

# 偏振光线跟踪绘制技术研究进展综述<sup>\*</sup>

王 驰, 谢 昭, 高 隽, 姚婷婷



(合肥工业大学 计算机与信息学院,安徽 合肥 230009)

通讯作者: 王驰, E-mail: wangchiemail@mail.hfut.edu.cn, <http://images.hfut.edu.cn>

**摘要:** 光线跟踪是计算机图形学中一种高真实感绘制方法,传统的绘制算法忽略了光的偏振效应,而研究表明:在光线跟踪中加入光的偏振效应,能对绘制结果产生重要的影响。偏振光线跟踪是预测绘制技术的研究核心,它不仅可以提供高真实感的绘制效果,而且已被应用于偏振场景仿真和导航等领域。目前,偏振光线跟踪在国内尚未有相关工作。在预测绘制的框架下,根据偏振光线跟踪的流程,对偏振光线跟踪绘制技术的要点与关键问题进行了分析、总结与展望。

**关键词:** 光线跟踪;偏振;BRDF(bidirectional reflection distribution function);偏振可视化

**中图法分类号:** TP391

中文引用格式: 王驰,谢昭,高隽,姚婷婷.偏振光线跟踪绘制技术研究进展综述.软件学报,2016,27(1):136–154. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4871.htm>

英文引用格式: Wang C, Xie Z, Gao J, Yao TT. Research progress on polarization ray-tracing rendering. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2016,27(1):136–154 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4871.htm>

## Research Progress on Polarization Ray-Tracing Rendering

WANG Chi, XIE Zhao, GAO Jun, YAO Ting-Ting

(School of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** In computer graphics, ray-tracing is a high realistic rendering algorithm. Traditional rendering algorithms ignore polarization effect, while related studies show that polarization makes a substantial difference on rendering results. Polarization ray-tracing, at the core of predictive rendering, not only can provide high-realistic rendering image but also is applied in many other tasks such as navigation. Up to now, there is no related work around this topic in China. Under the framework of predictive rendering, this article provides an analysis and summary on key points and future works of polarization rendering following the procedure of polarization ray-tracing algorithm.

**Key words:** ray-tracing; polarization; BRDF (bidirectional reflection distribution function); polarization visualization

绘制(rendering)是利用算法从物体数字模型生成图像的过程,它是计算机图形学中重要的研究课题之一。在图形流水线中的最后一步,通过绘制可以获得 2D、3D 模型的最终显示效果。光线跟踪<sup>[1–4]</sup>是计算机图形学中一种重要的绘制方法,与光线投射和扫描线绘制等方法不同,它通过从观测位置发出光线,跟踪光路并模拟光在传播中发生的物理现象,可以提供更真实的绘制效果。

偏振光在面部检测<sup>[5]</sup>、3D 投影系统、材料特性获取<sup>[6]</sup>等图形学研究领域中已得到重要的应用。但是,传统图形学绘制理论认为光的偏振不会对绘制结果产生影响,因此,传统光线跟踪方法仅考虑了光强,忽略了偏振。然而 Haidinger's Brush 现象表明,人类通过一定的训练可以用裸眼看见光的偏振效应(<http://www.polarization.com/haidinger/haidinger.html>)。研究也表明:偏振对能量的分布产生重要的影响,在室外场景绘制中尤为明显<sup>[7]</sup>。Wolff 和 Kurlander 首次在图形学光线跟踪中加入偏振效应<sup>[8]</sup>,绘制结果表明,偏振光线跟踪相比于传统非

\* 基金项目: 国家自然科学基金(61271121, 61273237)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61271121, 61273237)

收稿时间: 2014-12-19; 修改时间: 2015-06-11; 采用时间: 2015-07-06

偏振绘制更具有真实感.偏振光线跟踪目前已在透明物体形状检测<sup>[9,10]</sup>等领域中得到应用.此外,由于偏振光线跟踪可以提供场景的偏振信息,这些带有偏振信息的图像可以为场景偏振信息仿真<sup>[11]</sup>、图像理解<sup>[12-14]</sup>、目标分类<sup>[15-19]</sup>、偏振特性分析<sup>[20]</sup>等工作提供重要的研究资料.因此,偏振光线跟踪绘制技术的研究具有重要的意义.

如图 1 所示,偏振光线跟踪绘制属于图形学中预测绘制(predictive rendering)的研究范畴,是预测绘制理论的核心研究问题<sup>[22,23]</sup>.传统的绘制方法可以提供视觉上真实的绘制效果,不追求模型描述的精确.而预测绘制有别于传统绘制,它是一种基于物理规律的高真实感光线跟踪绘制理论与方法.预测绘制理论与验证方法<sup>[24]</sup>都是图形学中新的研究方向.预测绘制研究的目的是根据真实物理规律仿真光线在场景中的传输,以预测场景在真实世界中实际的效果.因此在绘制流水线上,预测绘制需要更精确的物体模型、基于物理的 BRDF(bidirectional reflection distribution function)模型以及光谱数据进行建模;需要进行光谱绘制(spectral rendering)以及使用无偏的图像合成方法;需要特定的观测环境、校准的显示设备以及基于物理的色调映射<sup>[22]</sup>.由于预测绘制可以提供高真实性的绘制效果,目前它在原型制造、宝石加工、飞行器自主导航<sup>[25]</sup>和加油<sup>[26]</sup>等领域都得到重要的应用.

因此,基于偏振光的描述与计算,偏振光线跟踪绘制技术的关键问题可归纳如下.

- (1) 使用合适的偏振 BRDF 模型描述场景内材质的反射偏振特性;
- (2) 设定场景光源的偏振特性;
- (3) 成像阶段进行光谱绘制和偏振信息可视化.

本文在偏振光的自然属性的基础上描述偏振在光线跟踪过程中的表达与计算,根据偏振光线跟踪方法流程,分析偏振 BRDF 应用在光线跟踪中的必要条件,介绍现有常见的基于物理的 BRDF 与偏振 BRDF 模型;讨论光源的偏振态,根据偏振对室外场景影响较大的特点,着重介绍天空光模型以及天空光偏振模式的研究现状,并引入辐射传输模型,为复杂情况下偏振天空光模型的改进研究提供思路;阐述了偏振光线跟踪成像的光谱绘制与表达以及偏振信息可视化;最后,对偏振光线跟踪绘制技术的发展方向进行了归纳、总结与预测(如图 2 所示).

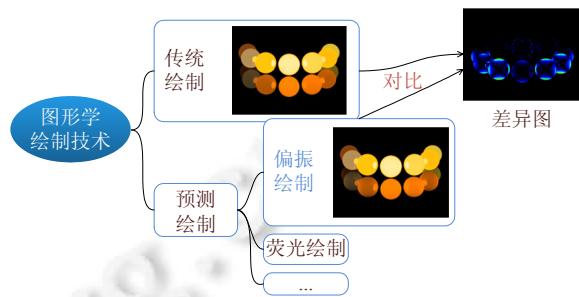


Fig.1 Traditional and polarization rendering<sup>[21]</sup>

图 1 传统绘制方法与偏振光线跟踪绘制<sup>[21]</sup>

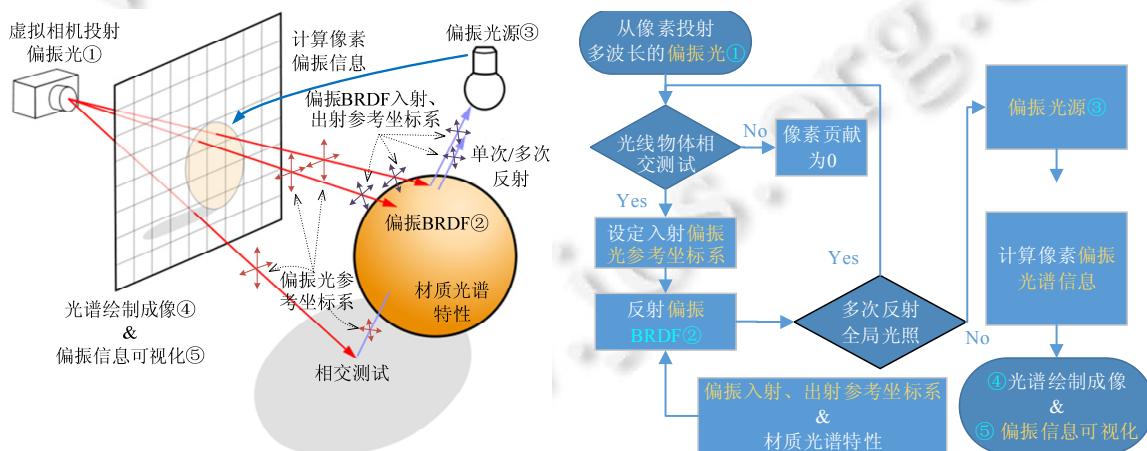


Fig.2 Polarization ray tracing procedure

图 2 偏振光线跟踪及流程

## 1 偏振光线跟踪理论基础

传统的非偏振光线跟踪绘制只考虑了一维信息,即光强。而偏振光线跟踪绘制技术考虑了振幅、相位等因素,用多维信息对光线在传播过程中的变化进行更精确的描述。在偏振光线跟踪绘制的过程中,需要对偏振光进行合理的表达与计算。因此,本节在对偏振光自然属性介绍的基础上,对偏振光线跟踪绘制中涉及到的偏振光的表达与计算进行描述。同时,在此表达方式下对偏振成因与特性进行简述,为后续偏振 BRDF 与光源偏振态的建模提供基础。

### 1.1 偏振光的自然属性

光的偏振是一种光波矢量在光传播方向上不对称振动的现象,如图 3 所示,把偏振光在振动平面内正交分解后,得到偏振分量  $E_x$  和  $E_y$ 。若偏振分量相等,则这种光为非偏振光;若不相等,则为偏振光。

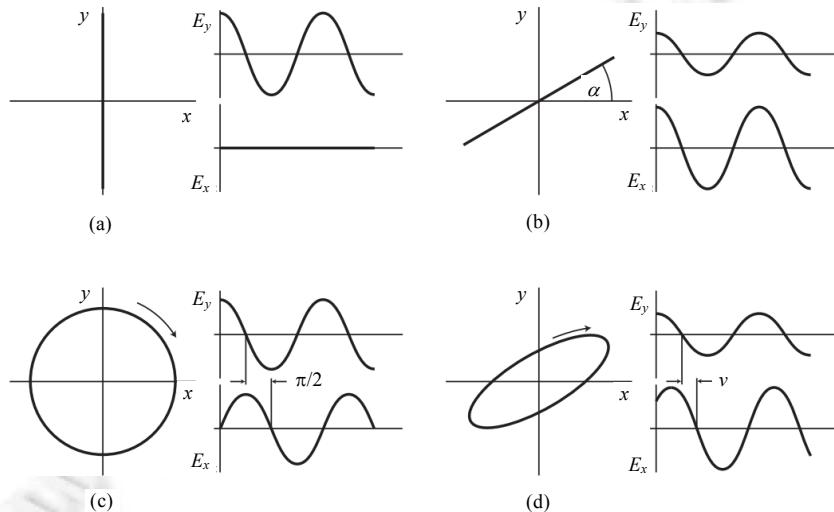


Fig.3 Light polarization state and its oscillation frame<sup>[27]</sup>

图 3 光的偏振态与振动平面<sup>[27]</sup>

光的偏振形态可以分为自然光、完全偏振光和部分偏振光。自然光即为非偏振光,部分偏振光可以理解为自然光与完全偏振光的叠加。而完全偏振光正交分解偏振分量的相位差可以决定其截面运动轨迹,如图 3 所示,根据截面运动轨迹可以分为线偏振光、圆偏振光和椭圆偏振光。光的偏振信息包含偏振度、线偏振度、圆偏振度以及偏振角等<sup>[28]</sup>。其中,自然光的偏振度为 0,完全偏振光的偏振度为 1,部分偏振光的偏振度在 0 和 1 之间。

