

自适应偏好半径划分区域的多目标进化方法*

王帅发¹, 郑金华^{1,2}, 胡建杰¹, 邹娟¹, 喻果³



¹(智能计算与信息处理教育部重点实验室(湘潭大学), 湖南 湘潭 411105)

²(智能信息处理与应用湖南省重点实验室(衡阳师范学院), 湖南 衡阳 421002)

³(Computer Sciences, University of Surrey, Guildford, Surrey GU2 7XH, UK)

通讯作者: 郑金华, E-mail: jhzheng@xtu.edu.cn; 邹娟, E-mail: zoujuan@xtu.edu.cn

摘要: 偏好多目标进化算法是一类帮助决策者找到感兴趣的 Pareto 最优解的算法。目前,在以参考点位置作为偏好信息载体的偏好多目标进化算法中,不合适的参考点位置往往会严重影响算法的收敛性能,偏好区域的大小难以控制,在高维问题上效果较差。针对以上问题,通过计算基于种群的自适应偏好半径,利用自适应偏好半径构造一种新的偏好关系模型,通过对偏好区域进行划分,提出基于偏好区域划分的偏好多目标进化算法。将所提算法与 4 种常用的以参考点为偏好信息载体的多目标进化算法 g-NSGA-II、r-NSGA-II、角度偏好算法、MOEA/D-PRE 进行对比实验,结果表明,所提算法具有较好的收敛性能和分布性能,决策者可以控制偏好区域大小,在高维问题上也具有较好的收敛效果。

关键词: 偏好多目标进化算法;参考点;自适应偏好半径;偏好区域;决策者

中图法分类号: TP181

中文引用格式: 王帅发,郑金华,胡建杰,邹娟,喻果. 自适应偏好半径划分区域的多目标进化方法. 软件学报, 2017, 28(10): 2704-2721. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5307.htm>

英文引用格式: Wang SF, Zheng JH, Hu JJ, Zou J, Yu G. Multi-Objective evolutionary algorithm for adaptive preference radius to divide region. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2017, 28(10): 2704-2721 (in Chinese). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/5307.htm>

Multi-Objective Evolutionary Algorithm for Adaptive Preference Radius to Divide Region

WANG Shuai-Fa¹, ZHENG Jin-Hua^{1,2}, HU Jian-Jie¹, ZOU Juan¹, YU Guo³

¹(Key Laboratory of Intelligent Computing and Information Processing, Ministry of Education (Xiangtan University), Xiangtan 411105, China)

²(Hu'nan Provincial Key Laboratory of Intelligent Information Processing and Application (Hengyang Normal University), Hengyang 421002, China)

³(Computer Sciences, University of Surrey, Guildford, Surrey GU2 7XH, UK)

Abstract: The preference-based multi-objective evolutionary algorithms are the sort of evolutionary algorithms to assist the decision maker (DM) in finding interesting Pareto optimal solutions. At present, the inappropriate locations of the reference points sometimes seriously impact the convergence performance of the algorithms when the locations of the reference points are used as the preference information during the optimization. Moreover, the size of the preferred region is difficult to control. And the comprehensive performance of the algorithms will degrade in dealing with many-objective problems. To address the above issues, in this paper, the self-adjustable

* 基金项目: 国家自然科学基金(61502408, 61673331, 61379062, 61403326); 湖南省教育厅重点项目(17A212); 赛尔网络创新项目(NGII20150302); 湖南省自然科学基金(14JJ2072, 2017JJ4001); 湖南省科技计划(2016TP1020)

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (61502408, 61673331, 61379062, 61403326); Key Project of Hu'nan Provincial Education Department (17A212); CERNET Innovation Project (NGII20150302); Natural Science Foundation of Hu'nan Province of China (14JJ2072, 2017JJ4001); The Science and Technology Plan Project of Hu'nan Province of China (2016TP1020)

收稿时间: 2017-01-08; 修改时间: 2017-02-10, 2017-04-05; 采用时间: 2017-05-14

preference-based radius is calculated to build a new preference relation model, and by dividing region of interest (ROI), a preference-based multi-objective evolutionary algorithm based on the division of ROI is proposed. The proposed algorithm is compared with four reference point based multi-objective evolutionary algorithms (g-NSGA-II, r-NSGA-II, angle-based preference algorithm and MOEA/D-PRE). The results show that the proposed algorithm has good convergence and diversity, and at meantime allows the DM control the size of the preferred region. In addition it has a good convergence in addressing the many-objective problems.

Key words: multi-objective evolutionary algorithms with preference; reference point; adaptive preference radius; preferred region; decision maker

多目标进化算法(multi-objective evolutionary algorithms,简称 MOEAs)^[1,2]是一类模拟生物进化来解决多目标优化问题(multi-objective optimization problems,简称 MOPs)的全局搜索算法.由于 MOEAs 的应用十分广泛,近 20 年来,学者们提出了不少优秀算法^[3-10],Laumanns 等人^[11]对伪布尔多目标优化问题的进化算法进行了严格的运行时间分析,Qian 等人^[12]研究了重组操作如何影响多目标进化算法的问题.在处理高维目标优化问题时,已有 MOEAs 的性能随着目标维数的增加而显著下降^[6],同时也给决策者带来很大的选择困难.通过引入决策者的偏好信息,可以有效地解决以上问题.近年来,基于决策者偏好信息的多目标优化算法成为研究热点之一.

决策者一般将参考点的位置信息作为偏好信息的载体,不同参考点的位置信息代表不同决策者的喜好,而参考点在目标空间的位置关系可以分为如图 1 所示的 3 种情况,即参考点在可行域中、参考点在真实 Pareto 面上、参考点在不可行域中.当决策者给出参考点后,运行算法得到决策者感兴趣的区域(region of interest,简称 ROI)^[13].如图 2 所示,在目标空间中,决策者感兴趣的区域是 ROI,算法没有必要搜索并求得整个 Pareto 最优边界.因此,引入决策者的偏好信息来指导算法搜索决策者感兴趣的解或解集,解决了决策者从众多解中选择自己感兴趣的解的问题,同时还减少了算法对决策者不感兴趣区域的搜索代价.目前,在偏好多目标进化算法中比较有代表性的算法有:Molina 等人^[14]通过“放松 Pareto 关系”,提出的一种 g-dominance 的支配关系的算法 g-NSGA-II; Said 等人^[15]在“Pareto 关系”的基础上,提出的一种基于加权欧几里德距离^[16]的严格偏序关系(称为 r-dominance 的支配关系)的算法 r-NSGA-II;郑金华等人^[17]提出的利用角度信息引入决策者偏好的算法以及 Yu 等人^[18]提出的一种迭代权重映射的偏好多目标算法(MOEA/D-PRE)等.然而,在基于参考点的偏好多目标进化算法中,存在以下不足.

(1) 偏好算法对参考点的位置依赖性较大,如果选择的参考点位置不恰当,则算法性能会受到严重影响.例如:当决策者给出的参考点落在可行域时,算法 r-NSGA-II^[15]的收敛性能和稳定性能将会受到严重影响.根据 r-dominance 的支配关系可知:其中加权欧式距离将引导种群向参考点所在区域进行搜索,而此时,参考点落在可行域并远离真实 Pareto 面,所以大部分的个体被引导到邻近参考点很小的区域,从而使算法收敛性能退化,如图 3 所示.

(2) 当决策者对偏好区域大小有一定要求时,偏好算法往往不能很好地获得稳定的 ROI^[13].如图 4 所示,在 g-NSGA-II^[14]中,当参考点落在 Pareto 面上时,Flag=1 所在区域支配 Flag=0 的区域,此时,算法所获得的 ROI 将聚集到一点,决策者无法获得多样性解集.因此,如何获取一个可控大小的 ROI 成为偏好多目标进化算法研究的一个重点.

