复杂性等都更加富有挑战性,亟待能够处理复杂优化问题的演化算法出现。另外,近年来云计算、物联网等前沿技术发展迅猛。对于这类新技术,一个不可逃避的问题是,来自多个用户的多个请求往往需要得到同时处理,这也是传统演化算法无法进行解决的。

考虑到现实社会的需要,提出一种能够进行多个任务同时优化的算法迫在眉睫。可以注意到:对于同一时间进行着的不同任务,人类大脑能够自然而然地对它们进行处理。比如:当我们观看一段视频时,大脑可以同时完成对声音和图像的接收处理;当我们驾驶车辆时,我们一边观察路况一边把控车速和方向...通过把要进行处理的多个任务分配到大脑的不同功能区域,人类获得了多任务同时处理的能力,这启发着研究人员向人类智力寻求灵感。同时,由于现实世界中的问题往往不会独立存在,而是和其他问题具有千丝万缕的联系,并且在它们之间存在广泛的相似性,这就为多任务间利用共享信息进行有效的知识迁移过程提供了可能。实现算法多任务优化的能力,通过知识迁移促进多任务共同优化的效率和质量,一直是进化计算领域相关研究人员长期追求的目标。

演化多任务优化的提出,有效地实现了上述目标,旨在通过利用多个优化任务间的共享知识促进各任务的收敛。在文献[3]中,Gupta等人提出了多因子优化(multifactorial optimization, MFO)问题,并将其作为演化多任务优化的研究范例。这里的“多因子”意味着:在多任务优化问题中,每一任务都作为其中一个独立的影响因子对整个种群的进化过程起作用。为了验证该研究范例的合理性并对其进行有效解决,Gupta等人在文献[4]中进一步提出了实现演化多任务优化的算法——多因子进化算法(multifactorial evolutionary algorithm, MFEA)。MFEA的提出,受到多因子遗传的生物文化模型^[5-7]的启发,模拟自然界选型交配和垂直文化传播的现象,依据基因和文化因素的相互作用进行不同任务间知识的迁移。在MFEA中,每一任务除去拥有一个基因知识块(“genes”)外,还各自拥有一个文化知识块(“memes”),多任务即意味着多个基因以及文化知识块的共存^[4]。这些共存的知识块共同构成了多任务环境下统一的遗传物质库。MFEA正是基于上述特征实现了任务间遗传物质的有效发掘利用,能够以很高效的方式进行共享知识的迁移。

自MFEA在2016年被提出以来,演化多任务优化就受到了进化计算领域相关研究人员的密切关注。在世界进化计算领域的年度盛会IEEE Congress on Evolutionary Conf.(CEC)上,每年都有学者就演化多任务优化算法的相关理论作报告,同时举办了多场这一方向相关的比赛,引起了与会者的热烈讨论和持续关注。由于演化多任务优化算法的逐步改进和应用范围的扩大,CEC更是在2021年增设了演化多任务优化领域的特别单元分会。学术文献方面,依托谷歌学术资源数据库,截止2022年4月底,当以“evolutionary multitasking”作为关键词进行检索时,发现被引用最多的3篇论文依次为文献[4](373次)、文献[8](202次)和文献[9](151次),被引用最多的3位学者依次为Abhishek Gupta、Yew-Soon Ong和冯亮。这些现象表明,演化多任务优化已逐步成为进化计算领域的一大主流研究方向。同时,为了使读者快速厘清演化多任务优化领域重要文献间的相互引证关系,我们借助文献调研工具Connected Papers,对文献[4]进行了基于共同被引和书目耦合的相似性分析,得到了41篇最具代表性文献间的引证关系网络,如图1所示。在图1中,两篇文献的被引以及参考文献重合度越高,则计算出的关联度指标越高,此时认为这两篇文献更加相似。更加详细的文献参引信息,建议读者在Connected Papers开源网站自行获取学习。

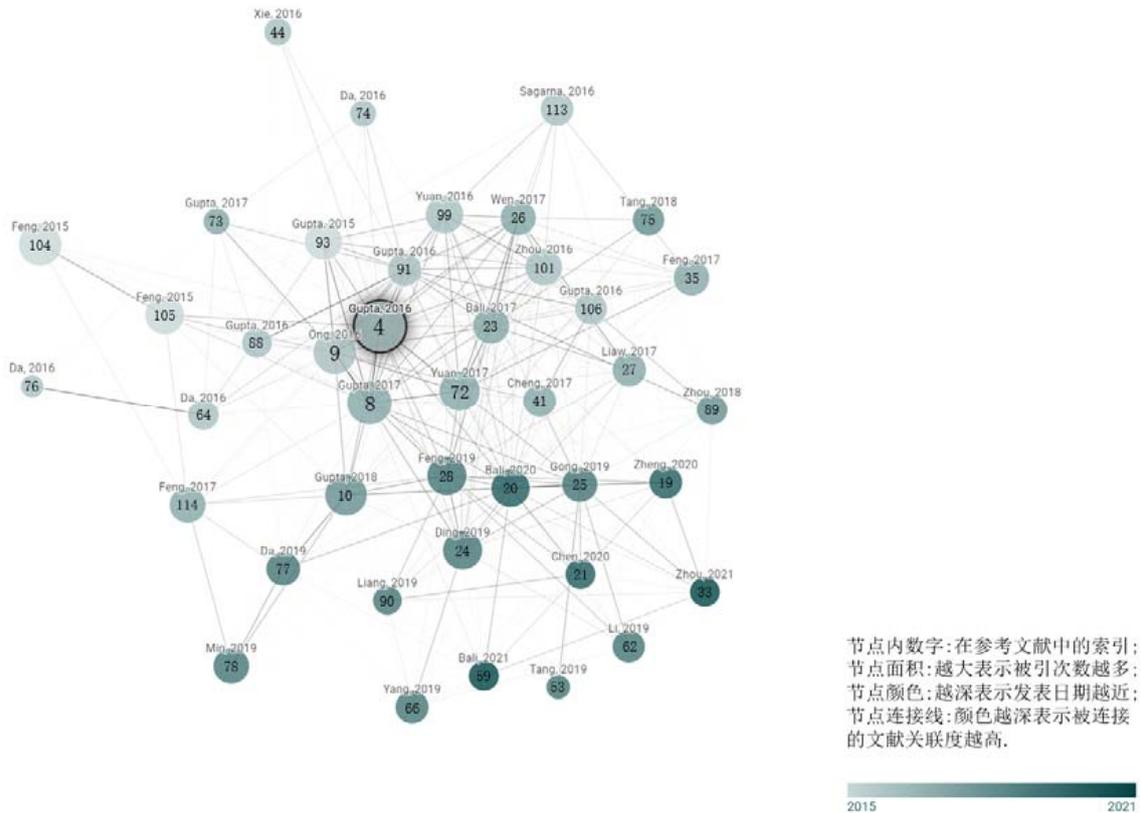


图 1 代表性文献引证关系图

据我们所知: 由于 MFEA 提出的时间较迟, 国内外关于演化多任务优化的综述类文章很少. Gupta 等人^[10]在进行关于迁移优化的综述时, 将多任务优化作为实现迁移优化的一种形式进行了介绍. 徐庆征等人^[11]在 2018 年从 MFEA 的生物学基础、算法流程、典型应用等角度, 系统总结了前人的理论和应用成果. 距他们发表这一综述已 3 年有余, 这 3 年来, 演化多任务优化又得到了进一步的发展, 无论是算法的基础理论还是应用实践都取得了一定的新进展, 出现了一些新特点. 我们认为: 有必要对该领域作一次全面的总结分析, 供相关研究人员随时参照, 方便他们后续的研究工作. 衷心希望本文所做的工作能够对演化多任务优化领域的发展做出一点绵薄的贡献.

本文对近 5 年来演化多任务优化领域的研究情况作了较为详细的总结. 第 1 节给出多任务优化问题的数学描述, 引入演化多任务优化问题的概念, 给出其相关的 5 个定义, 并从知识迁移优化的角度做出进一步解释. 第 2 节详细介绍演化多任务优化算法的基本框架结构, 并对近几年来针对这一算法的改进情况做出系统总结. 第 3 节介绍基于演化多任务优化算法框架下其他经典算法的实现情况. 第 4 节列举演化多任务优化算法在不同学术工程领域的应用情况. 第 5 节对全文进行总结, 并就演化多任务优化的进一步发展提出我们自己的看法.

1 演化多任务优化问题概述

1.1 多任务优化问题的数学描述

考虑在某多任务环境下存在 K 个任务待优化. 不失一般性, 假设它们都是最小化问题, 且享有同等的处理优先权. 第 j 个任务记为 T_j , T_j 在其搜索空间 X_j 中的目标函数为 $f_j: X_j \rightarrow \mathbb{R}$. 每个任务还可能被几个等式或不等

式约束,同时满足所有约束的解为可行解.在此定义下,多任务优化问题可以表述为

$$\begin{cases} \arg \min_x \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_{K-1}(x), f_K(x)\} \\ \text{s.t. } g_j^m(x) \leq 0, m=1, 2, \dots, p \\ h_j^n(x) = 0, n=1, 2, \dots, q \end{cases} \quad (1)$$

可以发现,多任务优化的最终目标即为求得解 $x=\{x_1, x_2, \dots, x_{K-1}, x_K\}$. 在这里, x 是一个 K 维的决策矢量,其中, x_j 为任务 T_j 在其搜索空间 X_j 中的可行解; $g_j^m(x) \leq 0 (m=1, 2, \dots, p)$ 定义了任务 T_j 的 p 个不等式约束; $h_j^n(x) = 0 (n=1, 2, \dots, q)$ 定义了任务 T_j 的 q 个等式约束.

1.2 演化多任务优化问题

Gupta 等人将演化多任务优化问题开创性地描述为演化计算领域一种新的问题优化研究范例——MFO 问题,以区别于单目标优化(single-objective optimization, SOO)问题^[12]和多目标优化(multiobjective optimization, MOO)问题^[13]. 不同于 SOO 问题优化一个标量目标值、MOO 问题优化一个矢量目标函数以找到所有目标函数的最优平衡点, MFO 问题旨在利用一个单一的演化种群实现对公式(1)所示多任务优化问题的有效解决. 它能充分利用基于种群搜索的问题的隐式并行性,发掘不同任务潜在的互补特性,使每一任务都在多任务环境下同时得到尽可能的优化. 在 MFO 问题中,每一任务都作为多任务演化过程中的一个独立影响因子对整体的种群演化过程起作用(对于有 K 个任务的多任务优化问题,可以称其为 K 因子优化问题). MFO 问题的优化目的就是公式(1)进行求解以得到其最优解 $x=\{x_1, x_2, \dots, x_{K-1}, x_K\}$. 显然,这一最优解是使得所有 K 个任务都同时得到优化的最优解. MFO 问题的一大显著特征是:每一任务都对应一个独有的搜索空间(目标函数的搜索范围),这些全部的搜索空间可在多任务环境下共存,并被转化到一个统一的搜索空间 $Y (x=\{x_1, x_2, \dots, x_{K-1}, x_K\} \subseteq Y)$ 中进行表示,如图 2 所示.

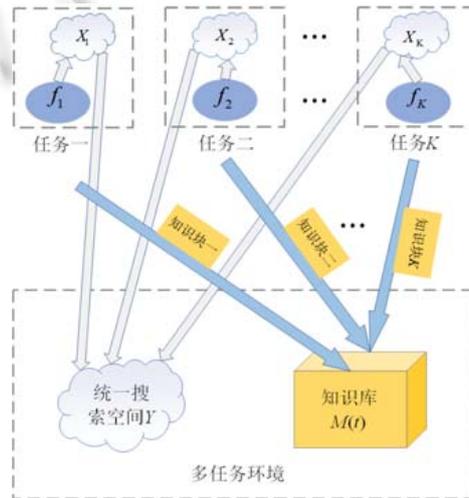


图 2 知识迁移角度下的多任务优化过程

MFO 问题要求进行演化的种群中,每一个体都是可以进行比较的(以达到优胜劣汰的进化选择目的). 由此, Gupta 等人给出了 MFO 问题的一系列定义. 假定一个种群 P 中有 $|P|$ 个个体,其中第 i 个个体表示为 p_i . 在这里,每一个体都可以被编码到统一的搜索空间 Y 中,并且也可以从统一空间 Y 解码到任意一个特定任务的搜索空间. 例如,个体 p_i 解码到第 j 个任务的搜索空间 X_j 的解可以表示为 $x_j^i (x_j^i \in X_j)$.

定义 1(因子损失). 个体 p_i 在任务 T_j 下的因子损失定义为 $\psi_j^i = \lambda \cdot \delta_j^i + f_j^i$, 其中, f_j^i 和 δ_j^i 分别为目标函数值和完全违背约束^[14], λ 为一个较大的惩罚系数. 由此,如果个体 p_i 对于任务 T_j 是完全可行的(此时,完全违背约束为 0),则有 $\psi_j^i = f_j^i$.

定义 2(因子排名). 个体 p_i 在任务 T_j 下的因子排名 r_j^i 指的是, 将任务 T_j 下所有个体的因子损失进行升序排列后 p_i 所处的序次. 当个体 p_e 和 p_f 在任务 T_j 下的因子损失相等时 ($\psi_j^e = \psi_j^f$), 则将二者随机排列. 此时, 由于 p_e 和 p_f 在任务 T_j 上的表现效果相同, 故将这两个个体称为 j -对应个体.

定义 3(标量适应度). 将个体 p_i 在所有任务下的因子排名构成的列表 $\{r_1^i, r_2^i, \dots, r_K^i\}$ 标量化, 简化为一个标量值 φ_i 进行表示. 定义该标量适应度 $\varphi_i = 1 / \min_{j \in \{1, \dots, K\}} \{r_j^i\}$.

定义 4(技能因子). 个体 p_i 的技能因子 τ_i 定义为在所有任务中, 个体 p_i 的因子排名最小(个体表现最好)的那个任务的序号(故 τ_i 实际上指示着某一个任务), 即 $\tau_i = \arg \min_j \{r_j^i\} (j=1, 2, \dots, K)$.

定义 5(多因子最优). 个体 p^* , 其在多任务环境下的目标函数为 $\{f_1^i, f_2^i, \dots, f_K^i\}$. 若 $\exists j \in \{1, 2, \dots, K\}$ 使得 $f_j^* \leq f_j(x_j) (\forall x_j \in X_j)$ 成立, 则认为这个个体 p^* 是多因子最优的.

其中, 定义 3 将个体的适应度标量化, 是为了能够对个体性能进行直接比较. 比较方式为: 给定两个个体 p_e 和 p_f , 如果有 $\varphi_e > \varphi_f$, 则认为在多因子环境下, 个体 p_e 支配个体 p_f , 并将这种支配关系表示为 $\varphi_e \gg \varphi_f$. 特别地, 如果两个个体的技能因子相同且又是 j -对应个体, 则称这两个个体为 j -强对应个体.

1.3 多任务优化问题的知识迁移角度阐述

Gupta 等人^[10]从知识迁移优化的角度对多任务优化问题进行了分析, 认为多任务优化问题具有模仿人类认知的迁移优化能力, 是一个随着知识经验的积累自动进行任务间学习迁移、以此实现多个任务同时得以优化的计算智能问题. 在多任务环境下, 每一个任务都对整体的优化过程贡献知识和经验. 想象从任务 T_j 中抽取的所有知识经验构成一个知识块 m_j , 那么这些所有任务的知识块汇聚起来就构成多任务环境下的一个知识库 M , 即 $M = \sum_{j=1}^K m_j$, 如图 2 所示.

特别需要注意的是: 不同于序列迁移^[10], 多任务迁移的知识库可以表示为一个随着时间持续变化的函数, 即定义为 $M(t)$. 这是由于在多任务环境下, 不同任务的知识块中包含的信息在进行优化的过程中会保持持续更新, 并且更新信息会随即应用到各任务上, 然后各个任务会再次利用这些信息使自身得到下一步的优化. 而且不同于序列迁移中知识只从先前任务向当前任务进行单向迁移, 多任务优化问题的迁移是全方向进行的. 这里的全方向可以理解为各个任务的知识经验可以向除自身以外的其他所有任务进行迁移. 此外, 相似性高的任务间虽然更有可能存在有利于其优化的有效知识, 但是也可以注意到: 如果所有任务之间的相似性都很高, 则知识库中信息的更新将很缓慢甚至趋于停滞(因为相似性高的任务进化出的新的知识经验十分有限). 所以考虑选取差异性较大的不同任务在同一个多任务环境下进行优化也是必要的(任务的差异性度量可参照文献[10]中介绍的方法). 同时, 随着优化过程中更新信息的不断加入, 知识库 M 逐渐增大, 这时去解决一个新的任务所需要的知识经验就越有可能包含在 M 中, 这一新任务就越有可能得到更好的优化. 平衡不同任务间的相似性和多样性, 无疑是进行多任务优化时一个十分关键的问题.