### 1.2 偏振光的表达与计算

偏振光有多种描述方式,包括电场矢量法、邦加球法、协相关矩阵法与斯托克斯矢量描述方法。在图形学领域,Wolff,Kurland<sup>[8]</sup> 和 Tannenbaum<sup>[29]</sup> 在偏振光线跟踪中使用了协相关矩阵来描述偏振光。Sluijter<sup>[30]</sup>, Rammela<sup>[31]</sup> 和 Wilkie<sup>[32,33]</sup> 使用了更为简单、直观的方式来描述偏振光——斯托克斯矢量。上述几种描述方法是可以相互转化的<sup>[28]</sup>,它们的主要区别在于如何在绘制过程中进行表达。斯托克斯矢量的优势在于,它的每一个参数都具有直观的意义,且在实现与计算上更容易融入绘制框架,所以在物理学与图形学中均已被广泛使用。

斯托克斯矢量使用 4 个分量,即  $S=[I \ Q \ U \ V]$  描述偏振光。斯托克斯矢量在计算机中可以用浮点型数组进行存储,其四维分量分别描述了光强、水平线偏振光强度、45°线偏振光强度与圆偏振光强度。使用斯托克斯矢量,可以很方便地计算偏振光的偏振度、偏振角、圆偏振度等信息<sup>[28]</sup>。

在光线跟踪绘制过程中,加减法是最常见的运算。对于偏振光,加法运算具有实际的物理意义,因此,只有传播方向相同的偏振光才可以进行相加运算。且若两束偏振光正交分解的坐标轴方向不同,还需进行坐标轴旋转,

即:让其中一束偏振光绕传播方向旋转一定的角度,使其与另一束偏振光的正交分解坐标轴重合,再进行斯托克斯矢量对应维的数值相加.而偏振光的乘除法运算没有实际的物理意义,在偏振光线跟踪绘制中一般也无需使用.

在偏振光线跟踪绘制中,偏振 BRDF 可以使用穆勒矩阵进行描述.穆勒矩阵是一个  $4 \times 4$  的矩阵,它可以描述入射光与出射光的关系.偏振片、粒子散射、镜面反射等偏振光学器件与物理现象都可用穆勒矩阵表示.

穆勒矩阵描述了一对特定参考坐标系分解下入射光与出射光在偏振分量之间的关系,这一对特定参考坐标系即为穆勒矩阵的入射参考系与出射参考系.偏振光在其振动平面内使用不同的坐标系正交分解会得到不同的偏振分量,因此,在进行入射光与穆勒矩阵计算之前,需要对入射光参考系进行旋转校准,使其与穆勒矩阵的入射参考系重合,由此得到的出射光参考系与穆勒矩阵的出射参考系相同.如图 4 所示,从光源  $L$  发出的光在与穆勒矩阵  $M_1$  相乘之前,需要使其参考面与  $Exit M_1$  相同,反射光参考系与  $Entry M_1$  相同;再旋转至与  $Exit M_0$  相同,与  $M_0$  相乘,最终得到的反射偏振光参考系为  $Entry M_0$ .

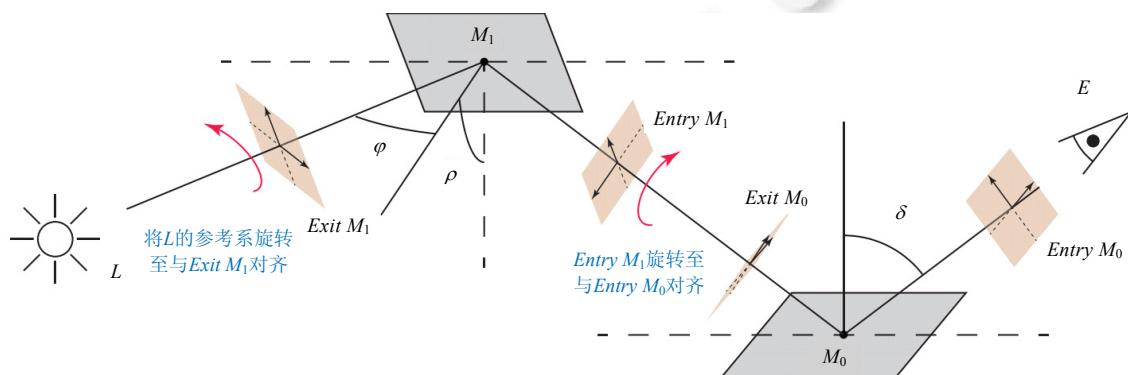


Fig.4 The rotation of the reference frame of the Mueller matrix<sup>[34]</sup>

图 4 穆勒矩阵的参考系校准<sup>[34]</sup>

在绘制的成像阶段,需要对胶片设定参考系,对每一个像素点的斯托克斯矢量加权平均之前,需要先校准到胶片参考系.

### 1.3 偏振成因及其特性

偏振产生的因素有散射、反射和辐射.这些偏振成因刻画了偏振光的微观变化规律,是宏观物理模型建模的基础.如天空光模型及其偏振分布<sup>[32,35]</sup>可以用粒子散射规律进行建模,粗糙表面的微面元法<sup>[36]</sup>使用菲涅尔反射规律进行整体建模以求解偏振特性,而表面的整体辐射偏振特性<sup>[21]</sup>可由 Kirchhoff 定律获得.因此,本节对偏振成因及其特性进行简述.

#### 1.3.1 散射特性

光的散射根据粒子尺寸与波长的关系可以分为瑞利散射、米耶散射、拉曼散射等等.在图形学中,一般假设粒子为球形.粒子散射模型可用于天空光与其偏振模式以及有缺陷粒子的次表面散射等现象的建模.

对于球形粒子,可以用 Mie 散射理论进行求解<sup>[37]</sup>.散射模型几何关系如图 5 所示,在 XYZ 坐标系中,令入射光从 Z 轴负方向入射至原点发生散射,取空间中的 P 点作为观测点,则  $OP$  为散射光的传播方向,  $\theta$  为散射角.

根据 Mie 理论,球形粒子散射需求解 Mie 散射振幅函数.散射振幅函数是由贝塞尔函数与勒让德函数组成的无穷级数,由粒子与波长的关系,求解可以在有限项逼近.根据散射振幅函数,可以得到 Mie 球形粒子散射的穆勒矩阵<sup>[31]</sup>.在利用 Mie 散射进行复杂模型的绘制建模过程中,需考虑散射后偏振光的参考坐标系.图 5 中, $OPZ$  构成了散射平面,散射后出射光的出射方向为  $\overline{OP}$ ,入射光方向为  $\overline{OZ}$ ,散射偏振光参考面垂直方向为  $\overline{E}_{\perp} = \overline{OP} \times \overline{OZ}$ ,平行方向为  $\overline{E}_{\parallel} = \overline{OP} \times \overline{E}_{\perp}$ .

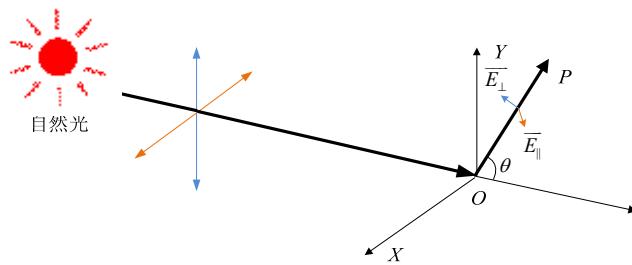


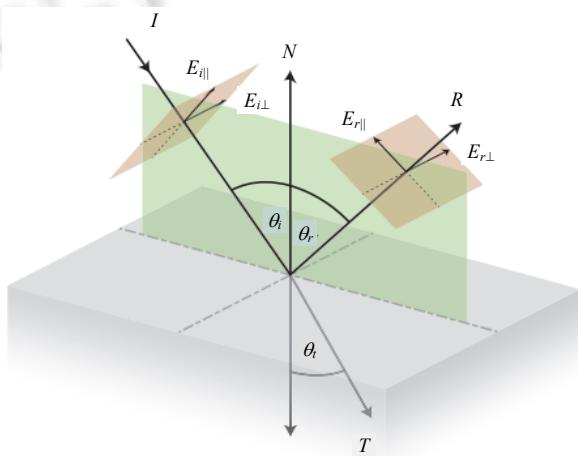
Fig.5 Mie single scattering effect

图 5 Mie 粒子单次散射

### 1.3.2 反射特性

菲涅尔反射<sup>[27]</sup>目前已被广泛应用于图形学的光照处理中。菲涅尔公式直接描述了正交分解下各偏振分量的反射规律,而非偏振的绘制把偏振分量进行叠加,忽略了偏振信息。菲涅尔反射物理模型如图 6 所示,图中,  $I$  和  $R$  表示入射和反射光方向,  $E_{i\parallel}$  和  $E_{i\perp}$  为入射光参考平面,  $E_{r\parallel}$  和  $E_{r\perp}$  为反射光参考平面,  $N$  为法向,  $T$  为透射方向,  $\theta_i = \theta_r$  为反射和入射角。根据菲涅尔反射公式与介质复折射系数,可求得偏振垂直与平行分量的菲涅尔系数  $F_\perp(n, k, \theta)$  和  $F_\parallel(n, k, \theta)$  与偏振垂直与平行分量的相位  $\delta_\perp$  和  $\delta_\parallel$ 。

传统的非偏振光线跟踪对偏振垂直和平行菲涅尔系数取平均,作为反射的菲涅尔系数;对于偏振光线跟踪,偏振的平行和垂直菲涅尔系数与相位都必须分别计算。根据菲涅尔系数与相位的平行和垂直分量,可以得到菲涅尔反射的穆勒矩阵<sup>[28]</sup>。而菲涅尔反射的入射反射参考平面  $\overline{E_{i\parallel}}$  和  $\overline{E_{i\perp}}$  以及  $\overline{E_{r\parallel}}$  和  $\overline{E_{r\perp}}$  可由入射和反射光方向通过向量叉乘运算获得。