(3) 在高维问题上(本文中高维问题是指目标空间的维数),随着目标维数的增加,非支配个体数量呈指数级增加,算法的选择压力减小,从而严重影响算法的收敛性能.如:g-NSGA-II 算法^[14]、r-NSGA-II 算法^[15]、角度信息引入决策者偏好的算法^[17]以及 MOEA/D-PRE^[18]等在 5、8、10、15 的 DTLZ3 高维测试问题上,随着目标维数的增加,算法的收敛性能显著下降.因而,在处理高维问题时,如何在增加算法选择压力的同时,选择决策者感兴趣的 ROI,是高维偏好多目标进化算法研究的难点(高维是指目标空间中维数大于 3).

针对以上问题,本文提出了一种基于偏好区域划分的偏好多目标进化算法.首先,根据决策者给出的参考点,构造以原点和参考点所在的直线为偏好方向.然后,根据偏好方向计算出种群自适应偏好半径,并利用偏好方向和自适应偏好半径将目标空间分成偏好区域和非偏好区域,并将种群归类到这两个区域中.最后,根据偏好区域中种群数量来决定是否增加或删除个体,当偏好区域种群数量较少时,则从非偏好区域中依次选择离偏好

半径最近的个体;如果偏好区域中的个体数量过多,则利用偏好区域分块的 Pareto 支配关系保留精英个体.当目标空间维数较大时,传统的 Pareto 支配关系很难区分种群个体之间的支配关系,导致种群进化过程中互不 Pareto 支配的个体数量越来越多,不利于算法筛选出精英个体,降低了算法的收敛性能.为此,本文采用偏好区域分块的策略来进一步加强 Pareto 支配关系,减少种群中互不 Pareto 支配的个体,该策略增加了算法的选择压力,能够帮助算法处理目标维数较大的问题.因此,本文算法具有以下特点.

- (1) 在目标空间中参考点的不同位置(参考点在可行域中、真实 Pareto 面上以及不可行域中)对算法综合性能的影响很小,算法能够获得稳定的偏好区域大小;
- (2) 决策者可以通过设置自适应偏好半径下限值来控制偏好区域的大小;
- (3) 在低维和高维问题上,本文算法具有较好的收敛效果.

本文第 1 节提出种群自适应偏好半径划分偏好区域的方法.第 3 节给出本文的算法框架及分析.第 4 节进行实验设计与分析.第 5 节总结本文以及今后的工作.

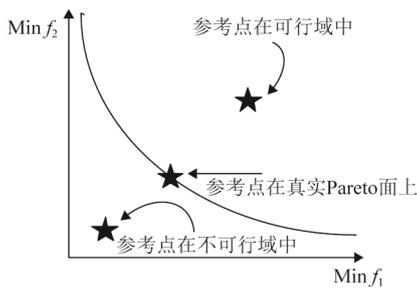


Fig.1 The reference position is different in the objective space

图 1 参考点在目标空间的不同位置关系

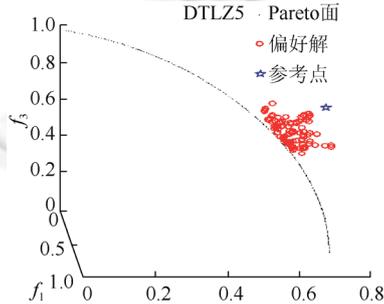


Fig.3 Reference point in the feasible region, r-NSGA-II obtained distribution of its solution set
图 3 参考点在可行域时, r-NSGA-II 所获解集分布图

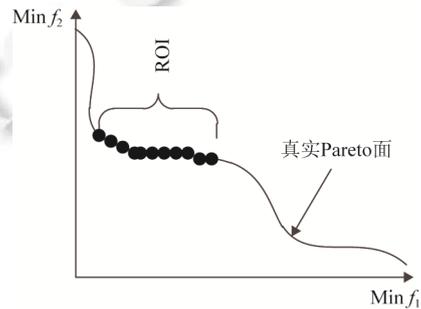


Fig.2 Decision-Maker's region of interest

图 2 决策者感兴趣的区域(ROI)

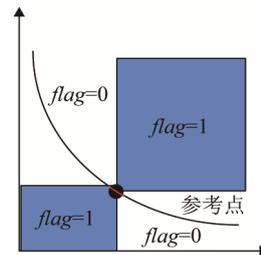


Fig.4 Reference point in the real Pareto front, g-NSGA-II obtained distribution of its solution set
图 4 参考点在真实 Pareto 面上, g-NSGA-II 所获解集分布图

1 种群自适应偏好半径划分偏好区域的方法

本节先给出几个相关的基本定义,再讨论偏好关系模型、偏好区域划分策略以及可控偏好区域.

1.1 相关定义

为方便后续讨论,下面给出几个相关的定义,其几何意义如图 5 所示.

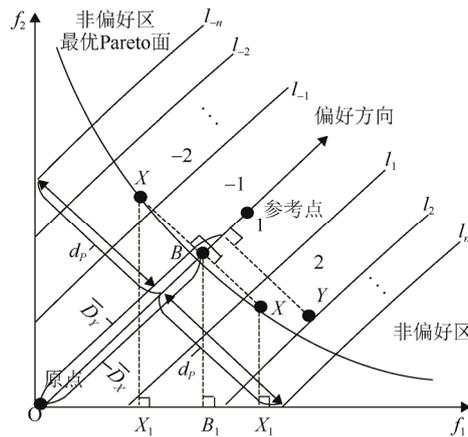


Fig.5 Strategy of ROI partition
图5 偏好区域分块策略示意图

定义 1(偏好方向). 以原点为起点、参考点为终点的向量所在的方向.

定义 2(种群自适应偏好半径 d_p). 种群自适应偏好半径定义如下:

$$d_p = \frac{\sum_i^N dist_i}{N} \tag{1}$$

其中, $dist_i$ 为个体 i 到偏好方向的垂直距离, N 为种群大小.

定义 3(个体偏好距离 \bar{D}). 种群中个体落在偏好方向的垂足与原点的欧几里德距离.

定义 4(偏好区域分块). 偏好区域是指基于以偏好方向为临界的上下两个部分,分别对上下两个偏好部分进行分块,同时将分块进行编号.分块编号以偏好方向为中心依次往外编号,编号方法如下.

$K = I \times \left(\frac{d_p}{N}\right) \times flag$, 其中, K 是分块的编号, $0 < |I| \leq \lceil d_p \rceil, \lfloor d_p \rfloor$ 是大于 d_p 的最小整数, N 为种群的大小, $flag$ 为标记参数, $flag \in \{-1, 1\}$, 当偏好区域在偏好方向下方时, $flag=1$, 否则, $flag=-1$.

根据定义 4,由决策者的偏好信息将目标空间划分成偏好区域和非偏好区域,优先选择偏好区域中的解个体加入到进化池中,这种方式有利于种群个体朝着决策者喜好的区域进化,为决策者提供更多满足要求的解个体.对偏好区域进行分块编号是为了减少偏好区域中互不 Pareto 支配的解个体,因为在 Pareto 支配关系下,目标空间维数较低时,互不 Pareto 支配的个体比较少,但维数在 4 维或以上时,种群中互不 Pareto 支配的个体数量随着维数的增加而显著变大,这样不利于算法收敛.因此,偏好区域分块能够帮助算法快速找到决策者想要的解个体,也能增加算法的选择压力,提高算法的收敛性能.