一个理想的迁移优化过程通常是指能够自动迁移有效信息(正迁移)、避免迁移无效或有害信息(负迁移)的过程. 如文献[10]中所述: 如果一个算法在任务 T_j 上的表现性能可以用一个标量值 $Q_i(T_j)$ 来度量, 那么满足 $Q_i^{multitask}(T_1, \dots, T_K | M(t)) - Q_i(T_1, \dots, T_K) \geq 0$ 这一条件时才能称之为多任务迁移优化. 即, 利用多任务算法处理多任务优化问题时的表现性能要优于利用传统单任务算法单独处理各任务时的性能.

2 演化多任务优化算法及其改进

2.1 演化多任务优化算法基本框架

多因子遗传的生物文化模型理论认为: 复杂的生物遗传性状取决于基因和文化两种因素间的相互作用; 两种因素紧密相依、缺一不可. MFEA 所基于的这一生物启发式的指导思想, 其实可以归类为文化基因计算理论^[15,16]的范畴. 按照这一理论, 在 MFEA 中, 从父代向子代迁移的基因和文化知识块分别称为“genes”和

“memes”。其中,基因知识的迁移是由遵循多因子遗传选型交配原则的交叉操作实现的,文化知识的迁移则主要是通过垂直文化传播的选择模仿策略实现的.进化生物学的垂直文化传播这一概念表明:子代个体的生物性状表现型不仅取决于自身继承的遗传物质,也受到其父代个体性状表现型的直接影响.因此,在考虑基于种群演化的算法时,不得忽视这一文化效应的重要作用.而纳入这种文化效应的主要手段就是创建垂直文化传播现象的计算模拟.此外,选型交配原则表明:个体更倾向于和自己具有相同文化背景的个体进行交配操作,这不仅是 MFEA 实现基因知识迁移的方式,也是其结合文化效应的另一手段. MFEA 的一大显著优势是:其是一种具有跨域优化能力的算法,可在多任务环境下对多个连续或离散优化问题同时进行处理.这一跨域优化能力是由一种解的统一表示策略实现的.这一策略通过将候选解的每一变量用 0 到 1 之间的随机键值进行编码^[17,18],从而将多任务环境下的每个任务都表示在一个统一的搜索空间中.在这个统一的搜索空间中,每一任务都贡献一个独特的文化因素,对种群进化产生其独特的影响.这一统一表示策略是 MFEA 的中心环节,也是区别于其他算法的一个显著特征. MFEA 的基本框架结构见算法 1.

算法 1. MFEA 的基本框架结构.

1. 随机产生 N 个个体,得到初始种群 P_0 ;
2. 在多任务环境中的每一任务上评价每一个体,并计算出每一个体的技能因子 τ_i ;
3. 当终止条件不满足时,进行:
 - i. 对当前种群 P_t 进行选型交配操作(参见算法 2),得到种群 C_t ;
 - ii. 对于种群 C_t 中的每一个体 c_i , 进行:
 - a. 根据垂直文化传播(参见算法 3),得到其技能因子 τ_i ;
 - b. 只在 τ_i 指示的任务上评价个体 c_i ;
 - iii. 结束以上循环;
 - iv. 由 $R_t = P_t \cup C_t$, 得到种群 R_t ;
 - v. 更新种群 R_t 中每一个体的标量适应度和技能因子;
 - vi. 从种群 R_t 中选出 N 个最优个体,构成下一代种群 P_{t+1} ;
4. 结束以上循环.

MFEA 的工作流程是从种群初始化开始的,将随机产生的 N 个个体视作初始种群 P_0 ,并将它们表示在统一空间中.统一空间的具体做法是:如果多任务环境下同时存在 K 个任务需要得到优化,假定第 j 个任务的维度为 D_j ,则定义统一空间的维度为 $D_{multitask} = \max_j \{D_j\}$.经过种群初始化后,每一个体获得一个具有 $D_{multitask}$ 维变量(变量范围在 0-1 之间)的矢量,这一矢量即被视作对应个体的染色体.并且规定:在处理第 j 个任务时,染色体上仅有前 D_j 维随机变量被用到.这一染色体编码方式不仅避免了多任务多目标问题容易出现的维度灾难,更重要的是,其使后续的基于种群的优化搜索和遗传物质的隐式迁移过程也有了实现的可能.可以发现, MFEA 的基本结构仍是一个标准的进化算法结构,但是为了满足多任务环境下同时优化多个任务的需要, MFEA 增加了技能因子和标量适应度这两大新概念.

算法 2 所示的选型交配原则表明,个体更倾向于和自己具有相同文化背景的其他个体进行交配.这一原则通过限制跨文化背景的知识迁移,避免了过度的种群多样性.可以发现:在 MFEA 中,不同的技能因子指示不同的任务,正是技能因子表示着个体不同的文化背景.当两个父代个体的技能因子相同时,它们进行同一文化背景内的染色体交叉操作.当父代个体的技能因子不同时,它们进行跨文化背景的染色体交叉操作或染色体变异操作;此时,具体进行交叉操作还是变异操作产生子代则取决于预设的随机交配概率 rpm . MFEA 利用 rpm 的设置平衡搜索空间的“利用”与“探索”,也利用其控制任务间知识迁移的程度规模.可见:在 MFEA 中,参数 rpm 的设置至关重要.如果具有不同技能因子的父代个体成功进行了染色体交叉操作,则认为任务间的隐性知识迁移过程也随之发生了.

算法 2. 选型交配.

输入: 从当前种群中随机选取的两个父代个体 p_a 和 p_b ;

输出: 子代个体 c_a 和 c_b .

1. 生成一个 0-1 之间的随机数 $rand$;
2. 若 $\tau_a == \tau_b$ 或 $rand < rmp$ 任一条件成立, 则进行: 对父代个体 p_a 和 p_b 执行交叉操作, 得到子代个体 c_a 和 c_b ; 否则进行:
 - i. 对父代个体 p_a 执行变异操作, 得到子代个体 c_a ;
 - ii. 对父代个体 p_b 执行变异操作, 得到子代个体 c_b ;
3. 结束以上判断.

执行选型交配操作时, MFEA 采用了模拟二进制交叉(simulated binary crossover, SBX)算子. SBX 算子的一个特点是, 通过其进行染色体交叉操作产生的子代个体有很大的概率靠近父代个体所在的空间位置. 这一特点正是多任务优化过程所需要的. 如图 3 所示: 两个父代个体 p_1 和 p_2 , 分别具有技能因子 τ_1 和 τ_2 ($\tau_1 \neq \tau_2$). 利用 SBX 算子对 p_1 和 p_2 在二维统一空间中执行染色体交叉操作, 产生两个子代个体 c_1 和 c_2 . 可以发现: c_1 靠近 p_1 、 c_2 靠近 p_2 . 这也可以解释为: c_1 继承了 p_1 的大部分遗传物质、 c_2 继承了 p_2 的大部分遗传物质. 此时, 如果出现 c_1 继承了 p_2 的技能因子且在 τ_2 对应的任务上进行评价、 c_2 继承了 p_1 的技能因子且在 τ_1 对应的任务上进行评价的情况, 就认为在这两个任务间发生了隐性知识迁移. 并且, 如果发现 τ_1 对应任务的遗传物质对 τ_2 对应的任务有促进作用(或者 τ_2 对应任务的遗传物质对 τ_1 对应的任务有促进作用), 那么就认为这一迁移过程是有益的定向迁移过程.

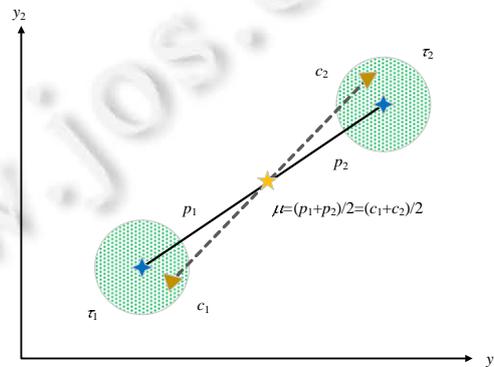


图 3 利用模拟二进制交叉算子产生的子代个体

在 MFEA 中, 给子代个体分配技能因子的方法是根据垂直文化传播的思想设计的(参见算法 3). 选择模仿的策略是实现垂直文化传播的最主要形式. 根据这一策略, MFEA 新产生的子代个体随机模仿其任一父代个体、继承其技能因子. 随后, 对子代个体的评价过程仅仅在其继承的技能因子指示的这一任务上进行(这一任务最有可能是子代个体表现最好的那一个任务), 而无需在所有任务上进行. 通过这一选择模仿策略, 对于一个 K 因子的多任务优化问题, 函数评价过程带来的计算量减少了 K 倍, 极大地减轻了 MFEA 的计算负担. 此外, 如算法 1 所示, MFEA 在选择构成下一代种群的个体时, 是基于一种适应度值比较的精英选择策略进行的, 确保了最优的 N 个个体在代际间自然选择时能够存活下去.

算法 3. 根据选择模仿方法的垂直文化传播.

输入: 子代个体 c (由算法 2 可知, 个体 c 要么有两个父代个体 p_a 和 p_b , 要么有一个父代个体 p_a 或 p_b);

输出: 经过评价的子代个体 c .

1. 若个体 c 有两个父代个体 p_a 和 p_b , 则进行:
 - i. 生成一个 0-1 之间的随机数 $rand$;
 - ii. 若 $rand < 0.5$, 则进行: 个体 c 模仿父代个体 $p_a \rightarrow$ 只在 τ_a (p_a 的技能因子)指示的任务上评价个体 c ;
 - iii. 否则进行: 个体 c 模仿父代个体 $p_b \rightarrow$ 只在 τ_b (p_b 的技能因子)指示的任务上评价个体 c ;

- iv. 结束以上判断;
2. 否则, 进行: 个体 c 模仿其单一父代个体 p_a 或 $p_b \rightarrow$ 只在 τ_a 或 τ_b 指示的任务上评价个体 c ;
3. 结束以上判断;
4. 将所有未经评估的任务对应的因子损失设置为无穷大.

2.2 演化多任务优化算法的改进情况

演化多任务优化算法灵活、高效, 是知识迁移思想结合在问题优化领域的一大突破性进展. 但是随着拟优化问题规模和复杂性的不断提高, 传统 MFEA 出现了一些不适用于问题解决的不足之处. 针对这些不足, 产生了一系列基于 MFEA 的改进算法. 这些算法从不同研究方向着手, 力图对演化多任务算法的表现性能和优化效率进行改善. 这些改进工作可以总结为以下 6 个方向.

- (1) 迁移过程的自适应控制策略;
- (2) 转换搜索空间的研究;
- (3) 计算资源分配机制;
- (4) 多演化机制共生策略;
- (5) 染色体交叉算子的动态选择方案;
- (6) 迁移解的确定机制.

下面将对这 6 个方向逐一进行介绍.

2.2.1 迁移过程的自适应控制策略

在多任务环境下, 任意两个任务之间的相似程度是不同的. 解决其中一个任务对解决另一个任务的有利程度, 恰恰取决于二者之间的相似程度. 然而, 传统的演化多任务优化算法在进行任务间的知识迁移时, 并没有足够充分地考虑不同任务间的相似性大小, 而是根据预先手动设定的参数进行迁移. 这种迁移方式中, 迁移程度的设置是盲目的, 在实际问题优化过程中会阻碍相关任务间有效信息的利用共享. 为了解决这一问题, Zheng 等人^[19]在传统 MFEA 知识迁移策略的基础上进行改进, 设计了一种能够对知识迁移程度进行持续动态调节的演化多任务优化(a self-regulated EMTO, SREMTO)算法. 这一算法能够根据任务间不等的、随着搜索过程不断变化着的相似性自动调整跨任务的知识迁移程度, 促进了任务间互利信息的高效共享. SREMTO 算法对传统 MFEA 知识迁移策略的改进涉及以下几个方面.

- 首先, 对技能因子的概念做出延伸, 定义了能力矢量这一概念. 较之技能因子仅仅指示个体最佳表现任务, 能力矢量能够反映个体在所有任务上的表现能力;
- 其次, 提出了基于能力矢量、通过概率的方式对种群采样进行任务分组的方法. 当一个个体同时在不同的几个任务上都表现得很好时, 那么这一个体就会被同时分到相应的多个任务组. 不同任务组别的相似性越高, 那么就意味着有越多的个体在这些任务组别中同时存在, 即任务组别间的重叠程度越高. 因此, 任务组别间的重叠程度反映着任务间的相似性;
- 再次, SREMTO 算法中, 后代繁殖的过程是在各组别内部独立进行的, 且任务间的知识迁移是在任务组别间的重叠个体中进行的, 某一组别中个体的繁殖与其他组别无关. 这一方式取代了 MFEA 中随机交配概率 mp 的手动设置过程, 确保了任务间知识迁移的程度正相关于任务间的相似程度;
- 最后, 子代个体会随机继承父代个体中某一方的能力矢量, 并在这一能力矢量指示表现良好的任务上进行个体评价. 这一方法在 SREMTO 算法中被称为基于能力矢量的子代个体知识迁移策略, 突破了知识迁移过程只能通过父代交叉操作实现的局限性.

值得强调的是, 任务分组和个体能力矢量在进化过程的每一代都会得到更新. 这意味着任务组别间的重叠程度会随着任务间不断变化的相似程度持续更新, 以此实现不同任务间知识迁移程度的动态自适应调节.

演化多任务优化算法的性能很大程度上取决于拟优化任务间存在的相似性, 利用好这些相似性, 会对优化过程发挥积极的协同作用. 但是任务间的相似程度往往不能预先明确判断, 在优化过程中, 知识的负迁移有很大风险占据主导, 从而严重损害算法的优化效果. 为了解决这一问题, Bali 等人^[20]提出了一种新型的基于

数据驱动的演化多任务优化算法框架 MFEA-II, 其可通过在线学习(实时动态地学习)的方式实时追踪不同任务间的相似性、自动控制不同任务间知识迁移的程度大小, 大大增强了传统 MFEA 的性能. Bali 等人指出, 演化算法的一大优势就在于其能够进行足够灵活的数据表示. 将演化算法与概率模型理论结合的方式通常展现出巨大的问题优化潜力, 这也是 MFEA-II 在线学习方法基于的核心思想. Bali 等人从概率模型的角度分析阐述演化多任务优化问题, 指出: 只要按照一定原则正确结合从各任务中提取的概率模型, 就能实现任务间有效、充分的知识迁移过程, 极大地抑制了负迁移的不利影响. 不同任务间知识迁移的程度取决于混合模型的混合系数. 为了促进正迁移、减少负迁移, 就要持续在线地学习并不断调整混合系数, 使不同任务的概率模型混合取得最优. 此外, 传统 MFEA 中, 不同任务间的知识迁移程度主要取决于随机交配概率 mp 的设置, 而 MFEA-II 将这一控制迁移程度大小的参数扩大到一个对称矩阵 RMP 的形式. 同时, 根据演化搜索过程中产生的数据反馈持续在线地对 RMP 矩阵进行调整, 避免了盲目的手动调参过程和因此带来的计算负担. MFEA-II 这一基于数据驱动进行 RMP 矩阵在线学习的方式, 使得种群进化过程中各任务概率模型始终保持在最优混合分布, 极大地降低了知识负迁移发生的风险.