Fig.6 The Fresnel specular reflection model<sup>[27]</sup>图 6 菲涅尔镜面反射模型<sup>[27]</sup>

### 1.3.3 热辐射特性

现实世界中,所有温度在绝对零度以上的物体都会进行热辐射,在红外波段,所有的物体在常温即可发出热辐射。热辐射也具有偏振特性,会对绘制场景的偏振分布产生影响。热辐射可以用黑体辐射理论和 Kirchhoff 定律进行建模。

黑体是一种理想材质,它可以吸收所有向其辐射的电磁波<sup>[37]</sup>。黑体辐射理论给出了单位立体角上,给定波长和温度下的黑体辐射能量。然而在现实世界中,黑体并不存在。Kirchhoff 定律对物体的热辐射给出了定量的描

述,即:在热平衡状态下,物体的辐射等于物体的吸收,进而可以得到相关结论,即:在给定温度下,黑体比任何物体辐射出的能量都多。

Wilkie 根据 Kirchhoff 定律给出了物体某点的热偏振辐射<sup>[21]</sup>的绘制方程,并对热偏振辐射进行了绘制,如图 7 所示。基于能量守恒定律,即入射能量等于反射与吸收能量之和,方程定义了物体表面的吸收率  $a(x, \omega)$ ,利用吸收等于辐射的特点,对物体表面的热偏振辐射进行求解,其中, $a(x, \omega)=1-F$ , $F$  为菲涅尔反射系数。因此,对于光滑表面,平行与垂直于参考面的吸收系数分别为  $a_{\perp}(x, \omega)=1-F_{\perp}$  与  $a_{\parallel}(x, \omega)=1-F_{\parallel}$ 。光滑表面热辐射基于菲涅尔反射模型,热辐射的参考坐标系求解方法与其相同。而粗糙表面的热偏振辐射还未有相关研究,目前仍是物理学的研究热点问题<sup>[38]</sup>。

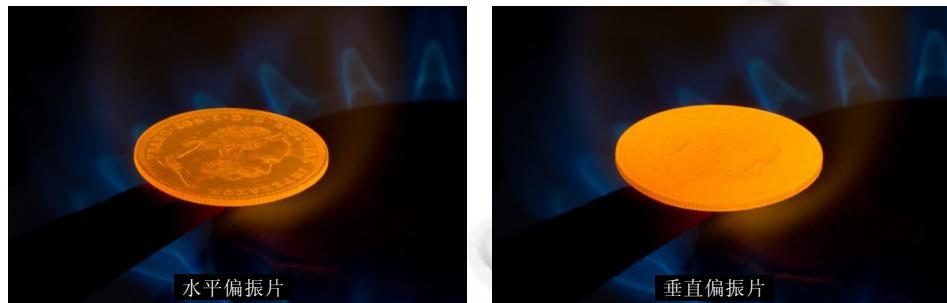


Fig.7 The rendering results of the horizontal and vertical emission polarization<sup>[21]</sup>

图 7 垂直、水平偏振片下的热偏振辐射绘制图像<sup>[21]</sup>

## 2 偏振 BRDF 模型

BRDF 模型体现了材质对光线反射的属性,被广泛应用于图形学的绘制过程中。然而对于偏振光线跟踪绘制而言,由于偏振信息的加入,需要使用偏振 BRDF 模型对材质的偏振反射特性进行描述。偏振 BRDF 模型有两个特点:其一,斯托克斯矢量描述下的偏振光,对应的偏振 BRDF 不是一个数值,而是一个穆勒矩阵;其二,偏振 BRDF 模型具有其入射与出射参考坐标系,如图 6 所示,其中,入射出射参考坐标系可以由入射光与出射光通过向量叉乘运算获得。

偏振 BRDF 模型在偏振光线跟踪绘制过程中至关重要,决定了光线在反射之后的能量分布。因此,偏振 BRDF 必须符合基本物理规律,且需要能够对反射光的偏振分布进行尽可能近似的描述。本节首先介绍基于物理的 BRDF,其次对现有的偏振 BRDF 模型进行总结。

### 2.1 基于物理的BRDF

基于物理的 BRDF 有多种来源,从大类上可分为来源于实测数据与解析模型。实测数据具有准确的特点,但由于 BRDF 与光线入射角和观测角相关,因此每种材质都需要大量的空间对其数据进行保存,在使用时,可能需要用插值法计算未被测量的数据,常用的 BRDF 实测数据库见表 1。

Table 1 BRDF measurement datasets

表 1 BRDF 材质实测数据库

BRDF database	Publisher
MERL ( <a href="http://www.merl.com/brdf/">http://www.merl.com/brdf/</a> )	Mitsubishi electric research laboratories
COR ( <a href="http://www.graphics.cornell.edu/online/newlinemeasurements/reflectance/">http://www.graphics.cornell.edu/online/newlinemeasurements/reflectance/</a> )	Cornell graphics group
CURET ( <a href="http://www1.cs.columbia.edu/CAVE/software/curet/">http://www1.cs.columbia.edu/CAVE/software/curet/</a> )	Columbia-Utrecht CS

基于物理的 BRDF 解析模型一般有 Torrance-Sparrow 模型<sup>[36]</sup>、Cook-Torrance 模型<sup>[39]</sup>以及 HTSG 模型<sup>[40]</sup>等等。其中,Torrance-Sparrow 模型最为广泛使用,它由 Torrance 和 Sparrow 首先在物理学中提出,后被引入计算机图形学领域。其模型中包含 3 个主要参数:微面元模型参数  $D$  用于描述物体表面的微面元分布,几何参数  $G$  用

于描述微面元结构与光线之间的遮蔽、阴影效应,菲涅尔项  $F$  描述菲涅尔反射系数。不同学者根据参数  $D$  描述的微面元的不同,基于 Torrance-Sparrow 模型提出了不同的模型,如 Blinn 模型等。Andrea 给出用于多层涂层的 BRDF 模型框架<sup>[41]</sup>,但是模型忽略了层与层之间的内部反射的准确计算。Wenzel 基于辐射传输的倍加累加法进一步推导了多层涂层的解析模型,取得了良好的绘制效果<sup>[42]</sup>。

基于物理 BRDF 需满足两点要求:其一是能量守恒,即要求所有出射光能量之和不能大于入射光的能量;其二就是 Helmholtz 交换律,即,若交换入射光和出射光的方向,BRDF 函数值不发生改变。因为光线跟踪绘制方法与实际成像过程相比是实际成像光线传播的逆过程,即,光线跟踪中某表面反射模型中的入射光与反射光在实际成像的光路中为其反射光与入射光,因此,Helmholtz 交换律在光线跟踪过程中具有重要的地位。对于偏振 BRDF 模型,首先需要具有反射偏振特性的表达能力,其次也需要满足能量守恒和交换律,才能应用于偏振光线跟踪绘制中(如图 8 所示)。

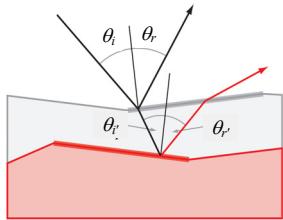


Fig.8 The micro-facets based BRDF model

图 8 微面元 BRDF 模型

## 2.2 偏振BRDF模型

Torrance-Sparrow 模型基于微面元理论,即假定所有的微面元均发生镜面反射。菲涅尔公式描述了偏振分量在镜面反射中的规律,因此,利用菲涅尔公式就可以直接获得 Torrance-Sparrow 的偏振 BRDF 模型。Torrance-Sparrow 偏振 BRDF 可以进一步写成穆勒矩阵形式,与斯托克斯矢量进行计算。Andrea 提出的多层涂层的 BRDF 模型框架<sup>[41]</sup>若对每一层使用 Torrance-Sparrow 进行建模,可扩展至多层涂层的偏振模型。

Torrance-Sparrow 的偏振 BRDF 模型是目前较为常用的解析模型。Wolff 对使用传统 BRDF 和加入了偏振 BRDF 的场景分别进行了绘制,通过与实拍图像对比的方法证明了偏振光线跟踪绘制可以提供更具真实感的效果<sup>[8]</sup>。图 9 的场景由一个非金属球与其在镜面中的镜像构成,光源为无偏振的点光源,绘制中考虑了多次反射。其中,图 9(a)为实拍图片,图 9(b)为使用传统非偏振 Torrance-Sparrow 的 BRDF 模型绘制的效果,图 9(c)为使用基于 Torrance-Sparrow 的偏振 BRDF 模型绘制的效果。通过比较可以看出:图 9(a)与图 9(c)的光照分布较为一致,而图 9(b)在球的镜面映像中出现了高亮光,与实拍结果相差较大。

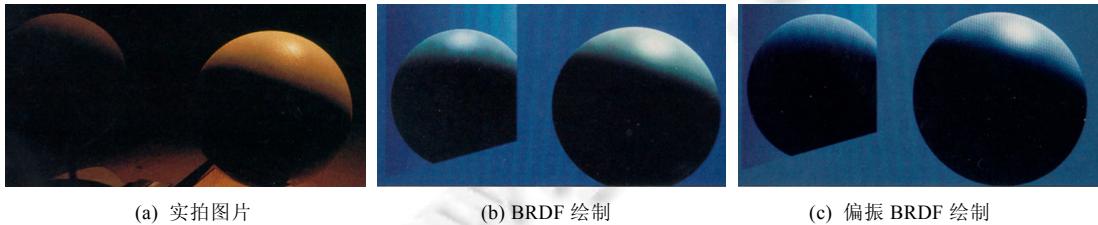


Fig.9 The comparison between traditional rendering, polarization rendering and measured results<sup>[8]</sup>

图 9 传统 BRDF、偏振 BRDF 的绘制与实拍图片对比<sup>[8]</sup>

He 等人针对光滑表面设计了带有偏振的 HTSG 模型<sup>[40]</sup>,此模型在 Cook-Torrance 模型的基础上,通过使用 Kirchhoff 衍射理论加入了偏振和自反射率。该模型包含 3 个部分:镜面反射、方向漫反射、均匀漫反射。前两部分来自于上表面反射,第 3 部分来自于多表面与次表面反射。其对应的偏振模型目前还未被引入图形学领域。

Collins 等人对次表面散射的偏振特性进行了建模与绘制<sup>[43]</sup>,该方法使用离散坐标法对辐射传输方程进行求解,进而推导次表面(subsurface)散射的偏振 BRDF.

在图形学领域以外,还有很多偏振 BRDF 模型.NIST 提供了一套光散射的 C++ 函数库 SCATMECH<sup>[44]</sup>,函数库使用斯托克斯矢量描述偏振光,可以计算多达 20 种散射模型的偏振 BRDF,如微粗糙 BRDF、朗伯体 BRDF、局部 BRDF、RCW BRDF 模型等.同时,SCATMECH 也包括了 Priest 和 Germer 提出的基于 Torrance-Sparrow 的微面元 BRDF 偏振模型<sup>[45]</sup>,模型使用了微面斜率方差和光谱负折射率等参数参与计算.