定义 5(偏好区域分块的 Pareto 支配关系). 种群中任意两个个体 X 和 Y , X 支配 Y 当且仅当满足以下两个条件之一.

- 1) X Pareto 支配 Y ;
- 2) X 与 Y 是 Pareto 互不支配, X 与 Y 同在一个偏好区域分块中且 $\bar{D}_X - \bar{D}_Y \leq 0$, 其中, \bar{D}_X 、 \bar{D}_Y 分别为个体 X 和 Y 的偏好距离.

1.2 偏好关系模型

除决策者的偏好信息外,偏好关系模型对算法的性能也有很大的影响.一个好的偏好模型能够引导算法快速地找到偏好区域,从而有助于决策者做出最佳决策.在众多的偏好关系模型中, Jaskiewicz 等人^[19]提出的局部偏好关系模型是偏好多目标进化算法最常用的模型之一,该局部偏好关系模型需要决策者给出起始点、终止点、无差别阈值向量、偏好阈值向量、否决阈值向量等众多参数变量,对参数的设定给决策者带来了繁重的任

务.为此,后来的研究者提出了一种简化的局部偏好关系模型^[20],如图 6 所示,决策者只需提供参考点的位置信息,用参考点和起始点(一般选择原点)的连线构成偏好方向向量,该方向向量与最优 Pareto 面的交点,定义为决策者最感兴趣的解.在该模型中决策者只能获得单一的决策解,得不到决策者感兴趣的偏好区域,不能为决策者提供更多的决策选择.

本文提出了一种新的偏好关系模型,如图 7 所示,原点和参考点所在的直线构成偏好方向,通过构造基于种群的自适应偏好半径来得到可控的 ROI,种群自适应偏好半径 d_p 和偏好方向将目标空间分成偏好区域和非偏好区域.其中,偏好区域以 d_p 为半径环绕在偏好方向的周围(在 2 维目标空间中,偏好区域是一个矩形区域;在 3 维目标空间中,偏好区域是一个圆柱体区域).该模型的优点是,当参考点的位置在同一个偏好方向上变化时(参考点在可行域、Pareto 面上、不可行域),不会影响算法的性能.同时,决策者可以通过设定自适应偏好半径下限值,获得决策者想要的 ROI 大小,有利于决策者更好地做出决策.

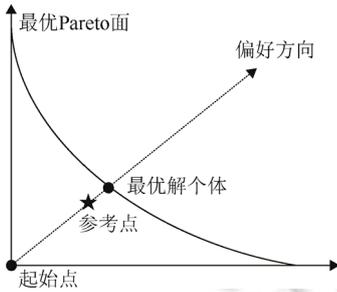


Fig.6 Local preference relation model
图 6 局部偏好关系模型

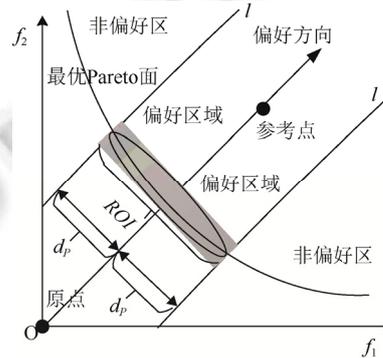


Fig.7 The preference relation model of this paper
图 7 本文偏好关系模型

1.3 偏好区域分块策略

随着种群的不断进化,偏好区域中非支配个体的数量越来越多,导致算法的选择压力不断减少,降低了算法的收敛性能.为增加算法的选择压力,提高算法的收敛性能,本节讨论基于偏好关系模型构建偏好区域分块的策略.下面首先讨论对偏好区域进行分块并编号的方法,然后再讨论如何将种群中每个个体归类到对应的编号块的方法.

图 5 给出了 2 维偏好区域分块策略示意图.在图 5 中,以偏好方向所在直线为临界线,将目标空间中的偏好区域划分成上下两个部分,首先对位于偏好方向下方的偏好区域进行分块并编号,这里的分块是指将下方偏好区域中的自适应偏好半径 d_p 等分为 n 块(n 为种群大小),按每一块到偏好方向的距离进行编号,将离偏好方向最近的一块编号为 1,然后是 2,依此类推.同理,也对位于偏好方向上方的偏好区域进行分块并编号处理,但编号数字从-1 开始.

对偏好区域分块并编号之后,种群中个体归属的编号块也将确定.种群个体 i 到偏好方向的垂直距离($dist_i$)乘以上(下)部分偏好区域的单位长度(d_p/n),可以得到个体 i 落入偏好区域具体位置块的编号,表示为 $\left[dist_x \times \left(\frac{d_p}{N} \right) \times flag \right]$,其中, $dist_x$ 为个体 X 到偏好方向的垂直距离, $flag$ 为标记参数(因为当种群个体到偏好方向的距离相等时,可以位于上部分偏好区域,也可以位于下部分偏好区域,为了区分以上情况,当个体位于下部分偏好区域时 $flag=1$,否则 $flag=-1$,这样标记个体可以避免 $dist_x$ 相同的个体全部归类到上部分或者下部分偏好区域,保证解个体在上下两部分偏好区域内均有分布,有利于种群个体的多样性).

为判断个体位于哪一部分的偏好区域,将种群个体位置坐标与该个体在偏好方向上的垂足坐标进行比较,每次只需比较它们在某一维坐标轴上两者之间的位置大小关系即可.以图 5 中 X 个体为例,选择 f_1 坐标轴作为基准轴,个体 X 与其在偏好方向上垂足 B 的坐标值进行比较,如果 $X_1 \leq B_1$, 则 X 位于偏好区域上部分的偏好区

域,否则,处于下部分偏好区域.为了保证种群的分布性和分块编号的公平性,本文算法在进化过程中,基准轴采取轮转坐标轴的方式,如 $(f_1 \rightarrow f_2 \rightarrow \dots \rightarrow f_m)$.

总之,利用偏好区域与偏好方向所在的位置关系,对偏好区域进行分块并编号,以确定偏好区域中个体所在的编号块,对落在同一编号块中的互不 Pareto 支配的个体,再比较它们的偏好距离 \bar{D} ,优先选择偏好距离 \bar{D} 小的个体.如图 5 所示,在偏好方向下部分偏好区域中,个体 X 与个体 Y 在 Pareto 支配关系下是互不支配的,用偏好区域分块的 Pareto 支配关系进行比较,则 X 支配 Y ,从而算法优先选择个体 X .这样减少了种群中非支配个体的数量,提高了算法的收敛性能,也保证了种群在整个偏好区域的分布,提高了偏好多目标算法的分布性能.

1.4 可控的偏好区域

为了帮助决策者获得稳定、可控的偏好区域,本文算法通过决策者在初始化时设置自适应偏好半径下限值 (\bar{a})来控制偏好区域的大小.在进化过程中,算法随着进化代数不断变大自适应偏好半径逐渐减小,从而不断缩小偏好区域的搜索空间.在每一代进化过程中,当偏好区域内的个体数量小于种群大小时,从非偏好区域中选择与偏好方向距离最近的个体加入种群,直到满足种群大小;当偏好区域内的个体数量大于种群大小时,淘汰适应度低的个体,从而在保证决策者要求的同时,维持了种群的多样性.当自适应偏好半径缩小到决策者设定的下限值时,自适应偏好半径将不再变化,最终得到的解集区域大小为决策者设定的偏好半径下限值的大小.因此,决策者可以通过设置偏好自适应半径下限值来控制偏好区域的大小.如图 8 所示,4 幅图分别为决策者分别设置自适应偏好半径下限值为 0.0、0.05、0.5 和 1.0 时所得到的偏好区域大小.