Chen 等人^[21]分析指出了传统 MFEA 存在的两大显著问题, 并针对这两大问题给出了相应的解决方案, 在此基础上形成了一种新的演化多任务优化算法(many-task evolutionary algorithm, MaTEA). MaTEA 利用多个子种群处理多个任务, 其主要创新是能够及时地获知任务之间的关系, 并据此对知识迁移过程做出动态的调整. 第 1 个问题是: 传统 MFEA 在进行同时处理的任务数量较多的情况下, 其表现出的算法性能往往不太理想. Chen 等人指出: 造成这一问题的原因主要是, 现有 MFEA 中的知识迁移策略不够灵活, 不能在复杂多任务环境下提供实时的信息反馈以对迁移过程做出调整. 为了解决这一问题, MaTEA 运用一种自适应的选择策略, 根据不同任务间的相似性(根据 KL 散度^[22]进行相似性度量)和演化过程中持续收集的信息反馈, 动态更新每一任务选择其他不同任务进行知识迁移的可能性, 进一步选出最适合的任务与当前任务发生迁移行为. 通过上述策略, MaTEA 可以发掘更多的有用迁移知识, 使得多任务间互助优化的优势更加明显. 第 2 个问题是, 现存 MFEA 要求进行优化的多个任务必须同时发生. 然而, 这一要求在实际应用中其实是很苛刻的, 要处理的多个任务产生的顺序往往有先后. 针对这一问题, MaTEA 将演化过程中不同任务产生的相关信息记录下来作为外部存档, 并将这些存档信息用于后续的相似性度量中. 这一基于存档的知识迁移策略能够对不同时发生的多个任务进行同时优化处理, 极大地增强了演化多任务优化算法的实际应用能力.

2.2.2 转换搜索空间的研究

在同时处理具有较高相似性的多个任务时, 通过统一搜索空间实现有效的知识迁移过程, MFEA 展现了出色的多任务优化能力. 然而随着任务间相似度的降低, MFEA 在处理低相关或不相关任务时, 效果会明显下降; 此时, 不同任务间遗传物质的迁移变得对优化过程有害, 知识负迁移的风险显著增高. 知识负迁移会造成演化过程中解的质量严重下降, 使得知识有效迁移的优势不能得以展现, 各任务最终难以得到优化. 在多任务演化算法处理低相关或不相关任务时, 为了增强知识的正迁移优势, 缓解负迁移的不利影响, 改善算法面对这类情况时的表现性能, Bali 等人^[23]将机器学习和多任务学习领域的线性域适应(linearized domain adaptation, LDA)方法结合到演化多任务优化算法 MFEA 中, 构建了一种新的演化多任务算法框架——LDA-MFEA. 这一算法可将一个简单任务的搜索空间转换到要与其进行同时处理的复杂任务的高度相似空间中, 并在其中进行解的表示. LDA-MFEA 通过这一线性域适应的知识迁移过程, 使得同时优化低相关任务成为可能. 上述多任务优化线性域适应过程可用以下例子进行说明: 有两个维度分别为 D_1 和 D_2 的任务 T_1 和 T_2 , 其中, T_1 是简单任务、 T_2 是复杂任务, 两个任务的高度不相关. 假设两任务对应的全部解的矩阵分别为 A 和 B . 首先, 分别将 A 和 B 中的全部解按照适应度值进行升序排列(这一过程的作用是提高任务间的相似性), 然后推导出一个线性变换矩阵 $M=(A^T A)^{-1} A^T B$, 再作 $A'=A \cdot M$ 变换, 将矩阵 A 的搜索空间转换到一个更高阶的矩阵 A' 的复杂空间中进行表示. 此时, A' 和 B 的搜索空间高度相似. 通过这一线性变换过程, 就能让多任务优化过程中简单任务种群中的个体与复杂任务种群中的个体进行染色体交叉操作(为了仅研究交叉操作对知识迁移带来的影响, 该算法没有进行变异操作). 这一交叉操作实现了低相关任务间的知识迁移过程, 解决了 MFEA 处理

低相关任务时效果差的问题。

包括 MFEA 在内的传统演化算法, 在优化求解过程中需要对大量的个体适应度进行评估。利用这些算法处理昂贵优化问题时, 常常是过于耗时并占用过多计算资源。受知识迁移优化思想的启发, Ding 等人^[24]设计了决策变量转换和决策变量重组两大策略, 在 MFEA 的基础上进行改进, 形成一种新的通用多因子进化算法(a generalized MFEA, G-MFEA), 实现了知识从计算简单问题向计算复杂问题的迁移过程, 促进了昂贵优化问题的求解。决策变量转换策略解决了不同任务的最优解不在同一位置(最优解相互分离)的问题。这一最优解的分离缺陷为演化过程带来了过度的多样性, 同时也严重拖慢了算法收敛的速度。决策变量转换策略通过将不同任务的最优解所在的空间映射到一个新的空间, 调整这些最优解分布的位置, 使它们最终得以收敛到同一位置。通过这一搜索空间转换策略, G-MFEA 实现了增强种群多样性和加速种群收敛这两个目的平衡。此外, 决策变量重组策略的提出是为了解决多任务优化问题中不同任务具有不同数目的决策变量的问题。这一策略不仅能够改变染色体上决策变量的排列次序, 使得任一变量都等可能地与其他任务进行知识迁移共享, 还能够利用相应的有用信息替换掉未被使用的多余决策变量。G-MFEA 正是通过将 MFEA 与这两大策略相结合, 提升了多任务优化过程中知识迁移的效率和质量, 促进了将演化多任务优化算法应用到昂贵问题上的优化求解过程。

2.2.3 计算资源分配机制

传统的演化多任务优化算法习惯上对每一任务分配等量的计算资源。然而, 由于不同任务的计算复杂度不同, 这种等量分配的方式不仅会造成计算资源的严重浪费, 还会在计算资源有限的情况下导致算法性能的严重下降。Gong 等人^[25]提出了一种结合动态资源分配策略的演化多任务优化算法(a novel evolutionary multitasking algorithm with dynamic resource allocating strategy, MTO-DRA), 其能根据不同任务的需要自适应地向这些任务分配不等的计算资源, 极大地改善了传统演化多任务优化算法的性能。需要强调的是, MTO-DRA 采用的计算资源分配策略是基于在线分配的方式, 即根据优化过程中实时的信息反馈动态调整计算资源的分配。可以注意到: 在多任务优化过程的中后期, 简单任务往往更早地逼近最优值, 伴随着较小的改善指标(index of improvement, IoI), 而复杂任务往往具有较大的改善指标。利用这一特征, MTO-DRA 将 IoI 作为判断下一阶段各任务计算资源需要的指标。MTO-DRA 还采用结合差分进化理论的多种种群进化算法框架, 将整个种群划分为对应不同任务的多个子种群。在进化过程中, 根据各子种群的实时信息反馈计算出它们的改善指标 IoI, 然后在资源分配周期, 根据各任务的 IoI 值进行相应的计算资源分配; 分配到计算资源的任务才会在下一代中得到进化。此外, 为了进一步对任务间和任务内的计算资源进行合理分配, MTO-DRA 还通过自动调整学习参数 LP (learning parameter) 的方式, 动态分配种群中不同个体进行任务间或是任务内的搜索。

MFEA 可以有效实现任务间的知识迁移, 并通过知识迁移的实现反过来提高算法的效率。在种群演化过程的早期阶段, 这一作用表现得十分明显。但是可以注意到: 随着演化过程的进行, 在某一个时间节点之后, 由于不同任务的适应度范围差异较大, 往往会出现阻碍迁移信息利用、消耗过多计算资源的情况。Wen 等人^[26]将知识迁移变得失效、开始阻碍信息利用的这个时间节点称作分离点, 并提出一种利用累计分散率指标(accumulated survival rate of divergents, ASRD)检测分离点的方法。他们在传统 MFEA 的基础上, 结合资源重新分配机制构建了一种具有资源重分配能力的演化多任务优化算法(multifactorial evolutionary algorithm with resource reallocation, MFEARR), 利用这一新算法促进了整个演化过程迁移信息的发掘利用, 提高了解的质量。在 MFEA 中, 遗传信息的迁移是通过对应不同技能因子的不同子种群中父辈个体间的染色体交叉操作实现的; 而不同子种群的个体间发生交配的概率是通过一个预设的参数 rmp 控制的。这意味着, rmp 间接决定了 MFEA 中适应度评估过程带来的计算资源消耗。在 MFEA 中, 子代个体的产生方式有 3 种: 由具有相同技能因子的父辈个体交叉变异产生、由具有不同技能因子的父辈个体交叉变异产生、由单一父辈个体克隆并变异产生。其中, 上述第 2 种方式被称为发散方式。可以发现: 在演化过程早期, 利用分散方式产生子代个体可以获得较高的个体适应度, 且对整个演化过程有利; 但是随着演化过程的进行, 子种群易于陷入自己的适应度范围, 导致分离点的出现, 从而损害整个演化搜索过程。此时, 任务间的迁移知识不能得到充分利用, 仍使用

分散方式产生子代个体就会造成资源浪费. MFEARR 正是通过计算资源重新分配策略, 在检测到分离点时使 mp 趋于 0, 让利用分散方式产生子代个体的过程趋于停止, 这样就使得任务间的知识迁移过程不再进行, 使得计算资源得以保留下来.

2.2.4 多演化机制共生策略

Liaw 等人^[27]指出了利用 MFEA 处理多任务优化问题时存在的几个问题.

- 首先, 由于不同任务的搜索范围和问题本身性质的不同, 随机交配概率 mp 的设置不能使所有任务都同时满足最优条件, 其值的确定常常是困难的;
- 其次, 当要进行优化的任务数量较少时, MFEA 表现出的效果很好; 但是随着任务数量的增加, 在处理大规模多任务优化问题时, 算法效果很不稳定;
- 再次, 对于诸如蚁群优化算法、分布估计算法等基于模型的演化算法, 由于 MFEA 缺少将它们适合解决的不同问题结合起来一起处理的方法, 要进行基于这些不同算法演化机制共存的多任务优化是不可能的.

为了解决这些问题, Liaw 等人提出了共生生物群落演化(the evolution of biocoenosis through symbiosis, EBS)的算法. 区别于 MFEA 不同任务对应的种群都利用同一演化机制达到进化的目的, 在 EBS 算法中, 每一任务对应的子种群都利用一种不同的演化机制加以进化. 所有任务的子种群共同构成整个生物群落, 并在不同任务间的信息迁移、互相作用中构成共生关系. 在种群演化过程中, EBS 算法创建了一个候选池, 用来将利用不同演化机制处理不同任务时产生的子代个体集合起来, 在其中进行进一步的子代个体知识迁移过程. 同时, 为了更有效地控制任务间知识迁移的过程, EBS 算法还采用了动态调整子代个体评估概率的方式.

Feng 等人^[28]指出, 现有的演化多任务优化算法大多都是基于一种相同的演化模式, 即通过染色体交叉变异操作、以隐性遗传迁移的形式实现不同任务间知识迁移的过程. 然而, 这一模式对于任务间的知识迁移程度是很难控制的, 并且不能有效利用不同演化搜索算子中包含的多种形式的搜索偏差(例如, 不同的交叉算子会带来不同程度的位置偏差和分布偏差等^[29]), 丧失了利用不同搜索偏差促进演化效率的机会. 由于不同的优化任务具有自身独特的属性, 为了更好地促进多任务问题的优化求解, 就需要根据不同优化任务的特点为其配置具有不同搜索偏差的不同演化机制^[30,31], 而不是像传统 MFEA 中所有任务都依据同一种演化机制进行优化. 出于这一动机, Feng 等人提出了一种通过显性遗传迁移的方式实现多任务优化目的的新算法——EMT via explicit autoencoding, 大大增强了传统演化多任务优化算法的性能. EMT via explicit autoencoding 算法利用去噪自编码器, 以问题解集的形式显式地控制任务间的知识迁移过程. 同时, 其不再将不同任务的解表示到一个统一的搜索空间中, 而是对每一任务都用一种独特的解的表示方法加以行表示, 之后再利用具有不同搜索偏差的不同演化机制同时求解不同任务. 与传统的采用单一求解机制的演化多任务优化算法相比, EMT via explicit autoencoding 能够按照不同优化任务的特点属性, 灵活应用不同演化机制下不同搜索策略带来的各种形式的搜索偏差, 以此提升多任务优化问题的求解效率.

2.2.5 染色体交叉算子的动态选择方案

在 MFEA 框架下, 任务间的知识迁移是通过具有不同技能因子的个体进行染色体交叉操作实现的. 因此, 交叉算子的选择对于 MFEA 的性能表现至关重要. 在以往的研究工作中, 提出了多种实现染色体交叉操作的算子: 对于连续优化任务, 有单点交叉、两点交叉、均匀交叉、模拟二进制交叉等算子; 对于组合优化任务, 则有顺序交叉、部分匹配交叉等算子^[32]. 采用不同交叉算子进行染色体交叉操作会产生不同的搜索偏差. 在进行演化多任务优化时, 对于不同的优化任务, 不同的交叉算子在进行任务间的知识迁移时表现出的效果必定不同, 选用任何单独的一种交叉算子都不可能所有优化任务上取得最好的效果. 但是, 现有的演化多任务优化算法及其改进算法却都是在整个演化搜索过程中固定使用同一种交叉算子. 为此, 考虑设计一种灵活、高效的染色体交叉操作方案, 对于提高 MFEA 的算法搜索能力和多任务间的知识迁移效果来说十分必要. Zhou 等人^[33]研究了不同的交叉算子如何对 MFEA 的多任务优化能力产生影响, 在此基础上提出一种具有自适应知识迁移能力的演化多任务优化算法(MFEA with adaptive knowledge transfer, MFEA-AKT). 在整个演化

搜索过程中, MFEA-AKT 能够针对不同优化任务的特点, 按照实际需要动态地选择不同的交叉算子. 需要说明的是, 这种选择行为是基于演化过程中持续收集到的反馈信息自动做出的. 具体地说: 在 MFEA-AKT 中, 每一个体都会被分配一个迁移交叉指示指标(a transfer crossover indicator, Tci). Tci 会决定每一个体使用哪种交叉算子进行染色体交叉操作产生子代; 同时, MFEA-AKT 又会根据每一代新产生子代个体的质量反馈信息对 Tci 持续加以更新.

2.2.6 迁移解的确定机制

MFEA 处理演化多任务优化问题的一个基本前提是: 多个任务之间存在大量有用的迁移知识, 并且能够通过共享它们实现知识的正迁移过程. 这一前提是实现多个任务间相互促进、高效优化的关键要素. 可见: 如何找到更具迁移价值的解、实现更广泛、有效的知识正迁移过程, 是改善 MFEA 性能的一个重要问题. 在传统 MFEA 中, 参与任务间知识迁移的个体数量是通过预设参数 *rpm* 控制的, 这使得每一个体等可能地被选作迁移解. 但是可以发现, 并不是所有被选中的迁移解都对要优化的任务有所助益, 这种等可能选择迁移解的方式阻碍了更多有用迁移知识的发掘利用. 基于以上问题, Lin 等人^[34]提出一种高效的演化多任务优化算法 EMT/ET. 在 EMT/ET 中, 如果某个解在其目标任务上是非支配解, 则认为这个解进行了正迁移过程. 同时, 在这个实现正迁移的解存在的原始搜索空间中, 其基于欧式距离度量下的邻近解则被选作下一代种群迭代中的迁移解. 这是因为, 这些邻近解比起其他非临近解来说, 更有可能实现知识的正迁移过程. 通过上述迁移解的确定机制, EMT/ET 实现了对优化任务间迁移知识更高效的发掘利用, 提升了演化多任务优化算法的收敛速度和优化质量.

本文就以上 6 个方向下的算法改进情况进行了归纳总结, 见表 1.