此外,Hyde 等人<sup>[46]</sup>也基于 Torrance-Sparrow 的微面元提出他们的 BRDF 模型,与 Priest 的模型不同,Hyde 等人加入了遮蔽项,假设朗伯体漫反射产生退偏效应,但这种假设并不总是成立<sup>[47]</sup>.本段中,上述模型中有的无法满足能量守恒和交换律的原则,有的并不是定义在半球空间,因此并不是所有模型都能满足偏振绘制的要求.

针对偏振 BRDF 的实测,Nicolas 等人对多光谱偏振 BRDF 给出了测量方法<sup>[48]</sup>.Berger 等人利用椭偏仪测量出常见金属表面反射光的衰减系数和相位变化,由椭偏基本方程计算的值测定材质偏振特性<sup>[49]</sup>,对不同的微面分布函数的 Torrance-Sparrow 模型进行了实验,考察了 Blinn-Phong,Gaussian,Beckmann 和 Trowbridge and Reitz 分布描述下金属表面的 BRDF,并使用实测数据和理论模型分别进行了图形绘制,为 BRDF 偏振模型的验证提供了方法(如图 10 所示).

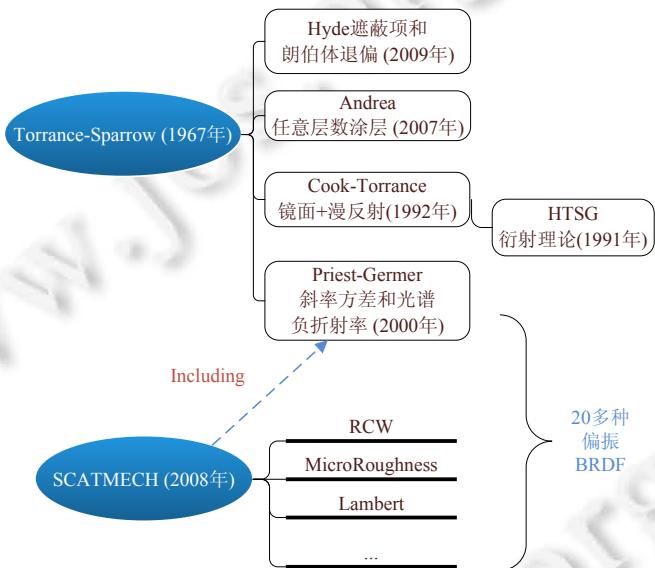


Fig.10 The analytical polarized BRDF models

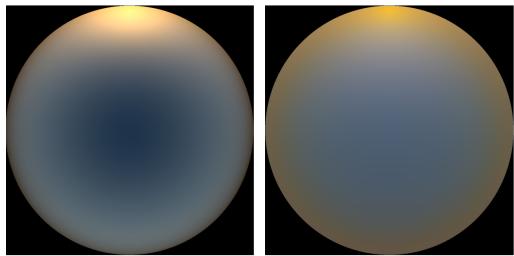
图 10 偏振 BRDF 解析模型

### 3 光源的偏振态

在偏振光线跟踪绘制中,为了准确地对场景中的偏振信息进行计算,必须考虑场景中光源的偏振态.相对于室内场景绘制而言,偏振对天空光照下的室外场景绘制的影响更为明显<sup>[32]</sup>.因此,本节首先介绍天空光(skylight)模型及其偏振模型,其次分析偏振天空光模型的改进思路,最后介绍其他几种光源的偏振处理方法.

#### 3.1 天空光模型

在传统图形学中,天空可以用贴图的形式融入最终合成的图像,这一方法显然无法用于基于物理的绘制.因此,对于室外场景,使用天空光模型作为光源可以较真实地模拟实际光照.天空光模型是一种强度和角分布随日照条件发生变化的光照模型,可描述不同天气情况下,在地表某一观测点穹顶的光亮度分布,如图 11 所示.

Fig.11 The comparison between Hosek and Preetham model (elevation angle 4°, turbidity 6)<sup>[35]</sup>图 11 Hosek 与 Preetham 天空光模型对比(太阳仰角 4°,浑浊度 6)<sup>[35]</sup>

近 20 年来,对天空光分布的建模一直是图形学领域的研究热点.Perez 等人<sup>[50]</sup>给出了天空中光亮度分布的计算公式,这一结果被国际照明委员会(CIE)稍作修改后所采用<sup>[51]</sup>.公式中,参数不具有物理意义,可通过查表获得.同时,计算结果不具有色彩信息.Nishita 首次提出了彩色天空光模型,不过仅仅考虑了大气中的单次散射<sup>[52]</sup>,忽略了地表与空气中分子的相互反射.在随后的改进中,对多次散射进行了预先计算<sup>[53]</sup>.Haber 于 2005 年提出了一种更符合物理规律的天空光模型<sup>[54]</sup>,他的模型基于 Nishita 提出的一些基本思想,即:把大气层分成离散块,用辐射传输模型进行暴力求解计算结果.但是,这种模型同样没有考虑地表的反射.Elek 和 Kmoch 于 2010 年提出了一种融合了多次散射、水体散射、地表反照率的天空模型<sup>[55]</sup>,它可以通过查找预先计算数值表而用于实时绘制(如图 12 所示).

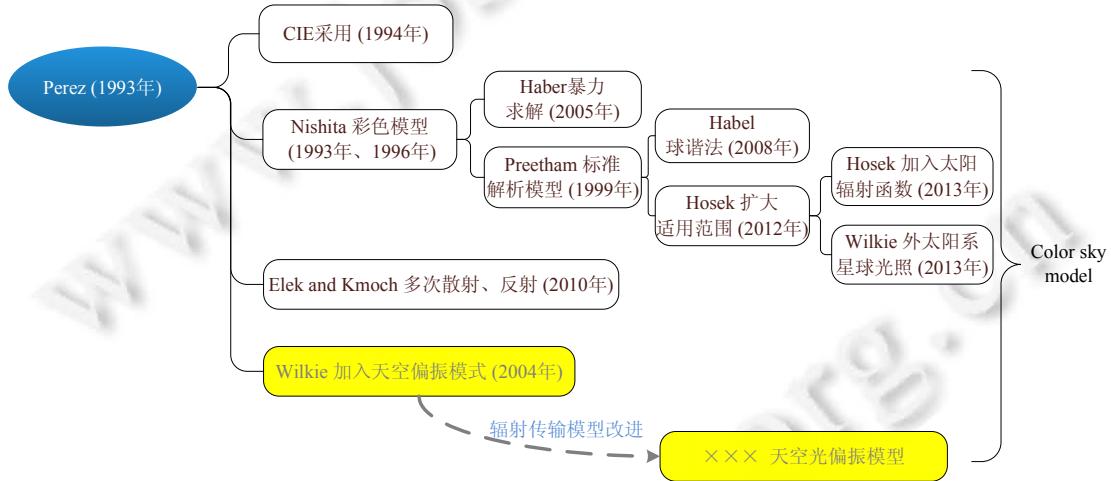


Fig.12 The skylight models

图 12 天空光模型

然而在实际中,最为广泛使用的是 Preetham 基于 Perez 模型而提出的模型<sup>[56]</sup>.模型用浑浊度来定义天气状况,如浑浊度为 2 对应晴朗,浑浊度为 10 对应薄雾天气.这种模型不同于 CIE 采用的模型,参数的选择不需要查找,而是通过对 Nishita 模型的非线性优化后,融入 Perez 模型进行计算,其结果为一组以浑浊度为参数的线性函数,通过线性函数的计算最终计算出所需要的参数.这种模型易于实现、计算迅速,且实际上是目前光谱天空模型辐射的标准解析模型.Habel 于 2008 年<sup>[57]</sup>通过球谐法对 Preetham 模型进行了调整,使其可以更有效地应用于天空模型下物体光照的计算.

Hosek 于 2012 年基于 Preetham 模型提出了一种更具真实感的 Hosek 天空光模型<sup>[35]</sup>,如图 11 所示.模型首先对波长和 CIE-XYZ 颜色空间进行了分别处理,使天空模型的色彩分布更真实;其次,提高了大气浑浊度的光照分布的真实性,扩大了模型对浑浊度的支持(Preetham 模型计算的浑浊度范围为 2~6,Hosek 模型浑浊度最大值

为 10);再次,提供了荧光效应和 UV 波段的计算能力.之后,Hosek 在 Hosek 模型上加入了太阳辐射函数<sup>[58]</sup>.

Wilkie 基于黑体辐射理论星体辐射的快速近似计算方法,通过设定星体的辐射波长和温度,结合 Hosek 模型对地球环境类似的外太阳系星球光照分布进行建模与绘制<sup>[59]</sup>.

### 3.2 偏振天空光模型

上述模型对天空光照进行了建模,但是尚未考虑天空偏振信息的分布.物理学家很早就发现:在晴朗天空下,天空中存在大量的线性偏振光,然而椭圆偏振与圆偏振却不多见.天空中线性偏振光的数量与太阳位置和大气情况有关,在晴朗天空下,与太阳位置成 90°之处有着最强的偏振光.此外,一般情况下,天空颜色越深越蓝,天空中的偏振越强烈.某一时刻某一位置,天空的偏振态具有稳定的分布,这种分布称为天空偏振模式.

Wilkie 于 2004 年给出了晴朗天空偏振模式的解析模型<sup>[32]</sup>,模型使用瑞利散射理论进行天空偏振分布建模,基于 Perez 模型,考虑了光照强度和天气情况,给出天空光的斯托克斯矢量及其参考坐标系的设定方法,其仿真结果与实测数据<sup>[37]</sup>较为接近.同时,Wilkie 还给出了非偏振与偏振的室外场景绘制结果,如图 13 所示.其中,图 13(a)为非偏振绘制,图 13(b)为使用了偏振天空光模型作为光源进行偏振绘制的结果,图 13(c)为图 13(a)与图 13(b)的差异图.从差异图可以看出,图中间部位的摩天楼顶部与水面的镜面反射部位有着明显的不同.