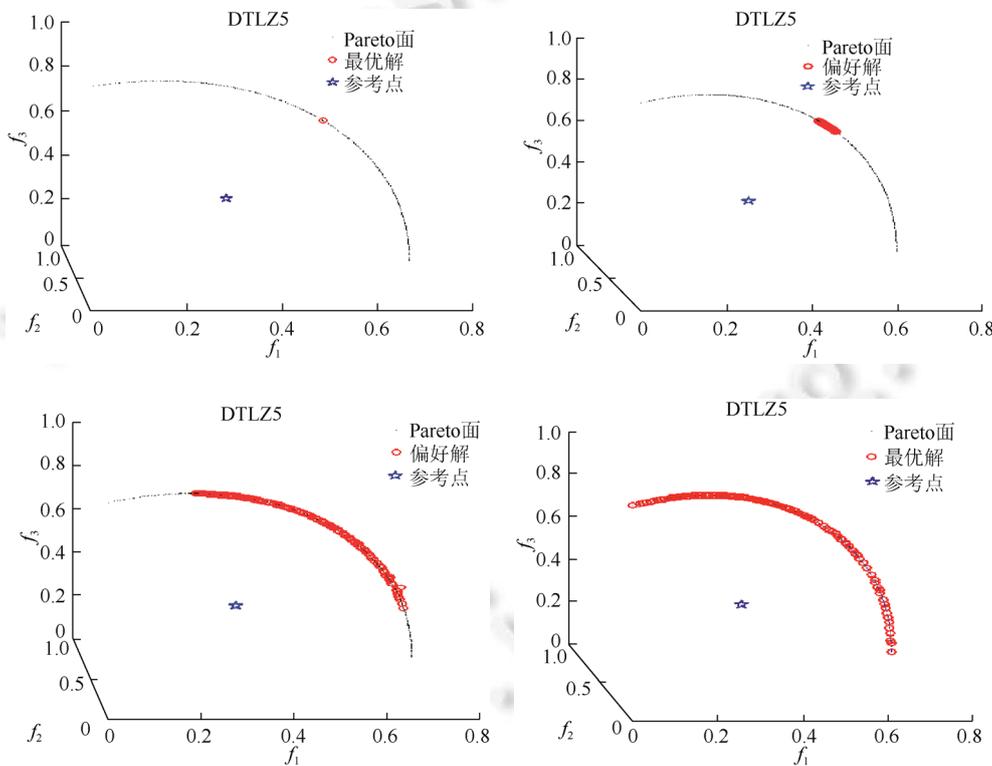


Fig.8 When the lower limit of the adaptive preference radius of the decision maker is set to 0.0, 0.05, 0.5, 1.0 respectively, the size of the RoI in the DTLZ5 test problem

图 8 决策者自适应偏好半径下限值分别设置为 0.0、0.05、0.5、1.0 时,本文算法在 DTLZ5 测试问题上所获偏好区域的大小

2 算法框架及分析

2.1 算法

本节讨论基于偏好区域划分的多目标进化算法,其伪代码如算法 1 所示.算法 1 中,在基于 $\mu+\lambda$ 策略的 NSGA-II^[7]上,对环境选择进行修改(引入偏好信息和偏好模型),从而获取稳定、可控的 ROI.首先随机初始化种群 P ,然后对种群 P 执行交叉、变异,产生子代 Q ,将父代种群和子代种群混合得到 R ,再利用环境选择产生种群精英个体,直到满足终止条件为止.

算法 1. 偏好区域划分算法.

输入:初始种群 P ,种群大小 n ,终止条件 T ,决策者想要的 ROI 的半径 \bar{d} ;

输出: $P = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, n \leq l$.

```

1:  $P = \text{RandomInitiate}(n)$  //随机初始化种群
2:  $\text{Evaluation}(P)$  //计算个体适应度
3: while  $\neg T$  do
4:    $Q = \text{MatingSelection}(p), Q = \text{Crossover}(Q), Q = \text{Mutation}(Q)$ 
5:    $\text{Evaluation}(Q)$ 
6:    $R = P \cup Q$ 
7:    $M = L = \emptyset$  //M 为偏好种群, L 为非偏好种群
8:    $d_{p^j} = \sum_i \text{dist}_i / n$  //计算种群当前的自适应偏好半径
9:    $\text{update}(d_{p^j})$  //根据  $d_{p^{j-1}}$  和  $\bar{d}$  更新当前  $d_{p^j}$ 
10:   $\text{classification}(R)$  //  $d_{p^j}$  将  $R$  分成  $M$  和  $L$  两个子种群
11:   $K = I \times \left( \frac{d_{p^j}}{N} \right) \times \text{flag}$  //对偏好区域进行分块并编号
12:  for each  $X_i \in M$  do
13:     $K_{x_i} = \left[ \text{dist}_{x_i} \times \left( \frac{d_{p^j}}{n} \right) \times \text{flag} \right]$  //对偏好区域中的个体进行归类
14:  end for
15:  if  $M \leq n$  then
16:    while  $|M| \neq n$  do
17:       $M = M \cup \{\min(\text{sort}(L, \text{dist}_{x_i \in L}))\}$  //从  $L$  中选择离偏好方向最近的个体
18:    else
19:       $F = \text{fast-nondominated-sort}(M)$  //非支配排序
20:      while  $(|P| + |F_i|) \geq n$  do
21:         $P = P \cup \text{crowding-distance-assignment}(F_i)$  //聚集距离选择
22:      end if
23:    return  $P$ 
24:  end while

```

算法 1 中,第 7 行~第 23 行对混合种群 R 进行环境选择.首先,计算混合种群 R (如第 j 代种群)的自适应偏好半径 d_{p^j} ,如第 8 行所示.其次,根据父代的 $d_{p^{j-1}}$ 和决策者给出的自适应偏好半径下限值 \bar{d} 更新 d_{p^j} (如第 9 行所示):如果 d_{p^j} 大于 \bar{d} ,则 $d_{p^j} = \min\{d_{p^j}, d_{p^{j-1}}\}$,否则, $d_{p^j} = \bar{d}$.再次,将种群 R 进行分组:根据定义 2 计算所有个体到偏好方向的距离 dist ,当个体的 dist 小于 d_{p^j} 时,则将其归入偏好种群 P (由偏好区域内个体组成),否则,将其归入

非偏好种群 L (由非偏好区域内个体组成). 种群个体分组后, 对偏好区域进行分块并编号, 如第 11 行所示. 然后将偏好区域内的种群 P 中个体归类到它们对应的编号块, 如第 13 行所示. 当 P 中个体数量小于种群大小 n 时, 则每次从非偏好区域中选择离偏好方向最近的个体加入到 P 中, 直到 P 中的个体数量为 n 时为止; 如果 P 中的个体数量大于 n , 则利用基于偏好区域分块的 Pareto 支配关系对 P 进行分层选择^[7] (第 19 行), $F=(F_1, F_2, \dots, F_n)$, 并利用聚集距离^[7] (第 21 行) 来保持临界层 F_i 中个体的分布性, 直到满足条件为止.

2.2 复杂度分析

本文算法的时间复杂度主要集中在环境选择上, 首先, 计算种群自适应偏好半径时的时间复杂度为 $O(m \times l)$, 其中, m 为目标维数, l 为种群大小; 其次, 计算种群中个体的位置编号时最坏时间复杂度为 $O(l)$; 再次, 在对种群 P 进行分层选择时, 挑选精英个体放入输出集合 Q 中, 最坏情况下的时间复杂度为 $O(m \times l^2)$; 最后, 在计算临界层个体的聚集距离时, 最坏情况下的时间复杂度为 $O(m \times l \times \log l)$. 因此, 本文算法平均时间复杂度为 $O(m \times l^2)$.