表 1 MFEA 改进情况分类汇总表

改进方向类别	算法	采取的改进策略	实现的效果
迁移过程的自适应控制策略	SREMTO	1. 定义能力矢量; 2. 基于概率方式进行任务分组; 3. 在任务组别内独立繁殖; 4. 基于能力矢量的知识迁移策略	避免了MFEA通过手动调参控制知识迁移程度的盲目性, 可根据任务间的相似程度实现迁移程度的动态自适应调整
	MFEA-II	1. 结合概率模型理论, 取得各任务混合模型的最优混合系数; 2. RMP矩阵在线学习方式	实时追踪任务间的相似性, 自动控制任务间知识迁移的程度, 极大地降低了知识负迁移发生的风险
	MaTEA	1. 自适应的选择策略; 2. 基于外部存档的知识迁移策略	充分发掘有用的迁移知识, 改善MFEA在要处理任务数量较多时算法性能不佳的情况, 并能对同时发生的任务进行同时优化处理
转换搜索空间的研究	LDA-MFEA	基于线性域适应的搜索空间转换策略	解决了MFEA在处理低相关任务时效果差的问题
	G-MFEA	1. 决策变量转换策略; 2. 决策变量重组策略	实现知识从计算简单问题向计算复杂问题的迁移, 能够有效节约计算资源、促进昂贵优化问题的求解
计算资源分配机制	MTO-DRA	1. 在线分配的计算资源分配策略; 2. 结合差分进化的多种群进化框架; 3. 学习参数LP的自动调整方式	根据不同任务需要自适应地分配不等的计算资源, 保证在计算资源有限的情况下算法性能不受影响地解决在演化后期知识迁移失效的问题, 在节约计算资源的同时, 促进全演化过程迁移信息的发掘利用
	MFEARR	1. 基于累计分散率生存率指标的分离点检测方法; 2. 计算资源重新分配策略	
多演化机制共生策略	EBS	1. 共生生物群落演化机制; 2. 基于候选池的知识迁移过程; 3. 动态调整子代个体评估概率方式	避免MFEA通过手动调参控制迁移程度的盲目性, 可将对应不同问题的不同演化算法结合起来同时优化, 解决将MFEA应用于大规模多任务优化问题时效果差的问题
	EMT via explicit autoencoding	1. 基于去噪自编码器的显式迁移; 2. 基于不同搜索偏差的多演化机制共生策略	可根据不同任务的特点、配置基于不同搜索偏差的演化机制进行优化求解, 有效提升算法的优化效率

表 1 MFEA 改进情况分类汇总表(续 2)

改进方向类别	算法	采取的改进策略	实现的效果
染色体交叉算子的动态选择方案	MFEA-AKT	基于迁移交叉指示指标的交叉算子动态选择方案	突破MFEA固定使用一种交叉算子实现交叉操作的局限性, 使交叉算子的选择考虑到不同优化任务的特点, 提高了算法的灵活性
迁移解的确定机制	EMT/ET	基于支配关系和距离度量的迁移解确定机制	改变MFEA等可能选择迁移解的方式, 合理确定更具迁移价值的解, 实现更广泛、有效的知识迁移过程

3 基于演化多任务优化算法框架下的经典算法实现

在近年来对演化多任务优化问题的相关研究中, 出现了不少力图在演化多任务优化算法的基本框架下对其他进化计算领域经典算法进行实现的工作. 这些工作充分发掘 MFEA 和其他经典算法的潜在优势, 利用不同算法的独特运行机制提升 MFEA 应用于多任务优化问题时求解的效率和效果, 并对 MFEA 自身工作机制的改进和算法性能的改善提供了帮助.

3.1 MFEA框架下PSO算法的实现

为了研究以隐性遗传迁移为知识迁移形式的 MFEA 的通用性, 探索其基于不同种群搜索机制实现多任务优化的可能性, Feng 等人^[35]首次将多因子优化的概念与粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法相结合, 提出了多因子粒子群优化(multifactorial particle swarm optimization, MFPSO)算法, 实现了在多任务环境下利用 PSO 算法同时优化多个任务的可能. PSO 算法^[36]是一种通过种群中个体之间的协作和信息共享寻找最优解的演化算法. 对比其他遗传算法, PSO 算法具有其独特的个体更新方式, 也由此带来了更加出色的种群进化效果. 为了研究并利用 PSO 算法独特的演化搜索机制, MFPSO 算法设计了新的基于 PSO 算法更新方法的选型交配策略, 与此同时, 保留了 MFEA 中的其他方法和结构. 这一新的更新策略可以描述为: 在更新粒子处于 i 的速度时, 生成一个 0-1 之间的随机数. 当这个随机数小于随机交配概率 rpm 时, 则在 PSO 算法速度更新公式中添加与粒子 i 具有不同技能因子的全局最佳个体对应的加权项; 否则, 当这个随机数大于 rpm 时, 按照 PSO 算法的原始速度更新公式更新粒子 i 的速度.

基于学习的信息共享机制是 PSO 算法最主要的特征, 也是其优于其他遗传算法的主要原因. 然而, Feng 等人提出的 MFPSO 算法并没有足够充分地利用这种信息共享机制, 其存在的主要问题是: 在种群进化过程中, 个体的最佳位置并不会得到更新, 从而阻碍了任务间的有效知识迁移过程. 为此, Zhang 等人^[37]提出了任务间学习的多因子粒子群优化(MFPSO with inter-task learning, MFPSO-ITL)算法, 通过线性结合当前任务的个体最佳位置和另一任务中的个体最佳位置进行个体位置的更新操作.

然而, MFPSO-ITL 算法中通过这一位置更新操作实现任务间学习的方式主要利用到了个体经验, 而对任务间的经验利用十分有限. 此外, 上述两种 MFPSO 算法中, 控制任务间知识迁移程度的参数在整个种群进化过程中都是固定不变的. 然而, 不同的每两个任务之间知识迁移的程度应该是不同的, 并且应当随着种群进化的过程不断改变. 基于以上需要, Tang 等人^[38]提出了一种自适应的多因子粒子群优化(adaptive MFPSO, AMFPSO)算法. AMFPSO 算法通过将模拟二进制交叉理论和一种新提出的粒子速度更新方法相结合, 形成了一种新的任务间搜索机制, 并通过这一机制极大地扩展了 MFPSO 算法的知识经验利用范围. 此外, AMFPSO 算法中还设计了一种对任务间知识迁移控制参数自适应调整的策略, 其能根据进化过程中实时的性能反馈不断调整任务间知识迁移的程度, 使得算法设置始终适应问题优化过程的需要.

程等人^[39]充分挖掘了 PSO 算法的隐式并行性, 并基于合作的协同进化理论, 在单任务竞争性粒子群优化(competitive PSO for single-tasking, CPSOS)算法的基础上建立多任务协同进化框架. 他们以 PSO 算法为优化器, 在每一子种群上(子种群数量即为多任务环境下的任务数量)都独立运行 CPSOS, 并通过手动设置的参数控制不同任务间知识迁移的程度, 形成了一种能够提高各任务解的质量、加速各任务收敛的多任务处理协同进化粒子群(co-evolutionary PSO for multitasking, CPSOM)算法. 此外, 为了进一步挖掘 PSO 算法的隐式并行

性,使其更高效地应用于演化多任务优化问题,程等人^[40]在 CPSOM 算法的基础上再次做出改进,提出了信息交互多任务粒子群(information exchange PSO for multitasking, IEP-SOM)算法.这一算法保留了 MFEA 中的技能因子、因子等级等参数,同时引入种群间信息交互和种群内信息交互这两种信息交互方式.在整个种群迭代过程中,IEP-SOM 算法都让最合适的个体参与求解与之对应的最合适的任务.这一方式促进了子种群间知识的有效迁移过程,使不同任务种群中的个体在优化过程中相互助益.

本文对基于 MFEA 框架下 PSO 算法的实现情况进行了归纳总结,见表 2.

表 2 基于 MFEA 框架下 PSO 算法的实现情况汇总表

算法	采取的方法策略	实现的效果	相关工作
MFPSO	基于 PSO 算法更新方法的新颖选型交配策略	首次实现了在多任务环境下利用 PSO 算法进行多任务优化的目的	Refs.[35,37-44]
MFPSO-ITL	基于个体经验的个体位置更新操作	进一步挖掘 PSO 算法的信息共享机制,解决 MFPSO 个体最佳位置不更新的问题	
AMFPSO	1. 基于模拟二进制交叉和新的粒子速度更新方法的搜索机制; 2. 知识迁移控制参数自适应调整策略.	对 MFPSO-ITL 仅利用个体经验进行任务间学习的方式做出改进,补充对任务间知识经验的利用,扩展了 MFPSO 算法知识经验利用范围,同时能够对任务间知识迁移的程度进行自适应控制	
CPSOM	基于 CPSOS 算法的多任务协同进化框架	在每一子种群上独立运行 CPSOS,提高了各任务解的质量、加速了各任务的收敛	
IEP-SOM	种群间和种群内的信息交互方式	在 CPSOM 算法基础上做出改进,让最合适的个体求解最合适的任务	

3.2 MFEA 框架下 DE 算法的实现

MFEA 框架是一种基于种群搜索策略的、以隐性遗传迁移为任务间知识迁移形式的演化搜索框架;DE 算法^[45]是一种用于解决连续优化问题的简单有效的演化算法.较之其他遗传算法,DE 算法在种群演化过程中具有其自身独特的个体更新方式,应用在优化过程中比较灵活、高效.Feng 等人^[35]为了探索 MFEA 框架基于不同种群搜索机制时实现多任务优化的可能性,进一步拓展了 MFEA 框架的适用范围,突破性地多因子优化的思想与差分进化(differential evolution, DE)算法相结合,在此基础上提出了多因子差分进化(multifactorial differential evolution, MFDE)算法.MFDE 算法充分利用 DE 算法独特的演化搜索机制,在保留 MFEA 框架中其他方法策略的基础上,设计了一种新的基于 DE 算法进行个体更新的选型交配策略.这一新提出的个体更新策略可以这样描述:在要更新个体 i 的变异向量时,随机生成一个 0-1 之间的数.当这个随机数小于随机交配概率 mp 时,则在 DE 算法的变异向量更新公式中利用与个体 i 技能因子不同的其他两个随机个体进行变异向量的更新;否则,按照 DE 算法的原始变异向量更新公式对个体 i 的变异向量进行更新.据我们所知,MFDE 算法首次实现了在多任务环境下,利用 DE 算法同时处理多个优化问题的目的.

在 MFDE 算法中,知识迁移是通过具有不同技能因子的个体进行变异向量的更新实现的.一般认为,DE 算法存在 5 种不同形式的变异策略,不同的变异策略具有不同的搜索属性,不可能存在某种变异策略对于任何类型的优化问题都同时最适用的情况.而文献[35]中将 DE/rand/1 作为唯一一种实现知识迁移的变异策略,放弃了对其余 4 种策略的利用,这实际上是很不合理的.为此,Zhou 等人^[46]在利用现有的 5 种变异策略的同时,又设计了一种能够根据搜索过程实时信息反馈自动调整变异行为的变异策略 DE/best/1+ ρ ,并研究了利用不同的变异策略实现知识迁移时对 MFDE 算法性能的影响.Zhou 等人发现,不同的变异策略对于 MFDE 算法中的隐性知识迁移施加的影响确实不尽相同,并通过实验验证了所提出的 DE/best/1+ ρ 策略较之其他变异策略对于 MFDE 算法知识迁移过程带来的改善效果.

Chen 等人^[47]提出一种多任务框架下的快速文化基因多目标差分进化(memetic multi-objective differential evolution, MM-DE)算法,以提升多任务环境下应用 DE 算法处理复杂问题时的效果.Chen 等人首先设计了一个种多种群多任务演化框架(multi-population multi-tasking evolutionary framework, MMEF),MM-DE 算法就是在 MMEF 的框架下,结合一种具有自适应能力的多目标差分进化算法 JADE^[48]和一种局部自适应搜索策略而

形成的. 其中, MMEF 将整个种群划分为对应任务数量的相应几个子种群, 并设计了一种称作迁移学习交叉 (transfer learning crossover, TLC) 的交叉操作, 用以实现子种群间的知识迁移. 对比 MFEA 基本框架中的交叉操作, TLC 通过预设的一个参数来选择用于产生子代的父代个体. 这一方式不仅可以保持演化过程中的种群多样性, 还可以通过预设的参数控制子种群间的知识迁移程度. 此外, MM-DE 算法中结合的局部自适应搜索策略通过对解所在的区域进行采样达到解的微调更新, 使得个体的区域信息得到充分利用, 同时提升了算法的搜索性能.

此外, Jin 等人^[49]设计提出了一种通用多任务差分进化 (general multitasking DE, MTDE) 框架, 并利用这一框架对差分进化算法中 3 种变异操作进行了横向对比研究, 同时对基于基向量和基于差分向量的两种知识重用策略进行了实验对比. 实验结果表明, 基于基向量的知识重用策略在所有 3 种变异操作中都优于基于差分向量的知识重用策略. Liang 等人^[50]提出了基于子空间联合和自适应差分进化的多目标多任务演化算法 (multiobjective EMT algorithm based on subspace alignment and self-adaptive differential evolution, MOMFEA-SADE), 在演化过程中持续收集每种差分进化搜索策略产生的非支配解的频次, 并以此作为历史演化经验, 动态调整不同变异向量更新策略在不同演化阶段的选择使用. 这种基于历史演化经验自适应地选择差分进化更新策略的方式十分灵活、高效, 能够充分利用差分进化算法的优势对多任务优化问题进行解决. Zheng 等人^[51]提出了差分进化多任务优化算法 DEMTO, 这一算法结合基于多种群的演化多任务优化算法框架, 让差分进化算法作为优化器在每个子种群中独立搜索. 并在此基础上设计结合了一种基于随机替换的高效知识迁移策略. 在解决某一任务时, 用全部其余任务各自的当前最优解随机替换这一任务子种群中相同数量的更新变异向量, 在维持计算量基本不变的前提下, 提高了知识迁移的效率.

本文对基于 MFEA 框架下 DE 算法的实现情况进行了归纳总结, 见表 3.

表 3 基于 MFEA 框架下 DE 算法的实现情况汇总表

算法	采取的方法策略	实现的效果	相关工作
MFDE	基于 DE 算法更新方法的新颖选型交配策略	首次实现了在多任务环境下利用 DE 算法进行多任务优化的目的	Refs. [35, 46, 47, 49–53]
MFDE with DE/best/1+ ρ	自动调整变异行为的变异策略 DE/best/1+ ρ	对 MFDE 将 DE/rand/1 作为唯一变异策略的模式进行改进, 所提出的 DE/best/1+ ρ 策略对算法知识迁移效果带来了很大改善	
MM-DE	1. 多种群多任务演化框架; 2. 多目标差分进化算法; 3. 局部自适应搜索策略	保持了种群多样性, 通过对解所在区域进行采样达到解的微调, 使得个体的区域信息得到充分利用, 提升了算法的搜索性能	
MTDE	1. 对 3 种变异操作进行对比; 2. 对基于基向量和差分向量的知识重用策略进行实验对比	验证了基于基向量的知识重用策略在所有 3 种变异操作中都优于基于差分向量的知识重用策略	
MOMFEA-SADE	基于历史演化经验的更新策略自适应选择方法	进一步挖掘差分进化算法的优势, 使算法应用在多任务优化问题上时更加灵活、高效	
DEMTO	1. 基于多种群的 MFEA 框架; 2. 基于随机替换的知识迁移策略	在维持计算量基本不变的前提下提高了知识迁移的效率	

3.3 MFEA 框架下 MOEAs 的实现

对于多目标优化问题 (multiobjective optimization problems, MOOPs) 的求解, 对比传统方法按目标序列依次求解获得最优解集的方式, 多目标演化算法 (multiobjective evolutionary algorithms, MOEAs) 充分利用了基于种群搜索的隐式并行性, 通过获取达到所有目标最优平衡点的解集的方式, 在多目标优化问题领域展现出巨大的优势和潜力. 但是, 诸如非支配排序遗传算法 NSGA-II^[54]、NSGA-III^[55, 56]、MOEA/D^[57]、SPEA2^[58] 等的多目标演化算法都只能在同一时间解决唯一一个多目标优化问题, 缺少同时解决多个多目标优化问题的算法. 为了能够有效优化多任务环境下的多目标优化问题, 更深入地研究利用基于种群搜索策略的隐式并行性, Gupta 等人^[8]将多目标优化与演化多任务优化的概念相结合, 提出一种多目标多因子优化 (multiobjective multifactorial optimization, MO-MFO) 问题的范式. 在这种范式中, 每一个多目标优化问题都被视作多任务环

境下的其中一个对整体演化过程起作用的影响因子. 为了有效解决新提出的 MO-MFO 问题, Gupta 等人在 MFEA 的框架基础上结合广受欢迎的 NSGA-II 算法, 进一步提出多目标多因子进化算法(multiobjective multifactorial evolutionary algorithm, MO-MFEA), 使得基于种群搜索算法的隐式并行性得到了充分发挥. MOOPs 和 MO-MFO 的主要区别在于: MOOPs 寻求得到所有目标解的一个最优平衡, 而 MO-MFO 问题则力图使得多任务环境下的每一多目标任务都得到尽可能的优化. MO-MFEA 中关于种群成员个体排序、子代产生和评价的方式、统一搜索空间的构建、隐性遗传迁移机制的具体细节等请可参阅文献[8].