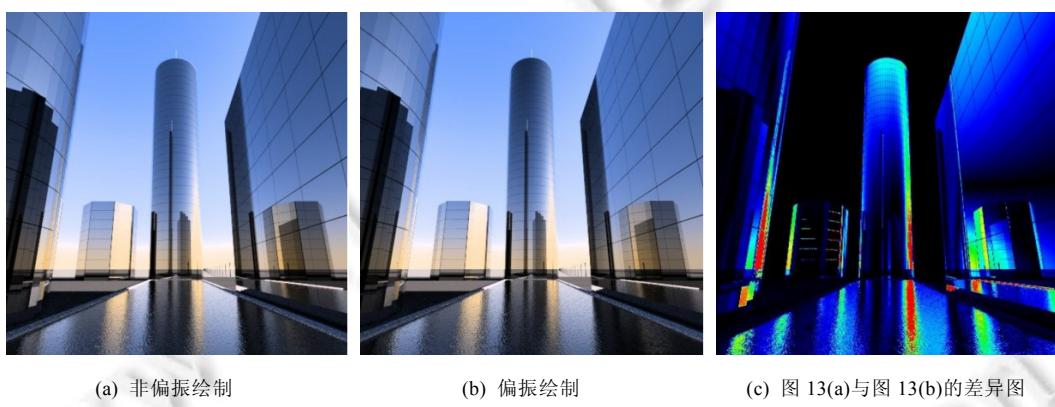


Fig.13 The comparison between traditional rendering and polarization rendering in outdoor scene<sup>[32]</sup>  
图 13 偏振室外场景绘制对比<sup>[32]</sup>

### 3.3 偏振天空光模型的改进

Wilkie 的偏振模型针对晴朗天空进行建模,同时,此模型与 Preetham 和 Hosek 等模型均使用浑浊度对大气进行大致估计.Preetham 模型最大支持的浑浊度为 6,而 Hosek 为 10,无法满足精确仿真的需求.实际上,天空可能存在气溶胶、云层和各种形状的粒子,因此,对天空光的偏振分布可以考虑使用大气辐射传输方程去建模计算.

针对辐射传输问题,目前存在大量的解法,比较流行的有离散坐标法、倍加累加法、渐进法和蒙特卡洛法等.前 3 种方法属于数值解法,需要对辐射传输的基本方程进行求解;而蒙特卡洛法属于模拟法、仿真法.

离散坐标法<sup>[37]</sup>通过勒让德多项式展开散射相函数,用微分方程组代替原有的积分微分方程,最终通过代入边界条件,获得在特定方向上的辐射解析解.其优势在于能够处理复杂边界和散射的辐射传输的问题.

倍加累加法<sup>[43]</sup>的主要思想是:如果知道两个介质层的反射与透射性质,那么把两个介质层看成一个整体的组合层,就可以通过计算两层之间的连续反射过程求解辐射传输.基于这一思想,可以把需要求解的厚介质层划分成 2^n 个相同的薄层,通过倍加累加计算,得到厚介质层性质.

渐近法在解决光学厚层问题,即,当光学厚度  $\tau \rightarrow \infty$  时被提了出来.渐进法对辐射传输方程进行推导,计算光学厚层反射、透射和介质内部强度分布的近似表达.尽管表达式形式简单,但是公式中参数、函数的求解非常困难.渐近法只适用于光学厚度远大于 1 的粒子层,不适用于光学薄层.

蒙特卡洛方法又称为统计模拟法,它以辐射传输方程为依据,对大量光子在传输中的行进路径和过程进行

模拟和跟踪并统计。目前,基于蒙特卡洛方法的开源程序 MYSTIC 已经相对成熟<sup>[60-62]</sup>,且经过验证与实测结果十分接近<sup>[63]</sup>。蒙特卡洛方法类似光线跟踪的思想,其优点在于:该方法直接仿真实际物理过程,所以可以求解任意条件下的辐射传输问题,而其他辐射传输方程数值解法在这方面具有局限性。蒙特卡洛仿真法的缺点在于小样本时统计的不精确性,这一缺陷可以通过增大模拟的光子数来克服。

利用大气辐射传输模型能够更精确地得到复杂天气下场景入射光的偏振态。辐射传输方程的求解也是十分耗时的一项工作,但是对于偏振天空光模型的设计是具有积极意义的。

### 3.4 其他光源的偏振态

偏振天空光模型可以对大多数室外场景中的光源进行偏振建模;而在其他场景,如室内场景中,一般需要使用其他光源进行绘制。

在日常生活与图形学绘制中,除了天空光源,在室内场景以及部分室外场景中最常见的就是灯光,如白炽灯、LED 灯、汽车车灯等。这些光源与天空光源相比,区别在于,它们发出光的偏振态相对简单,比较容易定义。因此,对于这些光源的偏振态并不需要使用复杂的数学模型进行建模。在偏振绘制的过程中,通过事先对光源发射光的偏振态进行直接设定或调整,即可进行绘制。

为了对这些光源进行准确的设定,可以使用实测的方法获取光源发射光的偏振态。三通道偏振相机如图 14 所示,通过在相机传感器前加设偏振片的方式,可以获取真实世界中 3 个传感器下的图像,对图像进行简单处理,即可测得图像中每一个像素的偏振态的斯托克斯矢量表达  $S$ <sup>[28]</sup>。

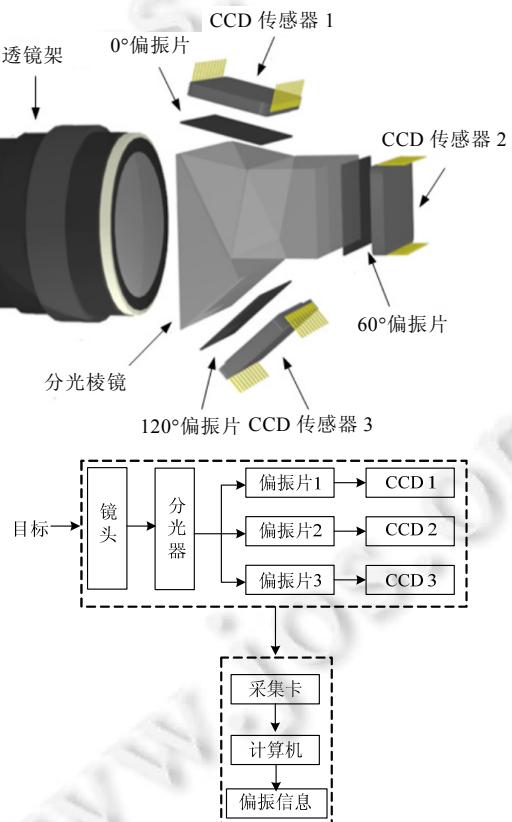


Fig.14 The schematic diagram of the three-channeled polarization camera

图 14 三通道偏振相机结构原理图

一般地,白炽灯发出无偏振光,即,其偏振态的斯托克斯矢量表达为  $S=[1\ 0\ 0\ 0]$ ;汽车车灯从行车安全性的角

度出发,为了减少对驾驶员的炫目影响,发出 $45^{\circ}$ 线偏振光,即 $S=[1\ 0\ 1\ 0]$ ;液晶显示器由于其工作原理,发出线偏振光,即 $S=[1\ 1\ 0\ 0]$ .

除上述光源以外,炽热物体(如高温金属)的热辐射也具有偏振特性,会对绘制场景的偏振分布产生影响,目前也受到学术界的关注<sup>[21]</sup>.对于这一类光源的偏振特性,可以用黑体辐射理论和 Kirchhoff 定律进行建模,详见第 1.3.3 节.

## 4 光谱绘制

在图形学领域,绘制通常是在 RGB 空间内描述光强和表面反射.但是 RGB 颜色空间无法表达可见光谱内的所有颜色,颜色表达对显示设备有依赖性,且无法处理与波长相关的计算,忽略了光谱特性,不具有明确的物理意义.而偏振特性与波长相关,因此,偏振光线跟踪中必须使用光谱绘制进行图像合成.

### 4.1 光谱图像合成

光在不同的波长具有不同的密度,在确定波段范围内的光波密度可以用谱密度分布 SPD(spectral power distribution)来表示.在绘制过程中,使用可见光波段的谱密度分布来对光波进行表示,并最终进行光谱图像合成的技术即为光谱绘制.

人眼具有锥状细胞和杆状细胞,在可见光范围内,锥状细胞既可以感光,也可以感色,可以感知短波、中波与长波,但感光灵敏度不高;而杆状细胞只可以感光,主要在弱光条件下工作.1932 年,国际照明委员会(CIE)在特定观测条件下,测出了人眼对红绿蓝波长的颜色感应标准曲线,如图 15 所示.这些颜色匹配曲线被归一化至设备无关的颜色空间,即 CIE-XYZ 颜色空间.至今为止,XYZ 颜色空间仍是标准的、设备无关的颜色描述方法.

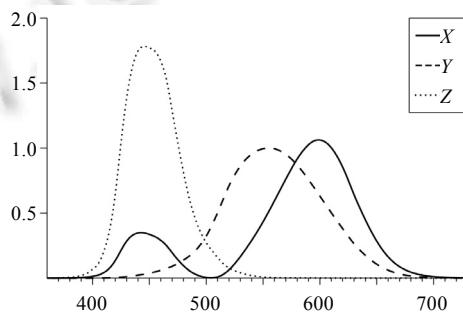


Fig.15 The CIE spectral matching curves

图 15 CIE 颜色匹配曲线

光谱绘制的一般处理流程如下:首先,获得光谱的谱密度分布  $P(\lambda)$ ;其次,利用 CIE 颜色匹配曲线把谱密度分布转换到 XYZ 颜色空间;最后,为了在标准显示设备上显示绘制结果,把 XYZ 颜色转换为 RGB 颜色<sup>[64]</sup>.

给定一个光谱谱密度分布  $P(\lambda)$ ,相应的 XYZ 颜色计算方法为

$$X = \frac{1}{\int \bar{y}(\lambda) d\lambda} \int P(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda, Y = \frac{1}{\int \bar{y}(\lambda) d\lambda} \int P(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda, Z = \frac{1}{\int \bar{y}(\lambda) d\lambda} \int P(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda,$$

其中,  $\bar{x}(\lambda)$ ,  $\bar{y}(\lambda)$  和  $\bar{z}(\lambda)$  为图 15 中的颜色匹配曲线. XYZ 颜色与 RGB 颜色通过线性变换可以相互转换,从 XYZ 颜色获得 RGB 颜色的转换方式为

$$\begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.2405 & -1.5371 & -0.4985 \\ -0.9692 & 1.8759 & 0.0415 \\ 0.0556 & -0.2040 & 1.0573 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}.$$

此外,对于从 RGB 到光谱 SPD 的逆运算,由于不同的光谱密度分布可能产生相同的 RGB 颜色,因此逆变换的结果不是唯一的.对此,Glassner<sup>[65]</sup>和 Smits<sup>[66]</sup>给出了从 RGB 计算光谱密度分布 SPD 的方法.

## 4.2 光谱表达

在绘制系统中,若使用光谱分布来描述光信息,需要考虑光谱在计算机中的存储方式,因为光谱分布可能平滑也可能在某些点高频振荡,甚至不连续.常用的方法是尽可能地减少均匀采样的间隔,提高采样率,即:在可见光范围内,每隔 5nm 进行一次采样.这样的采样虽然逼近了谱密度分布,但无疑需要很大的内存和计算上的开销,性能并不好.