3 实验设计与分析

3.1 实验参数设置

本文选择的测试函数为 ZDT 系列测试函数^[21]和 DTLZ 系列测试函数^[22]. 其中, ZDT 系列测试函数设置种群大小 P 为 100, 变量维数为 30, 交叉概率为 1, 变异概率为 $1/c$ (c 为变量维数); DTLZ 系列 (3 维) 测试函数设置种群大小 P 为 100, 变量维数为 12, 交叉概率为 1, 变异概率为 $1/c$; DTLZ 系列高维测试函数设置种群大小 P 为 200, 变量维数为 $n+9$ (n 为目标维数). 根据测试问题的难易程度确定每种测试问题的运行代数, ZDT 系列测试问题最大运行代数 ($\max_generation$) 为 600 (其中, ZDT4、ZDT6 为 600 代, 其他为 300 代), DTLZ 系列测试问题最大运行代数 ($\max_generation$) 为 1 000 (其中, DTLZ1、DTLZ3 和 DTLZ6 的运行代数为 1 000 代, 其他为 300 代). 评价次数 ($evaluation$) 的大小为最大运行代数和种群大小的乘积, 即 $evaluation = |P| \times \max_generation$. 针对参考点的位置关系, 本文将参考点的位置关系分为在不可行域中、在真实 Pareto 面上和在可行域中 3 种情况, 具体设置见表 1.

Table 1 The position of the reference point for different test functions

表 1 不同测试函数参考点的位置

测试函数	不可行域	Pareto 面上	可行域
ZDT1(2 维)	(0.10, 0.20)	(0.50, 0.30)	(0.50, 0.60)
ZDT2(2 维)	(0.20, 0.40)	(0.60, 0.64)	(0.70, 0.60)
ZDT3(2 维)	(0.20, 0.20)	(0.24, 0.28)	(0.40, 0.60)
ZDT4(2 维)	(0.10, 0.30)	(0.50, 0.30)	(0.50, 0.60)
ZDT6(2 维)	(0.30, 0.20)	(0.60, 0.64)	(0.70, 0.80)
DTLZ1(3 维)	(0.10, 0.20, 0.10)	(0.12, 0.15, 0.22)	(0.30, 0.40, 0.50)
DTLZ2(3 维)	(0.20, 0.30, 0.40)	(0.50, 0.70, 0.50)	(0.70, 0.80, 0.80)
DTLZ3(3 维)	(0.30, 0.40, 0.50)	(0.40, 0.80, 0.45)	(0.80, 0.80, 0.80)
DTLZ4(3 维)	(0.30, 0.40, 0.50)	(0.50, 0.50, 0.70)	(0.60, 0.60, 0.80)
DTLZ5(3 维)	(0.30, 0.30, 0.40)	(0.40, 0.40, 0.82)	(0.70, 0.70, 0.80)
DTLZ6(3 维)	(0.30, 0.30, 0.40)	(0.40, 0.40, 0.82)	(0.70, 0.70, 0.80)

偏好多目标算法所获得的 ROI 大小视不同决策者而异. 将自适应偏好半径下限值 (d) 设置为 $[0, 1]$, 平均分成 20 等分 (参数变化梯度为 0.05, 为作图方便, X 轴的单位长度为 0.1) 进行实验, 并统计本文算法中参数 d 在不同取值下的 GD ^[23] 值变化规律, 独立重复实验 30 次. 如图 9 所示, 给出了线性问题 DTLZ1、球面问题 DTLZ2 以及带偏转的凹面问题 DTLZ4 在 3 维目标、5 维目标、8 维目标和 10 维目标上的实验结果. 从图 9 可知, 在相同的目标维数下, 随着偏好半径的增加, 种群收敛难度总体呈上升趋势. 在 DTLZ2-5 中, 当 $d=0.0$ 时, 算法获得的 GD 值最小, 但算法所获得的偏好区域将聚焦到一点, 不能为决策者提供多样性的决策. 在 DTLZ1-10 中, 当 $d=0.5$ 时, 算法获得的 GD 值最小, 算法所获得的偏好区域比较大, 难以满足决策者的要求. 当 $d=0.05$ 时, 绝大部分测试问题所获得的 GD 值最小. 因此, 本文综合衡量 GD 值、偏好区域大小与自适应偏好半径下限值 (d) 的关系, 最终统一设置

自适应偏好半径下限值为 $d=0.05$ (图 8 所示为 d 与偏好区域大小的关系示意图,图 9 所示为 d 与 GD 值的关系示意图).

3.2 实验对比分析

3.2.1 评价方法

本文算法所有运行参数统一独立运行 30 次.为评价算法的收敛性能,本文采用 $GD^{[23]}$,其定义如下:

$$GD = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2}}{n} \quad (2)$$

其中, n 是种群数量, d_i 是每个个体到全局最优 Pareto 面的最小欧几里德距离. GD 指标用来计算种群中个体与全局 Pareto 最优面的趋近程度, GD 值越小,得到的解集越靠近 Pareto 最优面,说明算法的收敛性能越好.