Bali 等人此前提出的基于数据驱动的多任务优化算法框架 MFEA-II 仅仅用于解决单目标优化问题^[20], 而对多目标优化问题的解决无能为力. 基于 MFEA-II 的框架基础, Bali 等人^[59]进一步结合 NSGA-II 算法提出了多目标多因子认知多任务演化算法 MO-MFEA-II, 用于进一步有效解决多任务环境下的多目标优化问题. MO-MFEA-II 算法使用 RMP 矩阵代替随机交配概率 rpm , 并通过在线学习 RMP 矩阵的方式, 自适应地控制多任务环境下每两个任务间知识迁移的程度. 同时, MO-MFEA-II 也可以理解为从概率建模的角度重新定义的多目标多因子演化框架, 即: 通过量化不同多目标优化任务搜索分布的重叠区域来捕捉任务间的相似程度, 并以此作为依据来动态调整不同任务间知识迁移的程度. MO-MFEA-II 通过这一方式极大地提升了传统 MO-MFEA 的性能.

将演化多任务优化算法应用于解决多目标优化问题时, 在不同多目标优化任务之间的相似程度较高时才会取得较好的效果. 但是拟优化任务间的相似程度往往是难以预先判断的, 这种盲目性往往会造成知识的无效迁移甚至负迁移. 同时, 现有的多目标多任务演化算法对于演化过程中非支配解的历史经验利用不足, 这也严重损害了算法的性能. 为了解决以上问题, Liang 等人^[50]提出了基于子空间联合和自适应差分进化的多目标多任务演化算法 MOMFEA-SADE. 区别于传统 MFEA 中的自编码方法, 子空间联合的方法基于主成分分析(principal component analysis, PCA)的方式学习一个变换矩阵, 并利用这一变换矩阵将源子空间转换到目标子空间; 通过将任意两个产生选型交配关系的任务占据的子空间投射到一个共同区域, 建立起了不同优化任务之间的联系, 同时促进了知识的有效迁移. 在此基础上, Liang 等人将这种子空间联合的方法与自适应差分进化算法相结合, 动态调整差分进化算法中不同变异向量更新策略在不同演化阶段的选择使用, 有效地促进了 MOOPs 的优化求解过程.

基于分解的多目标进化算法(multiobjective optimization evolutionary algorithm based on decomposition, MOEA/D)^[57]在多目标优化问题的处理上展现出了出色的性能和高超的效率, 然而此前还没有工作尝试将基于分解的进化策略应用到 MO-MFO 问题的优化求解上. 为此, 么等人^[60]提出了一种基于分解策略的多目标多因子进化算法(multifactorial evolutionary algorithm based on decomposition strategy, MFEA/D). 通过初始化合组权重向量, MFEA/D 将多任务环境下的每个多目标优化任务都分解为一系列单目标子问题, 并在一个种群中同时优化这些所有的单目标子问题. MFEA/D 通过领域选择概率 δ 来确定父代个体的选择范围, 以此平衡任务间信息的探索和利用, 并通过随机交配概率 rpm 控制任务间的知识迁移的程度, 提高了 MO-MFO 问题的优化求解速度.

本文对基于 MFEA 框架下 MOEAs 的实现情况进行了归纳总结, 见表 4.

表 4 基于 MFEA 框架下 MOEAs 的实现情况汇总表

算法	采取的方法策略	实现的效果	相关工作
MO-MFEA	结合NSGA-II算法的演化多任务优化框架	首次实现了在多任务环境下利用 MOEAs进行多任务优化的目的, 充分发挥了基于种群搜索算法的隐式并行性	Refs.[8,47,50,58-78]
MO-MFEA-II	基于MFEA-II框架的NSGA-II算法实现	突破了MFEA-II仅用于解决单目标优化问题的局限性, 能够动态控制任务间知识迁移的程度	
MOMFEA-SADE	1. 基于PCA的子空间联合方法; 2. 结合自适应差分进化算法	避免传统MFEA控制知识迁移程度的盲目性, 充分利用基于非支配解的历史经验, 有效促进了MOOPs的解决	

表4 基于MFEA框架下MOEAs的实现情况汇总表(续)

算法	采取的方法策略	实现的效果	相关工作
MFEA/D	1. 基于MOEA/D的分解策略; 2. 基于领域选择概率的父代个体选择策略	首次实现将MOEA/D应用到MO-MFO问题上, 合理平衡任务间信息的探索和利用, 提高了MO-MFO问题的优化求解速度	Refs.[8,47,50,58-78]

3.4 MFEA框架下其他算法的实现

遗传编程(genetic programming, GP)^[79]继承了遗传算法(genetic algorithm, GA)的基本思想, 即从父代中择优选择个体繁殖子代. 但不同于遗传算法中基因长度固定的传统编码模式, GP算法的编码个体是计算机程序, 具备多样的表现形式. 传统GP算法主要分为处理单目标优化问题和处理多目标优化问题两大类, 但对于处理复杂情况下多任务问题的GP算法还没有被提出来. 为了填补这一空白, 拓展GP算法的应用范围, Zhong等人^[80]提出了多因子遗传编程算法(multifactorial GP, MFGP), 首次尝试使用单一种群实现多任务环境下的遗传编程. 由于传统MFEA的统一空间表示策略、基因编解码方式等机制往往不能直接应用到GP算法中, MFGP算法设计了一种基于自动定义函数的可伸缩染色体表示方法(scalable gene expression representation with automatically defined functions, SC-ADF), 可以灵活地对GP算法不同域问题中各种形式的解进行编码. 此外, 基于GP算法变体算法SL-GEP^[81]的演化多任务机制可以在演化搜索过程中同时兼顾知识迁移效率和解的质量, 大大增强了算法的性能.

不同于传统的元启发式算法直接在问题对应的解空间中进行搜索的方式, 超启发式(hyper-heuristics)算法^[82]旨在通过启发式算法选择启发式算法. 即: 在更高阶的搜索空间按照启发式算法的运行机制对一系列低阶启发式算法进行选择, 使得要进行处理的问题以最佳方式得以解决, 以此增强解的通用性和质量. 然而, 现存的超启发式算法仅仅适用于解决单任务优化问题, 对于现实生活中经常出现的复杂多任务优化问题无能为力, 这大大限制了超启发式算法的适用范围. Hao等人^[83]研究指出了超启发式算法和演化多任务优化算法的三大相似特征: 首先, 这两种算法都是在第三方的搜索空间中进行问题的优化, 取代了直接在对应问题的解空间中进行优化的模式; 其次, 超启发式算法中对应的高阶空间的算法机制和演化多任务优化算法的算法求解机制是基本一致的; 最后, 这两种算法都具有跨域优化的能力. 受这三大相似特征的启发, Hao等人结合演化多任务优化算法知识迁移、跨域搜索和超启发式算法高阶搜索的优势, 提出了一种基于图演化多任务的超启发式算法通用框架(evolutionary multitasking graph-based hyper-heuristic, EMHH), 将启发式算法的适用范围推向一个前所未有的水平. 具体地说, EMHH一方面赋予了超启发式算法同时优化多个任务的能力, 另一方面又使得演化多任务优化算法的统一表示策略能够拓展到超启发式空间. EMHH能够在更高阶的搜索空间中通过知识迁移的机制学习不同优化任务之间的潜在相似性, 以此加速各任务的收敛; 同时又大大增强了避免优化过程陷入局部最优的能力.

面对传统MFEA在局部区域收敛缓慢以及在处理高维问题时效果不佳的情况, Chen等人^[84]将MFEA与协同进化遗传算法(cooperative co-evolutionary genetic algorithm, CCGA)^[85]相结合, 同时利用基于拟牛顿法的局部搜索策略, 提出了一种基于协同进化文化基因理论的演化多任务单目标优化算法(evolutionary multitasking single-objective optimization based on cooperative co-evolutionary memetic algorithm, EMTSO-CCMA). 这一算法的核心思想同样是利用任务间的迁移知识加速所要优化问题的收敛过程. 与此同时, EMTSO-CCMA还利用协同进化理论将要处理的高维问题分解为一系列低维子问题, 并使这些子问题在不同演化搜索机制下进行信息迁移共享, 以此构成不同子问题间互相促进的共生关系, 使得利用MFEA高效、高质量地处理高维复杂问题成为可能.

自组织迁移算法(self-organized migrating algorithm, SOMA)^[86]是一种基于种群搜索的智能优化算法. 这一算法的提出受到社会生物学群体自组织行为的启发, 蕴含着潜在可利用的隐式并行性. 但是传统SOMA仅仅关注于同时解决唯一一个优化任务, 在多任务环境下的SOMA还未被研究提出. 为此, 程美英等人^[87]提出了信息筛选多任务优化自组织迁移算法(self-organized migrating algorithm for multi-task optimization with

information filtering, SOMAMIF), 实现了利用 SOMA 同时处理多个优化任务的目的. SOMAMIF 充分发挥利用 SOMA 基于种群搜索的隐式并行性, 并引入信息筛选机制, 将当前任务对应子种群之外的其余子种群作为优化信息的来源, 过滤无用信息而保留有用信息. 通过这一信息筛选机制, SOMAMIF 有效遏制了知识负迁移带来的不利影响, 在保证知识正迁移的同时, 不断对种群结构做出优化.

本文对基于 MFEA 框架下其他算法的实现情况进行了归纳总结, 见表 5.

表 5 基于 MFEA 框架下的其他算法实现情况汇总表

算法类别	算法	采取的方法策略	实现的效果	相关工作
遗传编程算法	MFGP	1. 基于自动定义函数的可伸缩染色体表示方法; 2. 基于 SL-GEP 的演化多任务机制	实现了利用单一种群进行多任务环境下的遗传编程, 能够同时兼顾知识迁移的效率和解的质量	Refs.[80,83,84,87-91]
超启发式算法	EMHH	1. 分析超启发式算法和 MFEA 的三大相似特征; 2. 基于图演化多任务优化机制	首次将超启发式算法应用于多任务优化问题, 使 MFEA 在高阶空间中学习任务间的相似特征, 加速任务收敛的同时, 避免陷入局部最优	
协同进化遗传算法	EMTSO-CCMA	1. 基于协同进化文化基因理论; 2. 基于拟牛顿法的局部搜索策略	解决 MFEA 在局部区域收敛缓慢以及在处理高维问题时效果不佳的问题	
自组织迁移算法	SOMAMIF	信息筛选机制	首次实现利用 SOMA 进行多任务优化的目的, 有效遏制知识负迁移带来的不利影响, 同时可不断对种群结构做出优化	

4 演化多任务优化算法的应用

演化多任务优化算法具有多任务同时处理和跨域优化的强大能力, 且在处理多任务场景下的复杂问题时蕴含巨大潜力. 近年来, 这一算法被初步应用在学术研究和实际工程优化的几个方面. 本节就演化多任务优化算法的相关应用情况做出归纳总结.

本文同时对这些应用情况涉及到的相关工作进行了分类汇总, 见表 6.

表 6 演化多任务优化算法应用情况分类汇总表

基于 MFEA 框架下实现的算法	相关工作
双层规划问题	Refs.[92,93]
最小最大优化问题	Refs.[94,95]
神经网络优化问题	Refs.[96-98]
组合优化问题	Refs.[61,99-106]
云服务器组合问题	Refs.[107,108]
稀疏重建问题	Refs.[62,109]
工业工程优化问题	Refs.[63,110-114]

4.1 双层规划问题

双层规划问题^[92]是指一个优化问题目标函数中的一组变量被约束为另一优化问题的最优解, 即一个优化问题的参数受限于另一优化问题的这样一类问题. 其中, 一般将前者称为外层规划问题, 将后者称为内层规划问题. 在现实生活中, 诸如交通规划、物流管理、复杂工程设计等一系列应用场景中都经常出现双层规划问题, 并且常常面临多个内层规划问题需要同时得到处理的复杂情况(每一内层规划问题对应为一个外层规划问题的候选解). 面对这些复杂情况, 采用传统方法解决往往既耗时又困难. Gupta 等人^[93]将演化多任务优化的思想结合到双层规划问题的求解过程中, 形成一种基于种群优化的双层规划问题. 这一问题形式旨在充分利用不同内层规划任务间的潜在相似信息, 以此加速收敛, 使得同时处理多个内层规划任务成为可能. Gupta 等人将 MFEA 与一种基本的嵌套双层演化算法(nested bi-level evolutionary algorithm, N-BLEA)相结合, 构建了多任务双层演化算法(multitasking bi-level evolutionary algorithm, M-BLEA). 在 M-BLEA 中, 演化过程的每一代都将外层规划问题对应的种群划分为几个组, 并让同组的任务在同一个多任务环境下进行优化(这是因为外层规划问题种群中, 邻近的成员对应的内层规划问题之间具有潜在的相似性). M-BLEA 同时将不同

内层规划任务对应的搜索空间转换到一个统一的遗传物质库中加以表示, 以编码遗传物质的形式实现不同任务间知识的充分迁移, 使得基于种群搜索的隐式并行性得到了充分利用.

4.2 最小最大优化问题

当拟设计的工程系统要求能够在多种场景下进行运行时, 系统的鲁棒性要求较之一般系统更高. 在实际应用中, 在某个场景下表现最优的系统却可能并不满足其他场景下的性能要求. 当我们将表现出性能最差的场景作为要优化的目标场景时, 这种系统优化的形式就被称作最小最大优化问题^[94]. 除了一般优化任务包括的决策空间, 最小最大优化问题还涉及到对场景空间的处理. 对于最小最大优化问题的解决, 传统优化方法要进行大量的函数评价过程, 这是很耗时且低效的. 另外, 目前出现一些研究工作尝试应用演化算法对这类问题进行解决. 但是, 这些算法都将不同解在最差场景下的搜索过程视作独立的优化过程, 没有考虑到解的相似性(决策空间中的相似解往往具有相似的最差场景), 使得不同个体的搜索过程独立、重复地进行, 不能互相利用有效的共享信息. Wang 等人^[95]发现: 可将不同解在最差场景下的搜索过程视作多任务环境下的不同任务, 演化多任务的优化机制刚好适用于最小最大优化问题的解决. Wang 等人结合演化多任务优化和代理模型理论各自的优势, 提出了代理模型最小最大多因子演化算法(surrogate-assisted minimax multifactorial evolutionary algorithm, SA-MM-MFEA), 将 MFEA 的函数评价过程用在场景-决策联合空间中建立 RBF 模型^[115]的方法进行替代, 有效解决了最小最大优化问题应对高维搜索空间和高计算负担时的挑战. 需要补充说明的是: 由于目前存在的模型管理策略不能直接应用到最小最大优化问题上, SA-MM-MFEA 还设计了一种利用统计假设检验的基于代际的模型管理策略以对代理模型进行管理.

4.3 神经网络优化问题

Chandra 等人^[96]将 MFEA 应用到神经网络优化问题上, 提出一种神经网络进化多任务学习(evolutionary multi-task learning, EMTL)算法. 这一算法将具有不同数量隐藏层神经元的网络拓扑结构视为不同的任务, 实质上也是将不同网络拓扑结构模块化, 将处理较简单问题的不同小型网络模块通过多任务学习的方法同时进行训练优化. 这样做可以实现不同网络模块间的知识迁移、充分利用它们之间的相关信息, 以此获得优化更加复杂的神经网络的能力. 这一过程的关键是将具有不同数量隐藏层神经元的网络结构进行统一表示. Chandra 等人发现: 由于基于种群搜索的演化多任务优化算法 MFEA 可将不同任务在统一的搜索空间中进行表示, 并能实现知识的自动迁移, 所以 MFEA 是实现这一类问题优化非常恰当的选择. 同时, Chandra 等人将提出的 EMTL 算法在 n 位奇偶校验问题的前馈网络上进行了实验验证, 证明其远优于单任务学习算法的效果. EMTL 算法在面对具有更多神经元的大型网络复杂任务时, 小型网络模块间的知识可以得到充分迁移, 使之具有优化复杂神经网络的能力.

多步前进预测问题^[116,117]旨在依据事件的当前发展趋势, 对基于时间序列的未来情况做出预测. 但是由于现实世界常常是混乱无序的, 存在许多不确定的干扰因素; 同时, 伴随着预测水平不断提升的客观需求, 做出符合预期的高准确率预测越来越困难. 多任务学习利用知识共享机制使得多个任务间达到互相促进的目的, 这一共享机制同时也是基于知识统一表示下的多任务并行学习机制. 利用协同进化理论“分而治之”的思想, 将一个问题分解为一系列子问题, 进而用以训练神经网络的算法被称为协同神经进化算法. 研究发现, 协同神经进化算法同样十分适用于解决时间序列预测问题. 在多步时间序列预测问题中, 可以将预测过程各步初始阶段作为不同子问题, 之后阶段的预测结果必然会受到之前阶段迁移知识的影响. 同时, 将演化多任务优化算法应用于 n 位奇偶校验问题前馈神经网络训练^[96]的这一工作, 也激发着研究人员将神经进化算法应用于时间序列预测问题中去. 出于以上动机, Chandra 等人^[97]采用重复预测的协同进化多任务学习算法, 利用先前阶段的预测信息进行未来阶段的预测. 在这种算法中, 在利用一种新的协同进化方法对神经网络进行训练的同时, 又保持了网络拓扑的模块化特征. 这一算法将不同预测阶段视作不同的任务, 同时借助神经网络保存不同任务产生的预测知识, 并将每一任务的预测知识视作多任务学习中要进行迁移的一个知识块, 用这些迁移知识进行之后阶段的信息预测.