在实际应用中,通常使用 10nm 为采样间隔,同时使用线性基函数去描述光谱<sup>[67]</sup>.但是前者在采样上存在精度不足的问题,后者使用的线性基函数无法描述任意给定的谱密度分布.Raso<sup>[68]</sup>和 Geist<sup>[69]</sup>提出了使用多项式方法表达光谱的观点,与基函数法相同,都在形式上紧凑,但在实际计算中效率低于直接点采样.Sun 等人<sup>[70]</sup>提出了一种混合光谱采样方法,其基本思想是:使用低阶基函数描述整个光谱,在某些光谱尖峰处单独采样处理.这种方法既可以达到高精度,同时也存储较少的参数.但是其缺点也在于相对复杂的光谱计算问题.

## 5 偏振信息的可视化

对于传统的光线跟踪绘制而言,场景的偏振信息,如偏振的 *QUV* 分量、偏振度以及圆偏振度等,是无法由计算获得的.对于偏振光线跟踪绘制技术,它不仅可以提供更具有高真实感的绘制效果,而且可以对场景的偏振信息进行计算.借助可视化的方法,它在仿生偏振导航<sup>[71,72]</sup>、场景偏振信息仿真<sup>[11]</sup>、特征提取分析<sup>[14-17]</sup>等研究中同样具有重要的应用价值.

由于斯托克斯矢量更易于实现且较为直观,因此成为了偏振光在偏振绘制器中较为常用的表达方式.同时,因为光谱绘制技术的采用,绘制完成之后,虚拟胶片中每个像素点均包含光谱描述范围内的所有斯托克斯矢量.例如,若把可见光 400nm~700nm 波段均匀分成 30 份进行光谱绘制,那么最终每个像素将包含 30 组斯托克斯矢量,每一个斯托克斯矢量对应相应波长的结果.根据上述对光谱绘制的讨论,每个像素斯托克斯矢量 *I* 分量的光谱分布,实际上即为该像素的辐射强度谱密度分布,通过转换,即可得到可以在标准显示设备上显示的 RGB 图像.而对于像素中斯托克斯矢量的 *QUV* 分量,由于参考坐标系的设定,数值上具有正负之分,代表了振动的方向.以 *V* 分量为例:通常,若数值符号为正,这代表右旋圆偏振分量;若符号为负,代表左旋圆偏振分量.若要单独获得 *QUV* 分量的强度图,可以对数据取绝对值后,采用与 *I* 分量相同的处理方法来进行成像.但有时由于光强度数值太小,*QUV* 分量,尤其是 *V* 分量,单纯通过上述光谱绘制的方法,可能无法显示明显的图像.同时,若想对 *QUV* 偏振信息进行可视化,则需另辟蹊径.一般而言,需要进行可视化的偏振信息有偏振度、线偏振度、圆偏振度、振动平面、圆偏振方向、偏振类型.

Wilkie 于 2010 年<sup>[73]</sup>总结了几种斯托克斯矢量与偏振信息可视化方法.Glyphs 是可视化中经典的方法<sup>[74,75]</sup>,它可以用箭头和线表示偏振的振动平面和强度.但是这种直观的方法只能给出近似的结果,不满足预测绘制的要求.对于伪彩色法,把像素的偏振态编码到 CIE-LUV 颜色空间中,仅具有美学效果,在实际中却面临难以表达和应用的缺点.另一种更为规范的方法是,使用 RGB 空间中对偏振信息进行映射.对于偏振度信息,使用单一色进行显示,颜色越深,表示偏振度越大.对于带有符号的分量,可以使用一对颜色,如红绿,表示其正负.文献[73]同时对 Neumann<sup>[76]</sup>的结果进行了总结,指出:波长对可视化的整体效果影响不明显,对 *QUV* 分量的光谱信息均值化即可直接进行可视化处理.

基于光谱绘制与偏振信息可视化方法,我们使用偏振光线跟踪对简单场景进行绘制,对偏振信息进行了可视化,如图 16 所示.绘制场景由单点光源照明下的兔子和地板组成,其中,地板为塑料材质,兔子材质为金属 Au,光源发出无偏振自然光.对像素的 *I* 分量进行光谱绘制,并转换到 RGB 空间予以显示,结果如图 16(a)所示.对 500nm 的偏振 *QUV* 分量和偏振度以及圆偏振度信息,使用伪彩色法进行可视化,结果如图 16(b)~图 16(f)所示.

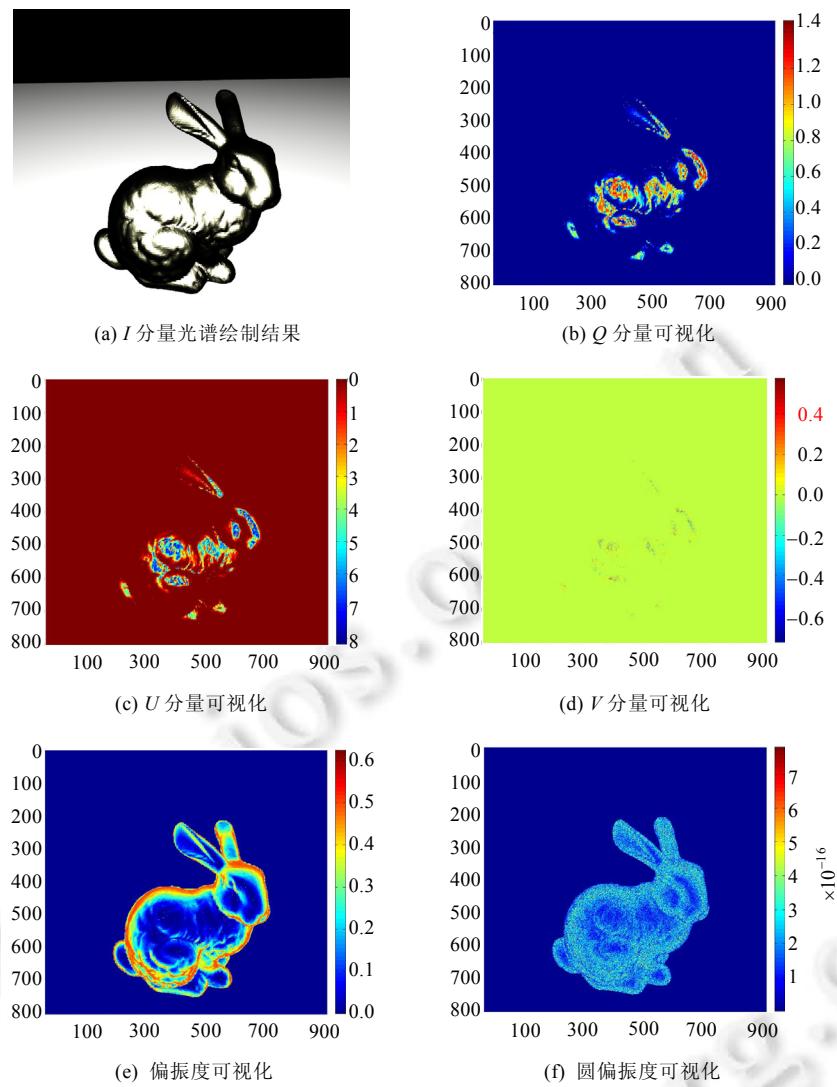


Fig.16 Polarization rendering and polarization information visualization

图 16 偏振光谱绘制与信息可视化

## 6 偏振光线跟踪的发展方向

偏振光线跟踪绘制技术近年来已成为研究热点,但目前还处于发展的初级阶段。本节从偏振光线跟踪绘制技术中的若干热点问题出发,对偏振光线跟踪绘制技术的发展方向进行归纳、总结和预测。

- 偏振光线跟踪绘制理论框架。

在偏振光线跟踪绘制技术的研究初期,研究主要集中于偏振光线跟踪理论框架,即,如何在光线跟踪中融入偏振因素。目前单就偏振而言,这一研究已相对成熟,偏振光线跟踪没有舍弃传统图形学几何光学的理论基础,其实现的方法为在几何光学的基础上考虑波动光学的若干特性,如振幅、相位等。但是,影响绘制效果的光学现象还包括双折射、荧光效应、干涉、衍射等等,在物理的层面分别涉及到光的粒子特性、波动特性、光谱特性等等。因此,如何将偏振与上述几种光学现象相结合,同时融入图形学的绘制,将会是偏振光线跟踪理论框架未来的研究热点问题。

- 偏振 BRDF 模型.

对于偏振 BRDF 模型而言,目前现有的模型一般为对经典 Torrance-Sparrow 微面元模型的扩展以及对物理学研究成果(如 SCATMECH 光学散射库)的利用.Torrance-Sparrow 扩展的微面元偏振 BRDF 模型仅仅适用于单层涂层材质的绘制.而一些物理学中的模型,由于模型定义与应用背景不一样,同样不适用于精确的高真实感绘制.对于这些物理模型,可以通过使用椭偏仪等设备,通过实测与理论相互验证的方法进行比较并改进,从而获得更精确的偏振 BRDF 解析模型.

同时,在图形学中,BRDF 目前已有三大实测数据库;而对于偏振 BRDF,还未有公开发布的实测数据库.建立偏振 BRDF 实测数据库,无论从实际应用还是从偏振 BRDF 理论研究上看,均具有指导性的意义.

另外,在图形学领域,众多学者对多层涂层的 BRDF 的建模与绘制进行了深入研究<sup>[42]</sup>,而偏振多层涂层 BRDF 尚未起步.在物理学中,多层涂层的偏振 BRDF 特性已有一些初步的研究<sup>[77-80]</sup>,但是大多数方法均建立在对辐射传输方程的求解和蒙特卡洛统计上,计算代价较大,并不适用于图形学的绘制.因此,多层涂层的偏振 BRDF 解析模型,也将会是未来的研究热点之一.

- 光源偏振态.

对于光源的偏振态而言,目前的研究较为有限,仅限于偏振天空光与热偏振辐射发光的建模.对于偏振天空光模型的改进,可以参考辐射传输的求解.Hosek 的非偏振天空光解析模型受到了学术界和工业界的广泛关注.它的设计即是借助辐射传输方程求解的结果,其研究思路为:首先,使用辐射传输方程获得相对准确的理论结果;其次,在经典 Preetham 解析模型的基础上向理论结果逼近,最终推导出更真实的天空光解析模型.因此,对于偏振天空光解析模型的研究,也可以借助以上这种思路进行.对于热辐射偏振模型的求解的研究,目前仅限于对光滑表面的建模,粗糙表面热辐射偏振模型目前仍是物理学中的研究热点问题.

- 偏振信息可视化.

对于偏振信息可视化,尤其是斯托克斯分量、偏振度、偏振角等场景偏振信息的可视化,目前仅适用于以单波段和色彩映射的方式实现.而实际上,偏振具有光谱特性,因此可以考虑使用多光谱信息融合的方法对偏振信息进行进一步的研究.