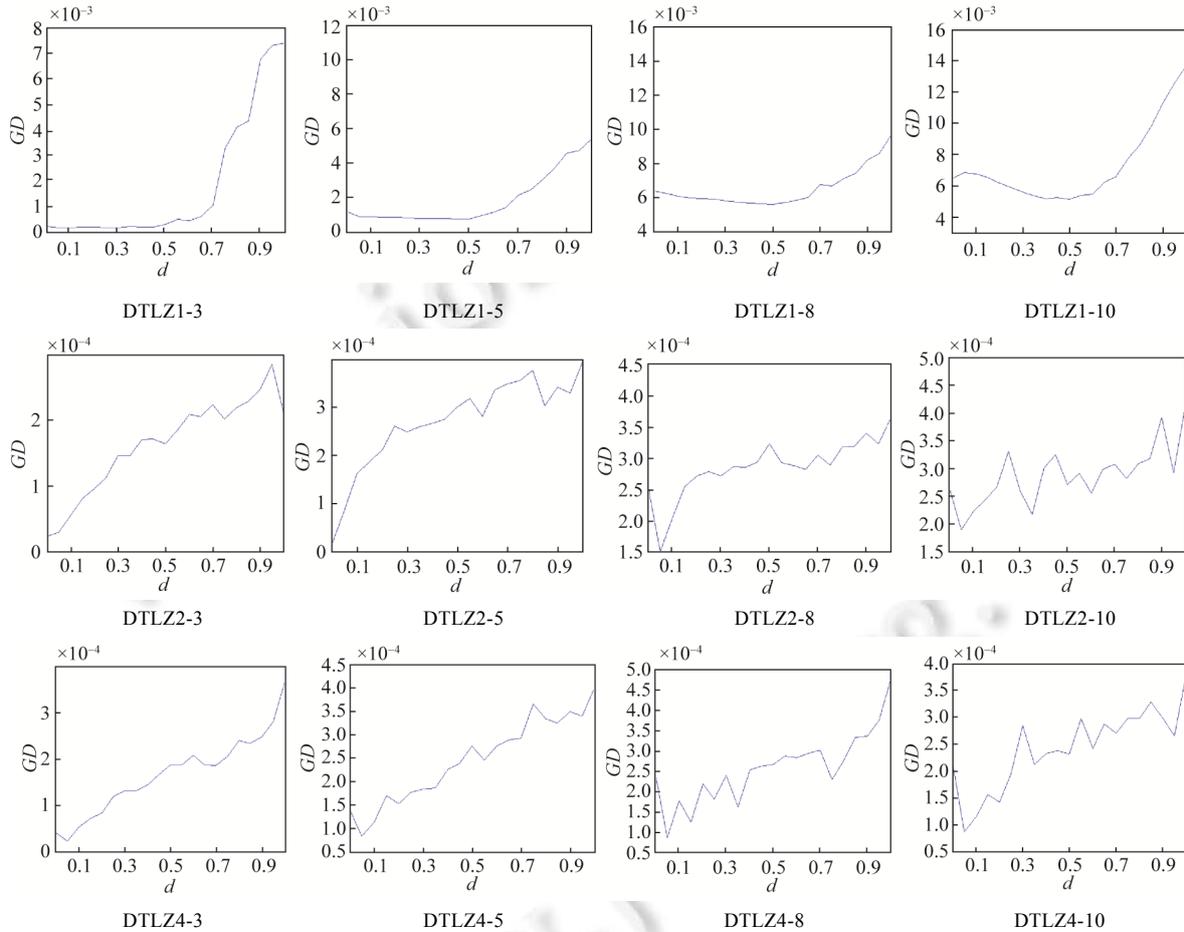


Fig.9 In $[0,1]$ the average is divided into 20 equal scores, the RoI division algorithm has the GD mean value of the different test questions and objective dimensions

图 9 在 $[0,1]$ 将 d 平均分成 20 等分值,偏好区域划分算法在不同测试问题和目标维数的 GD 均值

为比较不同算法在 GD 性能指标上的差异,本文采用 Friedman test 方法^[24],该方法是一种利用秩实现对多个总体分布是否存在显著差异的非参数检验方法,其原假设是多个配对样本来自多个总体分布无显著差异,其中,如果概率 p 值小于给定的显著性水平值 0.05,则拒绝原假设,认为各组样本的秩存在显著差异,多个配对样本来自多个总体的分布有显著差异;反之,则不能拒绝原假设,认为各组样本的秩不存在显著性差异.本文采用

Friedman test 检验并进行了多重比较,其中,在不同算法数据对比测试中,显著最好的标记为 number^I,第2好的标记为 number^{II},第3好的标记为 number^{III},第4好的标记为 number^{IV},最坏的不标记,即 number(number 代表被标记的数据)。

3.2.2 参考点在不同位置的对比实验

在已有偏好多目标进化算法中,不合适的参考点位置可能严重影响算法的收敛性能。为检测不同参考点位置是否严重影响本文算法的收敛性能,给定不同位置的参考点信息见表 1,并将本文算法与 g-NSGA-II、r-NSGA-II、角度偏好算法及 MOEA/D-PRE 这 4 种算法进行对比实验。

表 2 给出了当参考点在不可行域时 5 种算法独立运行 30 次实验所获得的 GD 指标值。由表 2 可知,本文算法在大多数测试问题上的 GD 值(根据 GD 评价指标,种群的 GD 值小于 0.01,说明该算法能够收敛;且 GD 值越小,代表算法的收敛性能越好)远小于 0.01 且比其他 4 种算法所获得的 GD 值都小,说明本文算法具有较好的收敛性能。这是因为,根据决策者偏好信息和自适应偏好半径,偏好区域划分机制能够快速、准确地找到符合决策者需求的精英个体,淘汰不符合要求的个体,增大了选择压力,从而提高了算法的收敛性。g-NSGA-II 在 DTLZ1、DTLZ3、DTLZ6 测试问题上的 GD 值都大于 0.01,说明该算法在这些测试问题上没有收敛。r-NSGA-II 在绝大多数问题中都能收敛,但其获得的 GD 值比本文算法的 GD 值要大,说明本文算法的收敛性能比 r-NSGA-II 更好。角度偏好算法在 ZDT3、ZDT4 测试问题上,GD 值大于 0.01,表明算法没有收敛;在其他测试问题上,算法能够收敛,但 GD 指标值比本文算法要大。MOEA/D-PRE 在所有测试问题上都能够收敛,它在所有测试问题上除 DTLZ1 获得的 GD 值比本文算法要小之外,其他问题上获得的 GD 值均比本文算法的 GD 值都大,说明本文算法的收敛性能比 MOEA/D-PRE 更好。

图 10~图 14 给出了当参考点落在不可行域时,5 种算法在 DTLZ3 测试问题上所获得的结果。从图 11 可以看出,g-NSGA-II 没有收敛。从图 12 可以看出,r-NSGA-II 有少数个体没有在 Pareto 面上,表明收敛性不好。从图 13、图 14 和图 10 可以看出,角度偏好算法、MOEA/D-PRE 和本文算法均具有较好的收敛性。

Table 2 Reference point in the infeasible region, the 5 kinds of algorithm GD index value, the best marked for the number^I, the second best for the number^{II}, the third good mark for the number^{III}, the fourth good mark for the number^{IV}, the worst not marked as number, bold represents the minimum value of GD obtained

表 2 参考点在不可行域时,5 种算法的 GD 指标值,显著最好的标记为 number^I,第 2 好的标记为 number^{II},第 3 好的标记为 number^{III},第 4 好的标记为 number^{IV},最坏的不标记,即 number,粗体代表所获 GD 数值最小

测试函数	偏好区域划分算法		g-NSGA-II		r-NSGA-II		角度偏好算法		MOEA/D-PRE	
	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差
ZDT1	1.92E-05^I	2.32E-11 ^{II}	7.27E-05	3.17E-10 ^{III}	2.95E-05 ^{II}	1.90E-09	6.28E-05 ^{IV}	1.34E-11^I	4.02E-05 ^{III}	1.88E-09 ^{IV}
ZDT2	8.83E-06^I	3.61E-12^I	2.26E-04	8.62E-08 ^{IV}	1.54E-04 ^{IV}	1.06E-07	1.03E-04 ^{III}	3.16E-11 ^{II}	4.08E-05 ^{II}	1.19E-10 ^{III}
ZDT3	1.03E-05^I	4.19E-13^I	7.26E-0 ^{IV}	1.70E-06	3.49E-05 ^{II}	1.06E-09 ^{III}	2.21E-02	3.28E-10 ^{II}	3.71E-04 ^{III}	9.23E-07 ^{IV}
ZDT4	4.72E-05^I	1.59E-09^I	4.17E-04 ^{II}	4.89E-07 ^{II}	6.92E-03 ^{IV}	2.57E-04 ^{IV}	3.41E-02	7.48E-04	2.24E-03 ^{III}	5.36E-06 ^{III}
ZDT6	1.63E-05^I	1.80E-11^I	1.50E-02	1.20E-05 ^{IV}	1.96E-05 ^{II}	2.36E-11 ^{II}	1.07E-03 ^{III}	7.44E-09 ^{III}	5.97E-03 ^{IV}	3.70E-05
DTLZ1	2.50E-04 ^{II}	2.24E-10 ^{II}	1.18E+01	1.69E+01	3.32E-03 ^{IV}	2.49E-04 ^{IV}	3.10E-04 ^{III}	9.04E-09 ^{III}	2.40E-04^I	1.89E-11^I
DTLZ2	5.04E-05^I	6.06E-10^I	9.06E-03	6.74E-06	4.20E-04 ^{II}	1.69E-08 ^{III}	8.12E-04 ^{III}	2.93E-09 ^{II}	9.04E-04 ^{IV}	5.86E-08 ^{IV}
DTLZ3	9.34E-05^I	3.93E-09^I	4.11E+01	5.03E+01	3.67E-02 ^{IV}	1.05E-02 ^{IV}	1.12E-03 ^{II}	9.91E-08 ^{II}	8.78E-04 ^{II}	3.81E-07 ^{III}
DTLZ4	4.06E-05^I	9.26E-10^I	7.68E-03	1.69E-05	7.16E-04 ^{III}	9.37E-09 ^{II}	2.53E-04 ^{II}	3.18E-08 ^{III}	8.09E-04 ^{IV}	3.91E-08 ^{IV}
DTLZ5	6.33E-06^I	1.68E-11^I	3.79E-03	1.55E-05	4.48E-05 ^{II}	8.76E-10 ^{II}	1.86E-04 ^{IV}	7.46E-10 ^{III}	1.76E-04 ^{III}	5.42E-08 ^{IV}
DTLZ6	4.08E-03 ^{II}	1.43E-06^I	3.92E-01	2.95E-02	3.65E-03^I	1.46E-06 ^{II}	6.58E-03 ^{IV}	7.73E-06 ^{III}	6.40E-03 ^{III}	9.99E-06 ^{IV}