为了有效应对诸如动态气旋风这样的极端自然灾害,设计一种鲁棒的动态预测模型迫在眉睫. Chandra^[98]进一步提出一种称作动态时间序列预测的算法. 对比问题维度和时滞固定不变的传统时间序列预测模型,动态时间序列预测模型可对不同数目输入特征或不同维度的问题做出合理预测. 由于不同输入特征的重叠信息需要一种统一的知识表示机制才能得以利用,这就自然而然地想到利用多任务学习的机制. 同时,协同进化算法可将神经网络分解为不同的子模块,让这些子模块在不同的子种群上进行优化,最终完成对时间序列预测问题的有效解决. 这里,演化多任务学习起到了增强神经网络模块性的作用,当某些模块出现问题时,不致使全局受到严重影响. Chandra 在文献[98]中将这种协同进化多任务学习算法应用于动态气旋风的预测上,是多任务学习和协同进化算法协同作用的又一次验证,为动态时间序列预测问题的处理提供了一个高效的模型.

4.4 组合优化问题

基于序列的组合优化问题(permutation-based combinatorial optimization problems, PCOPs)^[118,119]是一种以序列的方式进行解的表示的组合优化问题. 近年来,应用演化计算的方法处理 PCOPs 取得了一定的成果. 然而,传统的演化计算方法仅仅能够同时优化一个任务,对于现实生活中广泛存在的诸如多级供应链网络(supply chain networks, SCNs)这样需要同时进行多个任务优化的问题往往无法处理. Yuan 等人^[99]充分利用 MFEA 进行演化多任务优化的优势,使得同时处理多个 PCOPs 成为可能. Yuan 等人根据 PCOPs 的特点,并考虑了 4 种具体的 PCOPs 问题(旅行商问题(TSP)、二次分配问题(QAP)、线性排序问题(LOP)、车间调度问题(JSP)),在 MFEA 的基本框架上做出改进,设计结合了一种新的统一表示策略和一种新的幸存个体选择策略,以使 MFEA 更加适用于 PCOPs 问题的解决. 其中,新设计的统一表示策略在随机键表示策略的基础上,结合 PCOPs 的特点,以基于序列编码的方式进行解的统一表示,有效提升了算法的搜索效率. 新的幸存个体选择策略以基于等级选择的方法取代 MFEA 中根据标量适应度选择下代种群的策略,在保持算法性能的同时,大大降低了计算复杂性.

此前, Feng 等人提出的基于自编码器的显式演化多任务优化算法 EMT via explicit autoencoding 只关注于解决连续优化问题^[28]. 在文献[100]中, Feng 等人尝试将这一算法拓展应用到组合优化问题上来,并将路径规划问题(vehicle routing problem, VRP)^[120]作为组合优化问题的一种范例,同时提出一种新的显式演化多任务优化算法(explicit EMT algorithm, EEMTA)对此加以解决. EEMTA 通过最小化加权的 l_1 正则化重构误差来构建 VRP 间的稀疏映射关系,并通过学习一种基于距离矩阵的新的用户表示方法来获取问题间有用的迁移知识. 基于以上两种方法, EEMTA 就能通过简单的聚类和成对的距离分类过程产生目标 VRP 的解,并将这些解作为 VRP 间有效的迁移知识,进一步指导目标 VRP 的演化搜索过程.

有能力约束的车辆路径规划问题(the capacitated vehicle routing problem, CVRP)^[121]是组合优化问题中的一类基本问题,在实际生活中具有广泛的应用. 然而,直接应用 MFEA 中基于随机键值的统一表示策略和基于排序的解码操作解决多任务环境下的 CVRP 时具有一些明显的缺陷:首先,基于随机键值的统一表示策略过于简单,不能有效表示车辆路径规划问题的解;其次,基于随机键值的演化搜索过程无法充分考虑 CVRP 解码解的结构,会大大降低应用 MFEA 解决多任务 CVRP 的效果. 出于以上动机, Zhou 等人^[101]提出一种改进的基于序列的演化多任务优化算法(permutation-based multifactorial evolutionary algorithm, P-MFEA),用以有效解决多任务环境下的车辆路径规划问题. P-MFEA 采用一种基于序列的统一表示策略,其考虑到 CVRP 解的特点,能够对解进行有效的统一表示. 在这种基于序列的统一表示策略基础上, P-MFEA 进一步采用基于分离的解码操作,将 CVRP 的约束条件纳入考虑,同时将问题的解从统一空间转换到了 VRP 空间. 此外, Zhou^[102]进一步对众包模式下的车辆路径规划问题(vehicle routing problem with occasional drivers, VRPOD)^[122]做出改造,提出众包模式下带时间窗的异构车辆路径规划问题,将雇佣私家车的容量和成本差异纳入考虑. 同时,为了响应云优化器同时解决多个不同路径规划问题的要求,提出了基于排列的统一编码策略和路径信息交换方式的演化多任务优化算法,在多任务环境下处理 VRPOD 时,获得了更快的收敛速度和更高的解的质量.

随着全球范围内交通运输量的急剧增长,污染气体大规模排放对生态环境和人类健康带来的威胁不容小

觑。面对各国 CO₂ 减排和绿色货运的要求, 一类考虑燃料消耗和 CO₂ 排放量的车辆路径规划问题应运而生, 这类问题被称为污染路径问题(pollution-routing problem, PRP). PRP 的目的是实现包含劳动力、燃料和排放量函数项的总体成本函数的最小化(这些函数项主要取决于运输负载和运输距离两大因素). Rauniyar 等人^[103]将最小化 CO₂ 排放和最小化运输总距离作为 PRP 的两个优化目标, 在基于经典多目标算法 NSGA-II 算法的基础上, 提出一种新的 PRP 解决方案. 为了使算法获得同时优化多条路径的能力, Rauniyar 等人又在上述基础上结合 MFEA, 最终形成了一种多因子多目标污染路径问题优化算法, 促进了多路径优化同时快速收敛. 此外, 李等人^[61]将协同进化的思想与 NSGA-II 算法相结合提出的增强型非支配排序遗传算法 ENSGA-II, 也是出于优化低碳环境下车辆路径规划问题的目的. ENSGA-II 通过三角概率分布估算车辆速度, 综合考虑车辆速度、运输负载和运输距离等因素, 以最小化系统总成本和车辆周转时间为两个优化目标, 在同时优化多条路径的基础上, 有效降低了系统燃料消耗和碳排放.

4.5 云服务器组合问题

近年来, 云计算技术得到了前所未有的迅速发展. 云计算应用服务系统日趋复杂, 多用户并行的云服务需求不断增加, 传统的简单服务模式已不能满足现实需要. 服务组合技术就是面对这一现实需要提出的一种有效解决方案, 其能通过动态组合不同服务质量属性(quality of service, QoS)的原子服务, 在公共云端快速构建大规模分布式应用场景. 同时, 面对当前云计算服务组合(cloud computing service composition, CCSC)问题^[123]多用户并行查找、调用的复杂场景, 现有的服务组合算法没有考虑多用户请求间的相似性和共有特征, 难以保证预期的求解速度和解的质量. 基于以上动机, Bao 等人^[107]充分利用演化多任务优化算法隐性知识迁移的优势, 提出一种基于多任务的云服务器组合算法(evolutionary multitasking algorithm for CCSC, EMA-CCSC). 对比既有的服务组合算法将所有组合服务请求加入同一个等待序列、按照请求顺序逐个处理的方式, EMA-CCSC 能够同时高效地处理多个 CCSC 问题. 通过与传统演化多任务优化算法以及单目标组合优化算法的对比实验可以发现, EMA-CCSC 在保证解的质量的同时, 极大地促进了各 CCSC 问题快速地向最优解收敛. 此外, 沈等人^[108]也对 EMA-CCSC 进行了实验验证. 其基于 QWS 数据集^[124], 应用 EMA-CCSC 解决 1 188 个组合服务实例, 并将 EMA-CCSC 与 9 种单任务优化算法的优化结果进行横向对比, 进一步按照随机森林分组模型和 N 相同随机分组模型进行分组优化. 比较分析优化结果, 可以验证 EMA-CCSC 能够高效地求解多用户并行请求下的云服务器组合优化问题.

4.6 稀疏重建问题

现实生活中, 稀疏重建问题广泛存在于计算机视觉、模式识别、信号处理等领域. 这一问题旨在寻找大规模欠定系数方程组的稀疏解, 被证明是一个非凸优化问题和 NP 难问题^[125]. 面对稀疏重建问题的求解, 传统方法通常借助于贪婪算法、松弛理论以及多目标优化算法进行解决. 但是, 上述算法或理论都是关注于解决单测量向量(single measurement vector, SMV)的稀疏重建问题, 对于多测量向量(multiple measurement vector, MMV)的稀疏重建问题却没有相应的解决方案. 在实际应用中, 往往出现要同时处理多个稀疏重建任务的情况; 同时, 注意到这些不同任务往往具有相似的稀疏特征. 基于以上分析, Li 等人^[62]在 MFEA 框架的基础上加以扩展, 提出一种新的多任务稀疏重建(multitasking sparse reconstruction, MTSR)框架, 用一个单一种群同时优化多个稀疏重建任务, 在多任务环境下对 SMV 和 MMV 稀疏重建问题进行有效解决. 在 MTSR 框架下, 每一任务都被建模为一个多目标优化问题. 不同于其他稀疏重建算法, MTSR 是要寻找 SMV 问题稀疏向量的非零元素或是 MMV 问题稀疏矩阵的非零行, 而不是直接对稀疏向量或矩阵进行编码. 这一改进方法大大减轻了稀疏重建算法的计算负担. 此外, MTSR 充分利用不同稀疏重建任务间的相似稀疏特征, 在候选父代个体中进行任务内和任务间的知识迁移, 极大地提升了算法的收敛速度. 更进一步地, Li 等人将高光图像稀疏重建问题作为一种实际的稀疏重建问题案例, 并将 MTSR 框架应用到这一问题上, 证明了所提出方法用以解决稀疏重建问题的高效性. 值得注意的是: 在稀疏解混问题中, 由于同质区域的像素有更高的可能性共享相同的有效端元集, 因此 MTSR 将每个同质区域上的稀疏解混问题视作多任务环境下的每个任务.

从时间序列中重建复杂网络的问题,在集体动力学控制系统的设计中发挥着重要作用.对于复杂网络重建问题(the network reconstruction problem, NRP),将其转换为稀疏重建问题,进而利用凸优化算法对其进行解决,是目前学术界最为流行的方法.然而,现有的应用于解决这一问题的算法都只关注于单一网络的学习过程,没有尝试利用网络间的相似结构特征进行迁移学习.由于在实际应用中往往存在与所关注网络特征模式相似的其他网络,充分利用这些不同网络重建任务间的相似信息,就可以大大提升网络重建的准确性和效率.基于以上动机,Shen 等人^[109]提出了 MFEA-Net 算法,尝试利用演化多任务优化算法解决由网络重建问题转换得到的稀疏重建问题,在同一个演化种群上同时进行两个网络的学习重建过程.MFEA-Net 将每一个网络重建问题视作一个单独的单目标优化任务,并利用 MFEA 对这一非凸优化的 NP 难问题进行直接解决.这一解决方式取代了将稀疏重建问题再转换为凸优化问题进行解决的传统方法.同时,MFEA-Net 设计了一种在线学习的策略.这一策略利用优化过程中不断产生的种群信息对迁移矩阵进行持续的学习,既减轻了知识负迁移带来的不利影响,又避免了手动调参.此外,MFEA-Net 还利用最小绝对值收敛和选择算子(the least absolute shrinkage and selection operator, LASSO)^[126]进行种群初始化,加快了算法的收敛速度.

4.7 工业工程优化问题

选矿过程是指从原矿中提炼有用物质以获取合格精矿的生产过程,是一种涉及众多单元过程操作的大规模工业优化问题.在这一生产过程中,将各单元过程中涉及的产品质量、生产效率等性能因素称作操作指标^[127].工业生产中的全局优化问题旨在同时考虑产品质量、生产效率、生产成本和资源消耗等多重操作指标,并力图使这些指标同时优化,达到一个最优状态.操作指标优化问题是选矿过程中达到全局优化的关键问题^[128].研究发现,解决选矿过程中的操作指标优化(operational indices optimization of beneficiation process, OIOB)问题主要面临以下几大挑战:首先,选矿过程中通常存在多个操作指标需要得到同时优化,这增加了这一问题的复杂性,但也使得这一问题自然成为一个多目标优化问题;其次,各单元过程之间相互影响,并不独立,这造成了生产和操作指标间的强非线性;最后,生产过程中随机产生的生化反应,使得 OIOB 问题很难被准确建模.基于上述问题,Yang 等人^[110]首先建模了多目标多因子操作指标优化(multiobjective multifactorial operational indices optimization, MO-MFO)问题,然后利用演化多任务优化算法对这一问题进行了有效解决.MO-MFO 问题是一个包含多级操作指标精确优化模型的问题,这些模型是由生产过程中持续收集的数据产生的.在这些精确模型中,最精确的那个模型往往是最难以进行优化的,因此将这一模型的优化作为目标任务,而将其余模型的优化作为辅助任务.在所提出的操作指标优化演化多任务优化算法中,利用 TMO-MFEA^[111]中的两阶段选型交配策略,使这些辅助模型交替地与最精确模型进行多任务环境下的优化;将辅助任务产生的知识不断迁移到目标任务上,通过知识的有效迁移加速最精确模型的收敛.

连续退火是指将带钢加热到一定温度后,以一定的速度对其进行冷却的操作,是带钢生产过程中保证产品质量的关键环节,但同时也是最主要的耗能环节.连续退火过程操作复杂,涉及众多控制变量的设定.传统依靠人工经验的控制变量决策方法难以平衡生产耗能和产品质量的关系,具有很大的盲目性.因此,借助生产操作指标优化的方法,根据当前生产情况实时优化控制变量的设定,是目前解决连续退火问题最受欢迎的方法.王等人^[112]利用基于最小二乘支持向量机的进化集成学习方法建立数据解析模型,并基于该模型构建带钢质量预测模型,进一步结合 MFEA 框架建立连退生产过程的多因子操作指标优化模型.在这一模型中,由于带钢生产过程的产品质量和能源消耗是两个互相影响但并不冲突的优化目标,无法利用多目标算法对其进行优化,所以将它们作为多因子优化算法的两个因子同时进行优化.针对这一多因子操作指标优化模型,王等人提出一种自适应的多因子进化算法(adaptive multifactorial evolutionary algorithm, AdaMFEA)对其进行优化求解. AdaMFEA 中设计结合了基于 4 种交叉算子的多交叉算子自适应选择策略,根据各算子的搜索性能动态调整选择它们的概率,进一步提升了算法鲁棒性;同时提出基于回溯直线搜索和拟牛顿法的个体学习策略,对个体进行局部搜索,加快了算法的收敛速度.

可再生能源供能技术具有成本低、污染小的优势,近年来逐渐取代了传统的火力发电电网系统.同时,综合利用化石燃料、可再生能源等多种一次能源进行发电的方式越来越成为业界主流.查等人^[63]提出了包含

火电、风电、光电、水电的含可再生能源的多能源互补混合发电系统模型, 综合考虑火电机组调峰效应的非线性、风电和光电的出力不确定性以及水电的一次能源浪费, 构建以最小化混合发电系统运行成本、排放量及网损为 3 个目标函数的多目标优化调度模型. 具体地说, 该混合发电系统模型包括 IEEE-30 节点系统和 IEEE-118 节点系统. 目的是对这两个系统同时进行调度优化, 以此提高两个系统的运行安全性、经济效益和环保效益. 其中, IEEE-30 节点系统是最小化运行成本和二氧化碳排放量的双目标优化调度模型, IEEE-118 节点系统是最小化运行成本、二氧化碳排放量和网损的三目标优化调度模型. 查等人引入多目标多因子进化算法 MO-MFEA, 旨在对上述两个优化调度问题进行同时处理. MO-MFEA 可充分利用两个优化调度问题间的潜在相似性和共同特征, 通过知识迁移的机制极大地提高算法的搜索速度, 在促进多发电系统快速、高质量求解的同时, 降低了混合发电系统的生产成本, 提高了可再生能源的利用率, 减轻了化石能源污染.