综上,偏振光线跟踪绘制技术目前还处于发展的初级阶段,尤其是对偏振 BRDF 模型以及光源偏振态的研究尚不充分.同时,对偏振进行光线跟踪也需要较大的时间和空间代价.但是由于其高真实感的绘制效果,随着图形学算法与计算机硬件以及 CUDA<sup>[81]</sup>技术的发展,偏振光线跟踪绘制技术将会受到越来越广泛的关注与应用.

## 7 结束语

光线跟踪是计算机图形学中一种高真实感的绘制算法.由于偏振对场景的辐射分布产生影响,在光线跟踪中加入偏振可以产生更具有真实感的绘制图像.偏振光线跟踪绘制技术属于图形学中预测绘制的研究范畴,是预测绘制研究的核心,具有重要的研究意义.本文在预测绘制的框架下,根据偏振光线跟踪的流程,从偏振的描述、运算入手,介绍了偏振光线跟踪绘制技术中偏振 BRDF、光源偏振态、光谱绘制与偏振信息可视化等关键问题以及研究现状,同时对偏振光线跟踪绘制技术的发展方向进行了归纳、总结与预测.

### References:

- [1] Li J, Wang WC, Wu EH. Ray tracing of dynamic scenes by managing empty regions in adaptive boxes. Chinese Journal of Computers, 2009,32(6):1172-1182 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3724/SP.J.1016.2009.01172]
- [2] Huang PJ, Wang WC, Yang G, Wu EH. Accelerating ray-tracing using proxy polygons. Chinese Journal of Computers, 2007,30(2): 262-271 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3321/j.issn:0254-4164.2007.02.013]
- [3] Lu HQ, Bao P, Feng JQ. Opencl-Based real-time KD-tree and ray-tracing for dynamic scene. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2013,25(7):963-973 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3969/j.issn.1003-9775.2013.07.005]

- [4] Li J, Wang WC, Wu EH. Optimizing grid resolutions for ray tracing. *Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics*, 2008,20(8):968–977 (in Chinese with English abstract).
- [5] Ghosh A, Hawkins T, Peers P, Frederiksen S, Debevec P. Practical modeling and acquisition of layered facial reflectance. *ACM Trans. on Graphics*, 2012,27(5):32–39. [doi: 10.1145/1457515.1409092]
- [6] Ghosh A, Chen T, Peers P, Wilson CA, Debevec P. Circularly polarized spherical illumination reflectometry. *ACM Trans. on Graphics*, 2010,29(6):162–173. [doi: 10.1145/1882261.1866163]
- [7] Devlin K, Wilkie A, Purgathofer W. Tone reproduction and physically based spectral rendering. In: Lastra A, Schneider BO, eds. *Proc. of the Eurographics*. New York: ACM Press, 2002. 145–156. [doi: 10.1145/1073204.1073242]
- [8] Wolff LB, Kurlander DJ. Ray tracing with polarization parameters. *IEEE Computer Graphics Application*, 1990,10(6):44–55. [doi: 10.1109/38.62695]
- [9] Miyazaki D, Ikeuchi K. Inverse polarization raytracing: Estimating surface shapes of transparent objects. In: *Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York: IEEE Computer Society, 2005. 910–917. [doi: 10.1109/CVPR.2005.19]
- [10] Miyazaki D, Ikeuchi K. Shape estimation of transparent objects by using inverse polarization ray tracing. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2007,29(11):2018–2030. [doi: 10.1109/TPAMI.2007.1117]
- [11] Devaraj C, Brown S, Messinger D, Goodenough A, Pogorzala D. A framework for polarized radiance signature prediction for natural scenes. In: Shen SS, Lewis PE, eds. *Proc. of the Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XIII*. Bellingham: SPIE, 2007. 65650Y. [doi: 10.1117/12.719798]
- [12] Wolff LB, Lundberg A, Tang R. Image understanding from thermal emission polarization. In: *Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*. Santa Barbara: IEEE Computer Society, 1998. 625–631. [doi: 10.1109/CVPR.1998.698670]
- [13] Wolff LB. Polarization vision: A new sensory approach to image understanding. *Image Vision Computing*, 1997,15(2):81–93. [doi: 10.1016/S0262-8856(96)01123-7]
- [14] Wolff LB. *Polarization and Photometric Methods in Machine Vision*. New York: Command AFM, 1996.
- [15] Chen H, Wolff LB. Polarization phase-based method for material classification and object recognition in computer vision. In: *Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York: IEEE Computer Society, 1996. 128. [doi: 10.1109/CVPR.1996.517064]
- [16] Wolff LB. Polarization-Based material classification from specular reflection. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990,12(11):1059–1071. [doi: 10.1109/34.61705]
- [17] Wolff LB, Boult TE. Constraining object features using a polarization reflectance model. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991,13(7):635–657. [doi: 10.1109/34.85655]
- [18] Cong PH, Robles-Kelly A, Hancock E. Shape and refractive index recovery from single-view polarisation images. In: *Proc. of the IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition*. New York: IEEE, 2010. 1229–1236. [doi: 10.1109/CVPR.2010.5539828]
- [19] Chen C, Zhao YQ, Cheng YM, Pan Q, Luo L. Materials classification based on spectropolarimetric BRDF imagery. *Acta Photonica Sinica*, 2010,39(6):1026–1033 (in Chinese with English abstract). [doi: 10.3788/gzxb20103906.1026]
- [20] Zhang F, Du XP, Chen H. Analysis of the target polarization properties based on BRDF. *Journal of Equipment Academy*, 2014, 25(4):106–111 (in Chinese with English abstract).
- [21] Wilkie A, Weidlich A. A physically plausible model for light emission from glowing solid objects. *Computer Graphics Forum*, 2011,30(4):1269–1276. [doi: 10.1111/j.1467-8659.2011.01986.x]
- [22] Wilkie A, Weidlich A, Magnor M, Chalmers A. Predictive rendering. In: *Proc. of the SIGGRAPH ASIA Courses*. New York: ACM Press, 2009. 1–428. [doi: 10.1145/1665817.1665829]
- [23] Meseth J. Towards predictive rendering in virtual reality [PhD. Thesis]. Bonn: University Bonn, 2006.
- [24] Ulbricht C, Wilkie A, Purgathofer W. Verification of physically based rendering algorithms. In: *Proc. of the Computer Graphics Forum*. 2006. 237–255. [doi: 10.1111/j.1467-8659.2006.00938.x]
- [25] Beich J, Veth M. Tightly-Coupled image-aided inertial relative navigation using statistical predictive rendering (SPR) techniques and a priori world models. In: *Proc. of the Position Location and Navigation Symp*. New York: IEEE, 2010. 552–560. [doi: 10.1109/PLANS.2010.5507309]
- [26] Weaver AD, Veth MJ. Image-Based relative navigation for the autonomous refueling problem using predictive rendering. In: *Proc. of the Aerospace Conf*. New York: IEEE, 2009. 1–13. [doi: 10.1109/AERO.2009.4839600]

- [27] Wilkie A, Weidlich A. Polarised light in computer graphics. In: Proc. of the SIGGRAPH Asia Courses. New York: ACM Press, 2012. 1–87. [doi: 10.1145/2407783.2407791]
- [28] Goldstein D. Polarized Light. 2nd ed., New York: Marcel Dekker, 2011.
- [29] Tannenbaum DC, Tannenbaum P, Wozny MJ. Polarization and birefringency considerations in rendering. In: Schweitzer D, Glassner A, Keeler M, eds. Proc. of the 21st Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1994. 221–222. [doi: 10.1145/192161.192204]
- [30] Sluijter M, de Boer DKG, Braat JJM. General polarized ray-tracing method for inhomogeneous uniaxially anisotropic media. *Journal of Optic Society of America A*, 2008, 25(6):1260–1273. [doi: 10.1364/JOSAA.25.001260]
- [31] Ramella-Roman J, Prahl S, Jacques S. Three Monte Carlo programs of polarized light transport into scattering media: Part I. *Optics Express*, 2005, 13(25):4420–4438. [doi: 10.1364/OPEX.13.004420]
- [32] Wilkie A, Ulbricht C, Tobler RF, Zotti G, Purgathofer W. An analytical model for skylight polarization. In: Keller A, Jensen HW, eds. Proc. of the 15th Eurographics Conf. on Rendering Techniques. New York: Eurographics Association, 2004. 387–397. [doi: 10.2312/egwr/egsr04/387-397]
- [33] Wilkie A, Tobler RF, Purgathofer W. Combined rendering of polarization and fluorescence effects. In: Gortler SJ, Myszkowski K, eds. Proc. of the 12th Eurographics Workshop on Rendering Techniques. London: Springer-Verlag, 2001. 197–204. [doi: 10.2312/EGWR/EGWR01/197-204]
- [34] Wilkie A, Weidlich A. How to write a polarisation ray tracer. In: Proc. of the SIGGRAPH Asia Courses. New York: ACM Press, 2011. 1–36. [doi: 10.1145/2077434.2077442]
- [35] Hosek L, Wilkie A. An analytic model for full spectral sky-dome radiance. *ACM Trans. on Graphics*, 2012, 31(4):1–9. [doi: 10.1145/2185520.2185591]
- [36] Torrance KE, Sparrow EM. Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. *Journal of the Optical Society of America*, 1967, 57(9):1105–1112. [doi: 10.1364/JOSA.57.001105]
- [37] Liou KN. An Introduction to Atmospheric Radiation. London: Academic Press, 2002.
- [38] An C, Zeringue K. Emission polarization from rough surfaces. In: Chenuit DB, Goldstein DH, eds. Proc. of the Polarization: Measurement, Analysis, and Remote Sensing VIII. Bellingham: SPIE, 2008. 69720O. [doi: 10.1117/12.779755]
- [39] Cook RL, Torrance KE. A reflectance model for computer graphics. *ACM Trans. on Graphics*, 1981, 15(3):307–316.
- [40] He XD, Torrance KE, Sillion FX, Greenberg DP. A comprehensive physical model for light reflection. *SIGGRAPH Computer Graphics*, 1991, 25(4):175–186. [doi: 10.1145/127719.122738]
- [41] Weidlich A, Wilkie A. Arbitrarily layered micro-facet surfaces. In: Rohl A, ed. Proc. of the 5th Int'l Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 2007. 171–178. [doi: 10.1145/1321261.1321292]
- [42] Jakob W, D'eon E, Jakob O, Marschner S, Jakob W, Jakob O, Marschner S. A comprehensive framework for rendering layered materials. *ACM Trans. on Graphics*, 2014, 33(4):70–79. [doi: 10.1145/2601097.2601139]
- [43] Collin C, Pattanaik S, Likamwa P, Bouatouch K. Computation of polarized subsurface BRDF for rendering. In: Kry PG, Bunt A, eds. Proc. of the Graphics Interface Conf. Boca Raton: Canadian Information Processing Society, 2014. 201–208.
- [44] Germer T. SCATMECH: Polarized Light Scattering C++ Class Library. NIST, 2008.
- [45] Priest RG, Germer TA. Polarimetric BRDF in the microfacet model: Theory and measurements. In: Proc. of the 2000 Meeting of the Military Sensing Symposia Specialty Group on Passive Sensors. 2000, 1:169–181. [http://www.nist.gov/manuscript-publication-search.cfm?pub\\_id=841439](http://www.nist.gov/manuscript-publication-search.cfm?pub_id=841439)
- [46] Hyde M, Schmidt J, Havrilla M. A geometrical optics polarimetric bidirectional reflectance distribution function for dielectric and metallic surfaces. *Optics Express*, 2009, 17(24):22138–22153. [doi: 10.1364/OE.17.022138]
- [47] Ellis KK. Polarimetric bidirectional reflectance distribution function of glossy coatings. *Journal of the Optical Society of America A*, 1996, 13(8):1758–1762. [doi: 10.1364/josaa.13.001758]
- [48] Riviere N, Ceolato R, Hespel L. Multispectral polarized BRDF: Design of a highly resolved reflectometer and development of a data inversion method. *Optica Applicata*, 2012, 42(1):7–22. [doi: 10.5277/oa120101]
- [49] Berger K, Weidlich A, Wilkie A, Magnor M. Modeling and verifying the polarizing reflectance of real-world metallic surfaces. *Computer Graphics Application*, 2012, 32(2):24–33. [doi: 10.1109/mcg.2011.110]
- [50] Perez R, Seals R, Michalsky J. All-Weather model for sky luminance distribution—Preliminary configuration and validation. *Solar Energy*, 1993, 50(3):235–245. [doi: 10.1016/0038-092X(93)90017-I]