从表 3 可以看出,当参考点在真实 Pareto 面上时,除 ZDT1 之外,本文算法在其他测试函数上所获得的 GD 值都比其他算法获得的 GD 值更小,说明本文算法具有较好的收敛性能;g-NSGA-II 在 ZDT4、DTLZ1、DTLZ3 和 DTLZ6 等测试函数上不收敛,说明参考点在真实 Pareto 面时,部分精英个体落在了 g-dominance 划分的 flag=0 区域中,根据 g-dominance 支配关系,这些精英个体被 flag=1 中的个体所支配,从而影响了算法的收敛性能;r-NSGA-II 在所有测试问题上,算法均收敛,但收敛效果没有本文算法好;角度偏好算法在 ZDT3、ZDT4 上的收敛效果较差;MOEA/D-PRE 在 ZDT6 上的收敛性能不如其他 4 种算法。

图 15~图 19 直观地反映了当参考点落在 Pareto 面上时 5 种算法在 ZDT1 测试问题上的结果.从图 16 和图 17 可以看出,g-NSGA-II 和 r-NSGA-II 所获得的最优解个体均收敛到一个很小的区域,其分布性不能满足决策者的要求;从图 18 可以看出,角度偏好算法有少数个体没有收敛到 Pareto 面上;从图 15 和图 19 可以看出,本文算法和 MOEA/D-PRE 的收敛性能、分布性能比其他 3 种算法要好.

Table 3 Reference point in the real Pareto front, the 5 kinds of algorithm *GD* index value, the best marked for the number^I, the second best for the number^{II}, the third good mark for the number^{III}, the fourth good mark for the number^{IV}, the worst not marked as number, bold represents the minimum value of *GD* obtained

表 3 参考点在真实 Pareto 面上时,5 种算法的 *GD* 指标值,显著最好的标记为 number^I,第 2 好的标记为 number^{II},第 3 好的标记为 number^{III},第 4 好的标记为 number^{IV},最坏的不标记,即 number,粗体代表所获 *GD* 数值最小

测试函数	偏好区域划分算法		g-NSGA-II		r-NSGA-II		角度偏好算法		MOEA/D-PRE	
	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差
ZDT1	8.17E-06 ^{II}	4.59E-12 ^{II}	6.45E-06^I	1.86E-12^I	2.18E-05 ^{III}	2.00E-09	7.45E-05	3.59E-10 ^{III}	3.81E-05 ^{IV}	1.14E-09 ^{IV}
ZDT2	6.91E-06^I	1.83E-12^I	2.44E-04	3.39E-07	2.00E-05 ^{II}	1.15E-09 ^{III}	1.06E-04 ^{IV}	4.68E-11 ^{II}	4.68E-05 ^{III}	2.90E-09 ^{IV}
ZDT3	1.26E-05^I	7.26E-13^I	2.91E-05 ^{II}	8.71E-10 ^{II}	2.67E-05 ^{III}	5.08E-10 ^{III}	2.20E-02	7.21E-10 ^{IV}	3.26E-04 ^{IV}	1.16E-06
ZDT4	4.47E-05^I	1.07E-09^I	9.03E-02	4.10E-02	3.62E-03 ^{III}	1.13E-04 ^{III}	2.93E-02 ^{IV}	2.85E-04 ^{IV}	2.91E-03 ^{II}	1.13E-05 ^{II}
ZDT6	1.74E-05^I	2.56E-11^I	3.32E-04 ^{III}	1.30E-06 ^{IV}	1.87E-04 ^{II}	2.76E-11 ^{II}	9.08E-04 ^{IV}	7.11E-09 ^{III}	7.10E-03	4.58E-05
DTLZ1	2.37E-04^I	1.47E-09^I	1.08E+01	4.97E+01	3.90E-03 ^{IV}	3.77E-04 ^{IV}	2.78E-04 ^{III}	4.38E-09 ^{II}	2.38E-04 ^{II}	2.38E-04 ^{III}
DTLZ2	4.30E-05^I	3.63E-10^I	2.79E-02	3.85E-05	1.88E-04 ^{II}	8.89E-10 ^{III}	8.62E-04 ^{III}	2.11E-09 ^{IV}	8.93E-04 ^{IV}	4.11E-10 ^{II}
DTLZ3	1.09E-04^I	9.00E-09^I	3.92E+01	4.42E+01	2.87E-02 ^{III}	8.65E-03 ^{IV}	9.87E-04 ^{II}	4.78E-07 ^{II}	9.01E-04 ^{II}	8.87E-04 ^{III}
DTLZ4	2.51E-05^I	3.23E-10^I	1.44E-02	1.09E-05	5.63E-04 ^{III}	9.41E-09 ^{II}	1.70E-04 ^{II}	4.12E-08 ^{III}	7.37E-04 ^{IV}	6.47E-08 ^{IV}
DTLZ5	5.05E-06^I	3.79E-12^I	8.22E-03	8.30E-05	2.24E-05 ^{II}	3.01E-10 ^{III}	1.50E-04 ^{III}	8.83E-11 ^{II}	1.63E-04 ^{IV}	3.28E-09 ^{IV}
DTLZ6	4.00E-03^I	5.59E-07^I	3.87E-01	2.08E-02	4.21E-03 ^{II}	1.12E-06 ^{II}	6.90E-03 ^{III}	1.10E-05 ^{IV}	7.75E-03 ^{IV}	9.52E-06 ^{III}

从表 4 可以看出,当参考点在可行域中时,本文算法在所有的测试函数上的 *GD* 值比其他算法的 *GD* 值更小,说明本文算法的收敛性能较好;g-NSGA-II 在较难的测试问题,如 DTLZ1、DTLZ3、DTLZ6 上 *GD* 值大于 0.01,说明 g-dominance 支配关系在处理较难测试问题时具有一定的局限性;r-NSGA-II 在 ZDT1、DTLZ2、DTLZ5 问题上所获得的 *GD* 值比其他 4 种算法的 *GD* 值要大,说明该算法在这些测试问题上的收敛性能比其他算法要差;角度偏好算法在 ZDT3、ZDT4 上的收敛性能较差;MOEA/D-PRE 在 ZDT6 上的收敛性能不如其他 4 种算法.