5 总结与展望

演化多任务优化问题是近年来计算智能领域兴起的一大研究热点, 同时也是紧跟当前世界科学技术发展趋势、迫切需要得以解决的关键问题. 自 2016 年演化多任务优化问题和演化多任务优化算法被提出以来, 演化多任务优化就受到了相关研究人员的空前关注. 本文从演化多任务优化问题概述、演化多任务优化算法及其改进、基于演化多任务优化算法框架下的其他经典算法实现、演化多任务优化算法的相关应用等方面, 系统总结了近年来演化多任务优化领域的研究进展和已取得的成果. 我们欣喜地发现: 在近几年来演化多任务优化问题领域的探索中, 无论是基础理论的研究还是相关应用的拓展, 较之以往都取得了明显进步的成绩. 但是需要承认: 演化多任务优化问题的发展仍然处于起步阶段, 还存在相当多的问题和挑战等待研究人员去攻克、解决. 下面对几大值得探讨的主要问题及其研究思路做出总结.

- (1) 演化多任务优化算法亟需理论完善. 当前, 研究人员对于算法的内在工作机制不够明确, 虽然已经出现一些研究工作力图对演化多任务优化算法的工作机理做出解释, 但是它们给出的阐释还是不够深入和明晰, 缺乏系统性, 同时也缺少对算法性能的考量指标. 必须认识到: 只有充分理解演化多任务优化算法的内在工作机制以及任务间遗传物质迁移共享的规律、设计出更加合理的算法性能评价指标, 才能为算法的进一步突破性发展提供可能.
- (2) 演化多任务优化需进一步减少“负迁移”的影响. 结合知识迁移的理论, 是演化多任务优化算法依据的核心思想. 减少知识负迁移的影响, 对算法性能的改善十分重要. 目前的研究工作对于演化多任务优化过程中知识负迁移的规避策略主要有: 采取基于任务间相似性度量的知识迁移策略取代 *rpm* 的手动预设方式, 以动态自适应的知识迁移过程避免手动调参方式的盲目性; 基于知识由简单问题向复杂问题迁移的策略, 逐渐增强拟优化复杂问题的知识正迁移过程; 基于不同任务特点配置具有不同搜索偏差的多演化机制共生策略, 充分利用不同任务的自身特点和不同演化机制的工作特性, 实现知识经验的互补. 这些策略方法初步有效地实现了对演化优化过程中知识负迁移的控制, 但是这种控制程度还不够充分, 尤其是在利用算法处理昂贵优化问题时, 负迁移过程仍然广泛存在. 期待后续研究工作在进一步探索现有策略方法的基础上, 充分挖掘利用多任务优化过程中的有效知识经验, 设计出更合理而高效的知识负迁移规避策略.
- (3) 演化多任务优化在众目标优化问题上需要进一步探索. 利用传统多目标优化算法处理众目标优化问题^[129]时, 面临着非支配解比例随目标维数增加呈指数上升、多样性维护策略失效等问题. 依据众目标优化问题的特点, 融合演化多任务优化算法的优势特点, 通过挖掘进化知识指导进化策略的设计, 为有效解决众目标优化问题提供了一个良好思路. 可以相信, 取代基于 Pareto 支配关系的传统多目标优化算法, 通过充分挖掘多任务统一搜索空间中的有效迁移知识, 利用好演化多任务优化算法的多样性平衡机制, 对于均衡众目标优化问题的收敛性和多样性而言十分有利; 同时, 采用类似 EMT via explicit autoencoding^[28]基于多种群并行进化的演化多任务优化算法, 协同利用种群之间的有用进化信息, 就可以增强众目标优化算法的选择压力, 逼近真实的 Pareto 前沿.

- (4) 针对昂贵优化问题的演化多任务优化是未来的一个重要方向. 同时求解计算廉价问题与计算昂贵问题, 利用求解计算廉价问题带来的知识经验降低求解计算昂贵问题的计算负担, 是利用演化多任务优化处理昂贵优化问题的天然思路. 基于代理模型的演化算法采用计算代价小的代理模型代替高计算成本的真实评估过程, 使算法在有限的计算资源下得到较好的解. 充分利用演化多任务优化知识迁移互补的算法优势, 构建高效的代理模型以及在多任务环境下针对所构建模型的演化控制策略, 无疑会极大地促进昂贵优化问题的解决. 对于该类算法的设计, 应主要考虑以下两方面内容.
- 一是合理构建多任务环境下的模型管理策略. 结合演化多任务优化知识迁移自适应控制策略的优势, 构建出自适应的代理模型演化控制策略, 相信会在减轻昂贵优化问题高计算负担的同时, 又保证算法获得与使用真实适应度评估时尽可能相近的结果;
 - 二是重新设计多任务优化中的选择性评价等方法. 基于代理模型的演化算法的性能不仅依赖于代理模型的选择和嵌入方式, 还依赖于底层演化算法的寻优能力. 只有立足于所构建的代理模型及模型管理策略, 开发多任务优化中更多有效的选择性评价指标, 设计更具搜索能力的交叉变异算子等, 才能形成更加合理、高效的基于代理模型的演化多任务优化算法.
- (5) 演化多任务优化算法的性能和算法效率仍然存在较大的提升空间. 由于目前算法仍然存在许多亟待解决的问题, 例如更多任务同时处理的可能性、更高效的知识迁移自适应控制策略、更合理的统一空间构成以及个体编解码方案、更高效的交叉变异算子设计、算法计算量的进一步减少等. 针对这些问题, 虽然现有的研究工作已经给出了一些较为合理的解决方案, 但是这些方案在面对更复杂的应用场景、处理更大规模的多任务优化问题时, 效果还远远不够.
- (6) 演化多任务优化算法的应用范围亟待扩展. 时至今日, 对这一算法的应用仍过度集中于学术研究中的组合优化问题等, 在实际工程优化和前沿技术领域的应用较少, 并且缺少具有重大科学、经济、社会价值的突破性重点应用. 必须认识到, 算法应用范围的拓展很大程度上建立在算法基础理论完善、算法性能进一步提高的基础上; 同时, 也只有推动算法在更大范围上的应用, 并基于实际问题的真实需要来增强算法的普适性, 才会更快地促进算法理论的完善和算法性能的提升.

量变的积累通向质变的飞跃, 相信经过计算智能领域相关研究人员持续不懈的努力, 一定能够设计出表现性能更好、更高效、更具适应能力的演化多任务优化算法. 我们希望与学术界、工业界的各位同仁一道, 通力合作, 积极探索, 努力完善演化多任务优化问题的理论基础, 设计出更加合理、高效的演化多任务优化算法, 拓展更具挑战性和社会价值的相关应用, 争取为演化多任务优化乃至计算智能领域的发展发挥更加积极而有益的作用.

References:

- [1] Back T, Hammel U, Schwefel HP. Evolutionary computation: Comments on the history and current state. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 1997, 1(1): 3–17.
- [2] Srinivas M, Patnaik L M. Genetic algorithms: A survey. *Computer*, 1994, 27(6): 17–26.
- [3] Goldberg DE, Holland JH. Genetic algorithms and machine learning. *Machine Learning*, 1988, 3: 95–99.
- [4] Gupta A, Ong YS, Feng L. Multifactorial evolution: toward evolutionary multitasking. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2015, 20(3): 343–357.
- [5] Rice J, Cloninger CR, Reich T. Multifactorial inheritance with cultural transmission and assortative mating. I. Description and basic properties of the unitary models. *American Journal of Human Genetics*, 1978, 30(6): 618.
- [6] Cloninger CR, Rice J, Reich T. Multifactorial inheritance with cultural transmission and assortative mating. II. A general model of combined polygenic and cultural inheritance. *American Journal of Human Genetics*, 1979, 31(2): 176.
- [7] Cloninger CR, Rice J, Reich T. Multifactorial inheritance with cultural transmission and assortative mating. III. Family structure and the analysis of separation experiments. *American Journal of Human Genetics*, 1979, 31(3): 366.
- [8] Gupta A, Ong YS, Feng L, *et al.* Multiobjective multifactorial optimization in evolutionary multitasking. *IEEE Trans. on cybernetics*, 2016, 47(7): 1652–1665.

- [9] Ong YS, Gupta A. Evolutionary multitasking: A computer science view of cognitive multitasking. *Cognitive Computation*, 2016, 8(2): 125–142.
- [10] Gupta A, Ong YS, Feng L. Insights on transfer optimization: Because experience is the best teacher. *IEEE Trans. on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2017, 2(1): 51–64.
- [11] Xu QZ, Yang H, Wang N, *et al.* Recent advances in multifactorial evolutionary algorithm. *Computer Engineering and Applications*, 2018, 54(11): 15–20, 40 (in Chinese with English abstract).
- [12] Guo SM, Yang CC. Enhancing differential evolution utilizing eigenvector-based crossover operator. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2014, 19(1): 31–49.
- [13] Coello CAC. Evolutionary multi-objective optimization: A historical view of the field. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2006, 1(1): 28–36.
- [14] Jain H, Deb K. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach. *IEEE Trans. on evolutionary computation*, 2013, 18(4): 602–622.
- [15] Chen X, Ong YS, Lim MH, *et al.* A multi-facet survey on memetic computation. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2011, 15(5): 591–607.
- [16] Ong YS, Lim MH, Chen X. Memetic computation—Past, present & future [research frontier]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2010, 5(2): 24–31.
- [17] Gonçalves JF, Resende MGC. Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization. *Journal of Heuristics*, 2011, 17(5): 487–525.
- [18] Bean JC. Genetic algorithms and random keys for sequencing and optimization. *ORSA Journal on Computing*, 1994, 6(2): 154–160.
- [19] Zheng X, Qin AK, Gong M, *et al.* Self-regulated evolutionary multitask optimization. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2019, 24(1): 16–28.
- [20] Bali KK, Ong YS, Gupta A, *et al.* Multifactorial evolutionary algorithm with online transfer parameter estimation: MFEA-II. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2019, 24(1): 69–83.
- [21] Chen Y, Zhong J, Feng L, *et al.* An adaptive archive-based evolutionary framework for many-task optimization. *IEEE Trans. on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2019, 4(3): 369–384.
- [22] Kullback S, Leibler RA. On information and sufficiency. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1951, 22(1): 79–86.
- [23] Bali KK, Gupta A, Feng L, *et al.* Linearized domain adaptation in evolutionary multitasking. In: *Proc. of the 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2017. 1295–1302.
- [24] Ding J, Yang C, Jin Y, *et al.* Generalized multitasking for evolutionary optimization of expensive problems. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2017, 23(1): 44–58.
- [25] Gong M, Tang Z, Li H, *et al.* Evolutionary multitasking with dynamic resource allocating strategy. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2019, 23(5): 858–869.
- [26] Wen YW, Ting CK. Parting ways and reallocating resources in evolutionary multitasking. In: *Proc. of the 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2017. 2404–2411.
- [27] Liaw RT, Ting CK. Evolutionary many-tasking based on biocoenosis through symbiosis: A framework and benchmark problems. In: *Proc. of the 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2017. 2266–2273.
- [28] Feng L, Zhou L, Zhong J, *et al.* Evolutionary multitasking via explicit autoencoding. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2018, 49(9): 3457–3470.
- [29] Eshelman LJ, Caruana RA, Schaffer JD. Biases in the crossover landscape. In: *Proc. of the 3rd Int'l Conf. on Genetic Algorithms*. 1989. 10–19.
- [30] Iqbal M, Xue B, Al-Sahaf H, *et al.* Cross-domain reuse of extracted knowledge in genetic programming for image classification. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2017, 21(4): 569–587.
- [31] O'Neill D, Al-Sahaf H, Xue B, *et al.* Common subtrees in related problems: A novel transfer learning approach for genetic programming. In: *Proc. of the 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2017. 1287–1294.
- [32] Pavai G, Geetha TV. A survey on crossover operators. *ACM Computing Surveys (CSUR)*, 2016, 49(4): 1–43.

- [33] Zhou L, Feng L, Tan KC, *et al.* Toward adaptive knowledge transfer in multifactorial evolutionary computation. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 51(5): 2563–2576.
- [34] Lin J, Liu HL, Tan KC, *et al.* An effective knowledge transfer approach for multiobjective multitasking optimization. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 51(6): 3238–3248.
- [35] Feng L, Zhou W, Zhou L, *et al.* An empirical study of multifactorial PSO and multifactorial DE. In: *Proc. of the 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2017. 921–928.
- [36] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization. In: *Proc. of the Int'l Conf. on Neural Networks (ICNN'95)*, Vol.4. IEEE, 1995. 1942–1948.
- [37] Zhang B, Qin AK, Sellis T. Evolutionary feature subspaces generation for ensemble classification. In: *Proc. of the Genetic and Evolutionary Computation Conf.* 2018. 577–584.
- [38] Tang Z, Gong M. Adaptive multifactorial particle swarm optimisation. *CAAI Trans. on Intelligence Technology*, 2019, 4(1): 37–46.
- [39] Cheng MY, Qian Q, Ni ZW, *et al.* Co-evolutionary particle swarm optimization for multitasking. *Pattern Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2018, 31: 322–334 (in Chinese with English abstract).
- [40] Cheng MY, Qian Q, Ni ZW, Zhu XH. Information exchange particle swarm optimization for multitasking. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2019, 32(5): 385–397 (in Chinese with English abstract).
- [41] Cheng MY, Gupta A, Ong YS, *et al.* Coevolutionary multitasking for concurrent global optimization: With case studies in complex engineering design. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2017, 64: 13–24.
- [42] Song H, Qin AK, Tsai PW, *et al.* Multitasking multi-swarm optimization. In: *Proc. of the 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2019. 1937–1944.
- [43] Xie T. A research of high-dimensional multitasking optimization algorithm based on distributed [MS. Thesis]. Xi'an: Xidian University, 2018 (in Chinese with English abstract).
- [44] Xie T, Gong M, Tang Z, *et al.* Enhancing evolutionary multifactorial optimization based on particle swarm optimization. In: *Proc. of the 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2016. 1658–1665.
- [45] Storn R, Price K. Differential evolution—A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4): 341–359.
- [46] Zhou L, Feng L, Liu K, *et al.* Towards effective mutation for knowledge transfer in multifactorial differential evolution. In: *Proc. of the 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2019. 1541–1547.
- [47] Chen Y, Zhong J, Tan M. A fast memetic multi-objective differential evolution for multi-tasking optimization. In: *Proc. of the 2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2018. 1–8.
- [48] Zhang J, Sanderson AC. JADE: Adaptive differential evolution with optional external archive. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2009, 13(5): 945–958.
- [49] Jin C, Tsai PW, Qin AK. A study on knowledge reuse strategies in multitasking differential evolution. In: *Proc. of the 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2019. 1564–1571.
- [50] Liang Z, Dong H, Liu C, *et al.* Evolutionary multitasking for multiobjective optimization with subspace alignment and adaptive differential evolution. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 1–14.
- [51] Zheng X, Lei Y, Qin AK, *et al.* Differential evolutionary multi-task optimization. In: *Proc. of the 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2019. 1914–1921.
- [52] Tan XF. Multi-tasking evolutionary algorithms for continuous optimization [MS. Thesis]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2019 (in Chinese with English abstract).
- [53] Tang Z, Gong M, Jiang F, *et al.* Multipopulation optimization for multitask optimization. In: *Proc. of the 2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2019. 1906–1913.
- [54] Deb K, Pratap A, Agarwal S, *et al.* A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2002, 6(2): 182–197.
- [55] Deb K, Jain H. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point-based nondominated sorting approach, part I: Solving problems with box constraints. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2013, 18(4): 577–601.