- [51] CIE. Spatial distribution of daylight—Luminance distributions of various reference skies. *Color Research and Application*, 1995, 20(1):80–81.
- [52] Nishita T, Sirai T, Tadamura K, Nakamae E. Display of the earth taking into account atmospheric scattering. In: Whitton MC, ed. Proc. of the 20th Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1993. 175–182. [doi: 10.1145/166117.166140]
- [53] Nishita T, Dobashi Y, Nakamae E. Display of clouds taking into account multiple anisotropic scattering and sky light. In: Fujii J, ed. Proc. of the 23rd Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1996. 379–386. [doi: 10.1145/237170.237277]
- [54] Haber J, Magnor M, Seidel HP. Physically-Based simulation of twilight phenomena. *ACM Trans. on Graphics*, 2005, 24(4): 1353–1373. [doi: 10.1145/1095878.1095884]
- [55] Elek O, Kmoch P. Real-Time spectral scattering in large-scale natural participating media. In: Hauser H, Klein R, eds. Proc. of the 26th Spring Conf. on Computer Graphics. New York: ACM Press, 2010. 77–84. [doi: 10.1145/1925059.1925074]
- [56] Preetham AJ, Shirley P, Smits B. A practical analytic model for daylight. In: Waggenspack W, ed. Proc. of the 26th Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1999. 91–100. [doi: 10.1145/311535.311545]
- [57] Habel R, Mustata B, Wimmer M. Efficient spherical harmonics lighting with the preetham skylight model. In: Mania K, Reinhard E, eds. Proc. of the Eurographics. Crete: Eurographics Association, 2008. 119–122.
- [58] Hosek L, Wilkie A. Adding a solar-radiance function to the Hosek-Wilkie skylight model. *Computer Graphics Application*, 2013, 33(3):44–52. [doi: 10.1109/mcg.2013.18]
- [59] Wilkie A, Hosek L. Predicting sky dome appearance on earth-like extrasolar worlds. In: Rushmeier H, ed. Proc. of the 29th Spring Conf. on Computer Graphics. New York: ACM Press, 2013. 145–152. [doi: 10.1145/2508244.2508263]
- [60] Buras R, Mayer B. Efficient unbiased variance reduction techniques for Monte Carlo simulations of radiative transfer in cloudy atmospheres: The solution. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2011, 112(3):434–447. [doi: 10.1016/j.jqsrt.2010.10.005]
- [61] Emde C, Buras R, Mayer B. Alis: An efficient method to compute high spectral resolution polarized solar radiances using the Monte Carlo approach. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2011, 112(10):1622–1631. [doi: 10.1016/j.jqsrt.2011.03.018]
- [62] Mayer B, Hoch SW, Whiteman CD. Validating the MYSTIC three-dimensional radiative transfer model with observations from the complex topography of Arizona’s meteor crater. *Atmospheric Chemistry and Physics Discussions*, 2010, 10(5):13373–13405. [doi: 10.5194/acpd-10-13373-2010]
- [63] Adams JT, Aas E, Hojerslev NK, Lundgren B. Comparison of radiance and polarization values observed in the mediterranean sea and simulated in a Monte Carlo model. *Applied Optics*, 2002, 41:2724–2733. [doi: 10.1364/AO.41.002724]
- [64] Pharr M, Humphreys G. *Physically Based Rendering: From Theory to Implementation*. 2nd ed., Burlington: Morgan Kaufmann Publishers, 2010.
- [65] Glassner AS. How to derive a spectrum from an RGB triplet. *Computer Graphics and Applications*, 1989, 9(4):95–99. [doi: 10.1109/38.31468]
- [66] Smits B. An RGB-to-spectrum conversion for reflectances. *Journal of Graphics Tools*, 1999, 4(4):11–22. [doi: 10.1080/10867651.1999.10487511]
- [67] Peercy MS. Linear color representations for full speed spectral rendering. In: Whitton MC, ed. Proc. of the 20th Annual Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1993. 191–198. [doi: 10.1145/166117.166142]
- [68] Raso MG, Fournier A. A piecewise polynomial approach to shading using spectral distributions. In: Proc. of the Graphics Interface. 1991. 40–46.
- [69] Geist R, Heim O, Junkins S. Color representation in virtual environments. *Color Research and Application*, 1996, 21(2):121–128. [doi: 10.1002/(SICI)1520-6378(199604)21:2<121::AID-COL6>3.0.CO;2-W]
- [70] Sun Y, Fracchia FD, Drew MS, Calvert TW. A spectrally based framework for realistic image synthesis. *The Visual Computer*, 2001, 17(7):429–444. [doi: 10.1007/s003710100116]
- [71] Heinze S, Gotthardt S, Homberg U. Transformation of polarized light information in the central complex of the locust. *The Journal of Neuroscience*, 2009, 29(38):11783–11793. [doi: 10.1523/JNEUROSCI.1870-09.2009]

- [72] Sakura M. Polarized skylight navigation in insects: Model and electrophysiology of E-vector coding by neurons in the central complex. *Journal of Neurophysiology*, 2008,99(2):667–682. [doi: 10.1152/jn.00784.2007]
- [73] Wilkie A, Weidlich A. A standardised polarisation visualisation for images. In: Hauser H, Klein R, eds. Proc. of the 26th Spring Conf. on Computer Graphics. New York: ACM Press, 2010. 43–50. [doi: 10.1145/1925059.1925070]
- [74] Lie AE, Kehrer J, Hauser H. Critical design and realization aspects of glyph-based 3d data visualization. In: Hauser H, Spencer SN, eds. Proc. of the 25th Spring Conf. on Computer Graphics. New York: ACM Press, 2009. 19–26. [doi: 10.1145/1980462.1980470]
- [75] Ward MO. A taxonomy of glyph placement strategies for multidimensional data visualization. *Information Visualization*, 2002, 1(3-4):194–210. [doi: 10.1057/palgrave.ivs.9500025]
- [76] Neumann L, Hegedus R, Horváth G, Garcia R. Applications of high precision imaging polarimetry. In: Brown P, Cunningham DW, Interrante V, McCormack J, eds. Proc. of the 4th Eurographics Conf. on Computational Aesthetics in Graphics, Visualization and Imaging. Switzerland: Eurographics Association, 2008. 89–97. [doi: 10.2312/COMPAESTH/COMPAESTH08/089-097]
- [77] Zhao JM, Tan JY, Liu LH. Monte Carlo method for polarized radiative transfer in gradient-index media. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2014,152:114–126. [doi: 10.1016/j.jqsrt.2014.11.005]
- [78] Garcia RDM. Fresnel boundary and interface conditions for polarized radiative transfer in a multilayer medium. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2012,113(4):306–317. [doi: 10.1016/j.jqsrt.2011.11.015]
- [79] Garcia RDM. Radiative transfer with polarization in a multi-layer medium subject to fresnel boundary and interface conditions. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2013,115(1):28–45. [doi: 10.1016/j.jqsrt.2012.09.004]
- [80] Germer TA, Marx E. Ray model of light scattering by flake pigments or rough surfaces with smooth transparent coatings. *Applied Optics*, 2004,43(6):1266–1274. [doi: 10.1364/AO.43.001266]
- [81] Huang MC, Liu F, Liu XH, Wu EH. Efficient rendering of single-pass order-independent transparency via CUDA renderer. *Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software*, 2011,22(8):1927–1933 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3932.htm> [doi: 10.3724/sp.j.1001.2011.03932]

#### 附中文参考文献:

- [1] 李静,王文成,吴恩华.基于空盒自适应生成的动态场景光线跟踪计算.计算机学报,2009,32(6):1172–1182. [doi: 10.3724/SP.J.1016.2009.01172]
- [2] 黄沛杰,王文成,杨刚.基于中介面加快光线跟踪计算.计算机学报,2007,30(2):262–271. [doi: 10.3321/j.issn:0254-4164.2007.02.013]
- [3] 卢贺齐,鲍鹏,冯结青.基于 OPENCL 的实时 KD-Tree 与动态场景光线跟踪.计算机辅助设计与图形学学报,2013,25(7):963–973.
- [4] 李静,王文成,吴恩华.加快光线跟踪计算的网格优化划分.计算机辅助设计与图形学学报,2008,20(8):968–977.
- [19] 陈超,赵永强,程咏梅,潘泉,罗丽.基于偏振光谱 BRDF 图像的物质分类.光子学报,2010,39(6):1026–1033. [doi: 10.3788/gzxb20103906.1026]
- [20] 张飞,杜小平,陈杭.基于 BRDF 的目标偏振特性分析.装备学院学报,2014,25(4):106–111.
- [81] 黄梦成,刘芳,刘学慧,吴恩华.基于 CUDA 渲染器的顺序独立透明现象的单遍高效绘制.软件学报,2011,22(8):1927–1933. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/3932.htm> [doi: 10.3724/sp.j.1001.2011.03932]



王驰(1987—),男,安徽合肥人,博士生,主要研究领域为计算机图形学,偏振信息建模与仿真.



谢昭(1980—),男,博士,副研究员,CCF 会员,主要研究领域为计算机视觉,人工智能,模式识别.



高隽(1963—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为智能信息处理,偏振信息处理.



姚婷婷(1988—),女,博士生,主要研究领域为计算机视觉,人工智能,模式识别.