- [56] Jain H, Deb K. An evolutionary many-objective optimization algorithm using reference-point based nondominated sorting approach, part II: Handling constraints and extending to an adaptive approach. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2013, 18(4): 602–622.
- [57] Zhang QF, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712–731.
- [58] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. TIK-Report, 2001. 103.
- [59] Bali KK, Gupta A, Ong YS, *et al.* Cognizant multitasking in multiobjective multifactorial evolution: MO-MFEA-II. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 51(4): 1784–1796.
- [60] Yao SS, Dong ZM, Wang XP. Multi-objective multifactorial evolutionary algorithm based on decomposition. *Control and Decision*, 2021, 36(3): 637–644 (in Chinese with English abstract).
- [61] Li WX, Zhang CM, Ma CX. Multi-objective low-carbon vehicle routing optimization model and solving algorithm. *Traffic Information and Safety*, 2020, 38(1): 118–126, 144 (in Chinese with English abstract).
- [62] Li H, Ong YS, Gong M, *et al.* Evolutionary multitasking sparse reconstruction: Framework and case study. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2018, 23(5): 733–747.
- [63] Zha YX, Wu T, Peng JC, Wang GB, Gao YC, Liang BM. Optimal scheduling of hybrid power generation system with renewable energy based on multi-objective and multi-task evolutionary algorithm. *Journal of North China Electric Power University (Natural Science Edition)*, 2020, 47(1): 70–78.
- [64] Da B, Gupta A, Ong YS, *et al.* Evolutionary multitasking across single and multi-objective formulations for improved problem solving. In: *Proc. of the 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2016. 1695–1701.
- [65] Mo J, Fan Z, Li W, *et al.* Multi-factorial evolutionary algorithm based on M2M decomposition. In: *Proc. of the Asia-Pacific Conf. on Simulated Evolution and Learning*. Cham: Springer, 2017. 134–144.
- [66] Yang C, Ding J, Tan KC, *et al.* Two-stage assortative mating for multi-objective multifactorial evolutionary optimization. In: *Proc. of the 56th IEEE Annual Conf. on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2017. 76–81.
- [67] Tuan NQ, Hoang TD, Binh HTT. A guided differential evolutionary multi-tasking with Powell search method for solving multi-objective continuous optimization. In: *Proc. of the 2018 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE, 2018. 1–8.
- [68] Li H. Multiobjective learning and optimization: Theory and application [Ph.D. Thesis]. Xi'an: Xidian University, 2018 (in Chinese with English abstract).
- [69] Yao S, Dong Z, Wang X, *et al.* A multiobjective multifactorial optimization algorithm based on decomposition and dynamic resource allocation strategy. *Information Sciences*, 2020, 511: 18–35.
- [70] Lin J, Liu HL, Tan KC, *et al.* An effective knowledge transfer approach for multiobjective multitasking optimization. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 51(6): 3238–3248.
- [71] Sun KY. Many-objective optimization based on evolutionary multi-tasking and transfer learning [MS. Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2019 (in Chinese with English abstract).
- [72] Yuan Y, Ong YS, Feng L, *et al.* Evolutionary multitasking for multiobjective continuous optimization: Benchmark problems, performance metrics and baseline results. [arXiv preprint arXiv:1706.02766](https://arxiv.org/abs/1706.02766), 2017.
- [73] Gupta A, Da B, Yuan Y, *et al.* On the emerging notion of evolutionary multitasking: A computational analog of cognitive multitasking. In: *Proc. of the Recent Advances in Evolutionary Multi-objective Optimization*. Cham: Springer, 2017. 139–157.
- [74] Da B, Gupta A, Ong YS, *et al.* The boon of gene-culture interaction for effective evolutionary multitasking. In: *Proc. of the Australasian Conf. on Artificial Life and Computational Intelligence*. Cham: Springer, 2016. 54–65.
- [75] Tang J, *et al.* A group-based approach to improve multifactorial evolutionary algorithm. In: *Proc. of the IJCAI. 2018*. 3870–3876.
- [76] Da B, Gupta A, Ong YS, *et al.* Evolutionary multitasking across multi and single-objective formulations for improved problem solving. In: *Proc. of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2016)*. Vancouver, 2016. 24–29.
- [77] Da B, Gupta A, Ong YS. Curbing negative influences online for seamless transfer evolutionary optimization. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2018, 49(12): 4365–4378.
- [78] Min ATW, Ong YS, Gupta A, *et al.* Multiproblem surrogates: Transfer evolutionary multiobjective optimization of computationally expensive problems. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2017, 23(1): 15–28.

- [79] Cramer NL. A representation for the adaptive generation of simple sequential programs. In: Proc. of the Int'l Conf. on Genetic Algorithms and the Applications. 1985. 183–187.
- [80] Zhong J, Feng L, Cai W, *et al.* Multifactorial genetic programming for symbolic regression problems. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018, 50(11): 4492–4505.
- [81] Zhong J, Ong YS, Cai W. Self-learning gene expression programming. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2015, 20(1): 65–80.
- [82] Chakhlevitch K, Cowling P. Hyperheuristics: Recent developments. In: Proc. of the Adaptive and Multilevel Metaheuristics. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. 3–29.
- [83] Hao X, Qu R, Liu J. A unified framework of graph-based evolutionary multitasking hyper-heuristic. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2020, 25(1): 35–47.
- [84] Chen Q, Ma X, Zhu Z, *et al.* Evolutionary multi-tasking single-objective optimization based on cooperative co-evolutionary memetic algorithm. In: Proc. of the 13th Int'l Conf. on Computational Intelligence and Security (CIS). IEEE, 2017. 197–201.
- [85] Potter MA, De Jong KA. A cooperative coevolutionary approach to function optimization. In: Proc. of the Int'l Conf. on Parallel Problem Solving from Nature. Berlin, Heidelberg: Springer, 1994. 249–257.
- [86] Zelinka I. SOMA—Self-organizing migrating algorithm. In: Proc. of the New Optimization Techniques in Engineering. Berlin, Heidelberg: Springer, 2004. 167–217.
- [87] Cheng MY, Qian Q, Ni ZW, Zhu XH. Self-organized migrating algorithm for multi-task optimization with information filtering. *Journal of Computer Applications*, 2020, 41(6): 1748–1755 (in Chinese with English abstract).
- [88] Gupta A, Ong Y, Da B, *et al.* Measuring complementarity between function landscapes in evolutionary multitasking. In: Proc. of the 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2016.
- [89] Zhou L, Feng L, Zhong J, *et al.* A study of similarity measure between tasks for multifactorial evolutionary algorithm. In: Proc. of the Genetic and Evolutionary Computation Conf. Companion. 2018. 229–230.
- [90] Liang Z, Zhang J, Feng L, *et al.* A hybrid of genetic transform and hyper-rectangle search strategies for evolutionary multi-tasking. *Expert Systems with Applications*, 2019, 138: 112798.
- [91] Gupta A, Ong YS, Da B, *et al.* Landscape synergy in evolutionary multitasking. In: Proc. of the 2016 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). IEEE, 2016. 3076–3083.
- [92] Colson B, Marcotte P, Savard G. An overview of bilevel optimization. *Annals of Operations Research*, 2007, 153(1): 235–256.
- [93] Gupta A, Mańdziuk J, Ong YS. Evolutionary multitasking in bi-level optimization. *Complex & Intelligent Systems*, 2015, 1(1–4): 83–95.
- [94] Herrmann JW. A genetic algorithm for minimax optimization problems. In: Proc. of the 1999 Congress on Evolutionary Computation (CEC'99), Vol.2. IEEE, 1999. 1099–1103.
- [95] Wang H, Feng L, Jin Y, *et al.* Surrogate-assisted evolutionary multitasking for expensive minimax optimization in multiple scenarios. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2021, 16(1): 34–48.
- [96] Chandra R, Gupta A, Ong YS, *et al.* Evolutionary multi-task learning for modular training of feedforward neural networks. In: Proc. of the Int'l Conf. on Neural Information Processing. Cham: Springer, 2016. 37–46.
- [97] Chandra R, Ong YS, Goh CK. Co-evolutionary multi-task learning with predictive recurrence for multi-step chaotic time series prediction. *Neurocomputing*, 2017, 243: 21–34.
- [98] Chandra R. Dynamic cyclone wind-intensity prediction using co-evolutionary multi-task learning. In: Proc. of the Int'l Conf. on Neural Information Processing. Cham: Springer, 2017. 618–627.
- [99] Yuan Y, Ong YS, Gupta A, *et al.* Evolutionary multitasking in permutation-based combinatorial optimization problems: Realization with TSP, QAP, LOP, and JSP. In: Proc. of the 2016 IEEE Region 10 Conf. (TENCON). IEEE, 2016. 3157–3164.
- [100] Feng L, Huang Y, Zhou L, *et al.* Explicit evolutionary multitasking for combinatorial optimization: A case study on capacitated vehicle routing problem. *IEEE Trans. on Cybernetics*, 2020, 51(6): 3143–3156.
- [101] Zhou L, Feng L, Zhong J, *et al.* Evolutionary multitasking in combinatorial search spaces: A case study in capacitated vehicle routing problem. In: Proc. of the 2016 IEEE Symp. Series on Computational Intelligence (SSCI). IEEE, 2016. 1–8.
- [102] Zhou L. A study of high performance multi-task intelligent optimization algorithm via knowledge transfer [Ph.D. Thesis]. Chongqing: Chongqing University, 2019 (in Chinese with English abstract).

- [103] Rauniyar A, Nath R, Muhuri PK. Multi-factorial evolutionary algorithm based novel solution approach for multi-objective pollution-routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 2019, 130: 757–771.
- [104] Feng L, Ong YS, Lim MH, *et al.* Memetic search with interdomain learning: A realization between CVRP and CARP. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2014, 19(5): 644–658.
- [105] Feng L, Ong YS, Tan AH, *et al.* Memes as building blocks: A case study on evolutionary optimization + transfer learning for routing problems. *Memetic Computing*, 2015, 7(3): 159–180.
- [106] Gupta A, Ong YS. Genetic transfer or population diversification? Deciphering the secret ingredients of evolutionary multitask optimization. In: *Proc. of the 2016 IEEE Symp. Series on Computational Intelligence (SSCI)*. IEEE, 2016. 1–7.
- [107] Bao L, Qi Y, Shen M, *et al.* An evolutionary multitasking algorithm for cloud computing service composition. In: *Proc. of the World Congress on Services*. Cham: Springer, 2018. 130–144.
- [108] Shen MQ. Research and implementation of a multitask-oriented cloud-based service composition algorithm [MS. Thesis]. Xi'an: Xidian University, 2018 (in Chinese with English abstract).
- [109] Shen F, Liu J, Wu K. Evolutionary multitasking network reconstruction from time series with online parameter estimation. *Knowledge-based Systems*, 2021, 222: 107019.
- [110] Yang C, Ding J, Jin Y, *et al.* Multitasking multiobjective evolutionary operational indices optimization of beneficiation processes. *IEEE Trans. on Automation Science and Engineering*, 2018, 16(3): 1046–1057.
- [111] Yang C, Ding J, Tan KC, *et al.* Two-stage assortative mating for multi-objective multifactorial evolutionary optimization. In: *Proc. of the 56th IEEE Annual Conf. on Decision and Control (CDC)*. IEEE, 2017. 76–81.
- [112] Wang XP, Wang Z. Multifactorial operation optimization of continuous annealing process based on data analysis. *Control and Decision*, 2019, 34(12): 2713–2720 (in Chinese with English abstract).
- [113] Sagarna R, Ong YS. Concurrently searching branches in software tests generation through multitask evolution. In: *Proc. of the 2016 IEEE Symp. Series on Computational Intelligence (SSCI)*. IEEE, 2016. 1–8.
- [114] Feng L, Ong YS, Jiang S, *et al.* Autoencoding evolutionary search with learning across heterogeneous problems. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2017, 21(5): 760–772.
- [115] Sun C, Jin Y, Cheng R, *et al.* Surrogate-assisted cooperative swarm optimization of high-dimensional expensive problems. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2017, 21(4): 644–660.
- [116] Sandya HB, Kumar PH, Patil SB. Feature extraction, classification and forecasting of time series signal using fuzzy and garch techniques. In: *Proc. of the National Conf. on Challenges in Research & Technology in the Coming Decades (CRT 2013)*. IET, 2013. 1–7.
- [117] Chandra R, Zhang M. Cooperative coevolution of Elman recurrent neural networks for chaotic time series prediction. *Neurocomputing*, 2012, 86: 116–123.
- [118] Onwubolu GC, Davendra D, eds. *Differential Evolution: A Handbook for Global Permutation-based Combinatorial Optimization*. Berlin: Springer Science & Business Media, 2009.
- [119] Ceberio J, Irurozki E, Mendiburu A, *et al.* A review on estimation of distribution algorithms in permutation-based combinatorial optimization problems. *Progress in Artificial Intelligence*, 2012, 1(1): 103–117.
- [120] Laporte G. Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 2009, 43(4): 408–416.
- [121] Dantzig GB, Ramser JH. The truck dispatching problem. *Management Science*, 1959, 6(1): 80–91.
- [122] Macrina G, Pugliese LDP, Guerriero F, *et al.* The vehicle routing problem with occasional drivers and time windows. In: *Proc. of the Int'l Conf. on Optimization and Decision Science*. Cham: Springer, 2017. 577–587.
- [123] Jula A, Sundararajan E, Othman Z. Cloud computing service composition: A systematic literature review. *Expert Systems with Applications*, 2014, 41(8): 3809–3824.
- [124] Al-Masri E, Mahmoud QH. Discovering the best Web service. In: *Proc. of the 16th Int'l Conf. on World Wide Web*. 2007. 1257–1258.
- [125] Davis GM. Adaptive nonlinear approximations [Ph.D. Thesis]. New York: New York University, 1994.
- [126] Tibshirani R. Regression shrinkage and selection via the lasso. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1996, 58(1): 267–288.

- [127] Marlin TE, Hrymak AN. Real-time operations optimization of continuous processes. In: Proc. of the AIChE Symp. Series. New York: American Institute of Chemical Engineers, 1997, 93(316): 156–164.
- [128] Madetoja E, Tarvainen P. Multiobjective process line optimization under uncertainty applied to papermaking. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2008, 35(5): 461–472.
- [129] Farina M, Amato P. On the optimal solution definition for many-criteria optimization problems. In: Proc. of the Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society. New York: IEEE, 2002. 232–238.

附中文参考文献:

- [11] 徐庆征, 杨恒, 王娜, 伍国华, 江巧永. 多因子进化算法研究进展. 计算机工程与应用, 2018, 54(11): 15–20, 40.
- [39] 程美英, 钱乾, 倪志伟, 朱旭辉. 多任务处理协同进化粒子群算法. 模式识别与人工智能, 2018, 31(4): 322–334.
- [40] 程美英, 钱乾, 倪志伟, 朱旭辉. 信息交互多任务粒子群算法. 模式识别与人工智能, 2019, 32(5): 385–397.
- [43] 谢添. 基于分布式的高维度多任务优化算法研究 [硕士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- [52] 谭显烽. 基于多任务进化算法的连续优化研究 [硕士学位论文]. 武汉: 华中科技大学, 2019.
- [60] 么双双, 董志明, 王显鹏. 基于分解的多目标多因子进化算法. 控制与决策, 2021, 36(3): 637–644.
- [61] 李文霞, 张春民, 马昌喜. 多目标低碳车辆路径优化模型及求解算法. 交通信息与安全, 2020, 38(1): 118–126, 144.
- [68] 李豪. 多目标学习与优化理论及应用 [博士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- [71] 孙克乙. 基于多任务迁移演化学习的超多目标优化 [硕士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2019.
- [87] 程美英, 钱乾, 倪志伟, 朱旭辉. 信息筛选多任务优化自组织迁移算法. 计算机应用, 2020, 41(6): 1748–1755.
- [102] 周磊. 基于知识迁移的高性能多任务智能优化算法的设计与研究 [博士学位论文]. 重庆: 重庆大学, 2019.
- [108] 沈梦晴. 基于多任务的云服务组合算法的研究与实现 [硕士学位论文]. 西安: 西安电子科技大学, 2018.
- [112] 王显鹏, 王赞. 基于数据解析的连退生产过程多因子操作优化. 控制与决策, 2019, 34(12): 2713–2720.



李豪(1990—), 男, 博士, 副教授, 主要研究领域为计算智能, 机器学习.



武越(1988—), 男, 博士, 副教授, 博士生导师, CCF 高级会员, 主要研究领域为人工智能理论及应用, 机器学习, 深度学习, 计算机视觉.



汪磊(1998—), 男, 硕士, 主要研究领域为计算智能, 机器学习.



公茂果(1979—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, CCF 高级会员, 主要研究领域为计算智能理论与方法, 网络信息感知与隐私保护, 雷达与遥感智能系统.



张元侨(1994—), 男, 博士, 主要研究领域为多方学习, 多目标优化, 联邦学习.