Table 4 Reference point in the feasible region, the 5 kinds of algorithm *GD* index value, the best marked for the number^I, the second best for the number^{II}, the third good mark for the number^{III}, the fourth good mark for the number^{IV}, the worst not marked as number, bold represents the minimum value of *GD* obtained

表 4 参考点在可行域时,5 种算法的 *GD* 指标值,显著最好的标记为 number^I,第 2 好的标记为 number^{II},第 3 好的标记为 number^{III},第 4 好的标记为 number^{IV},最坏的不标记,即 number,粗体代表所获 *GD* 数值最小

测试函数	偏好区域划分算法		g-NSGA-II		r-NSGA-II		角度偏好算法		MOEA/D-PRE	
	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差
ZDT1	8.29E-06^I	4.31E-12^I	3.73E-05 ^{III}	5.79E-11 ^{II}	5.64E-03	3.07E-06	8.62E-05 ^{IV}	7.13E-09 ^{III}	2.51E-05 ^{II}	2.15E-09 ^{IV}
ZDT2	7.26E-06^I	2.08E-12^I	1.49E-05 ^{II}	1.82E-11 ^{II}	2.27E-05 ^{III}	1.85E-08	1.08E-04	7.38E-10 ^{IV}	5.59E-05 ^{IV}	3.26E-10 ^{III}
ZDT3	1.79E-05^I	6.62E-13^I	2.41E-05 ^{II}	2.97E-12 ^{II}	7.33E-03 ^{IV}	7.79E-05	1.64E-02	4.98E-06 ^{IV}	7.31E-05 ^{III}	4.30E-09 ^{III}
ZDT4	5.69E-05^I	9.36E-10^I	4.93E-03 ^{III}	1.00E-04 ^{III}	1.11E-02 ^{IV}	7.30E-04	3.07E-02	6.25E-04 ^{IV}	1.88E-03 ^{II}	4.77E-07 ^{II}
ZDT6	1.71E-05^I	1.68E-11^I	1.80E-05 ^{II}	2.24E-11 ^{II}	2.01E-05 ^{III}	2.39E-11 ^{III}	8.12E-04 ^{IV}	3.86E-09 ^{IV}	5.57E-03	5.53E-05
DTLZ1	2.26E-04^I	1.33E-10^I	1.33E+01	1.54E+01	3.32E-03 ^{IV}	7.64E-05 ^{IV}	2.47E-04 ^{III}	3.93E-09 ^{III}	2.41E-04 ^{II}	2.31E-10 ^{II}
DTLZ2	4.61E-05^I	1.55E-10^I	4.98E-04 ^{II}	9.23E-09 ^{IV}	8.23E-03	7.96E-06	8.61E-04 ^{III}	3.89E-09 ^{III}	9.25E-04 ^{IV}	1.75E-10 ^{II}
DTLZ3	8.61E-05^I	5.51E-09^I	3.69E+01	4.99E+01	1.60E-02 ^{IV}	1.03E-03 ^{IV}	9.16E-04 ^{III}	1.62E-08 ^{II}	8.83E-04 ^{II}	2.08E-08 ^{III}
DTLZ4	2.98E-05^I	6.52E-10^I	6.37E-03	2.50E-04	7.49E-04 ^{III}	1.64E-08 ^{II}	2.23E-04 ^{II}	3.05E-08 ^{IV}	8.31E-04 ^{IV}	2.70E-08 ^{III}
DTLZ5	7.67E-06^I	2.17E-11^I	1.30E-04 ^{II}	1.07E-09 ^{II}	9.54E-03	3.70E-06	1.95E-04 ^{IV}	1.84E-09 ^{III}	1.63E-04 ^{III}	7.84E-09 ^{IV}
DTLZ6	4.06E-03^I	1.43E-06^I	4.09E-01	2.08E-02	4.83E-03 ^{II}	1.17E-06 ^{II}	6.48E-03 ^{III}	7.07E-06 ^{III}	7.66E-03 ^{IV}	1.06E-05 ^{IV}

图 20~图 24 直观地反映了当参考点落在可行域时,5 种算法在 DTLZ5 测试问题上的结果.从图 21 可以看出,g-NSGA-II 能够收敛,但是不能获得决策者想要的 ROI 大小;从图 22 可以看出,r-NSGA-II 所获得的最终解集未收敛;从图 20、图 24 可以看出,角度偏好算法和偏好区域划分算法都能收敛且决策者可以获得想要的 ROI

大小.

综合以上实验结果,当参考点在不可行域、真实 Pareto 面上、可行域时,本文算法在 ZDT 系列、DTLZ 系列测试问题上的收敛性能优于 g-NSGA-II、r-NSGA-II、角度偏好算法和 MOEA/D-PRE,并能够很好地满足决策者的要求.这是因为,在本文算法中,原点和参考点的连线构成偏好方向,从而将参考点的位置信息体现在偏好方向中;换言之,当偏好方向确定时,参考点的位置信息(位于目标空间的不可行域内、真实 Pareto 面上、可行域内)将不会影响偏好方向所在的位置,而偏好方向和自适应偏好半径分别确定 ROI 的位置和大小.所以,当偏好方向固定时,算法的性能将不受参考点的位置影响,决策者也可以通过设置自适应偏好半径下限值来调整 ROI 的大小.

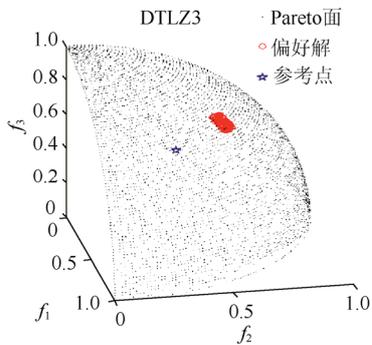


Fig.10 This paper algorithm/DTLZ3
图 10 本文算法/DTLZ3

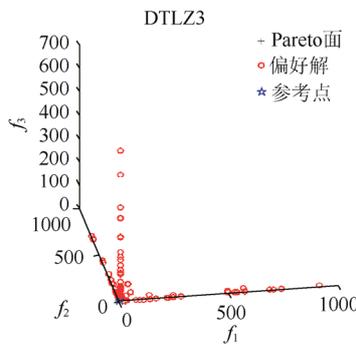


Fig.11 g-NSGA-II/DTLZ3
图 11 g-NSGA-II/DTLZ3

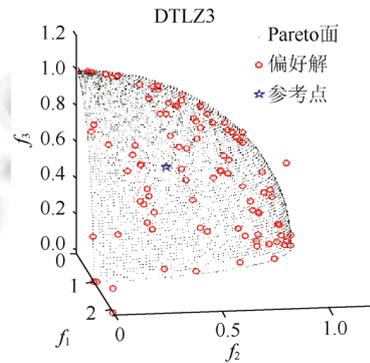


Fig.12 r-NSGA-II/DTLZ3
图 12 r-NSGA-II/DTLZ3

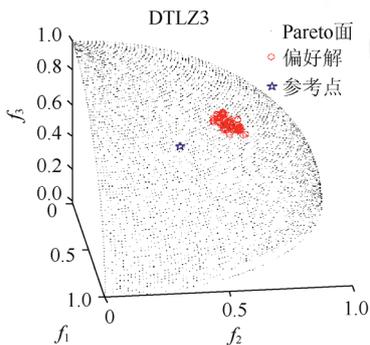


Fig.13 Angle preference/DTLZ3
图 13 角度偏好/DTLZ3

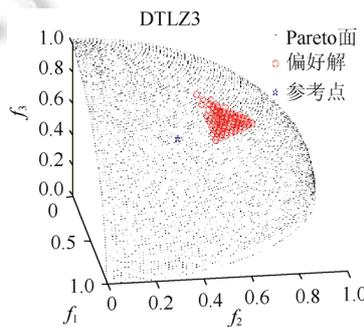


Fig.14 MOEA/D-PRE/DTLZ3
图 14 MOEA/D-PRE/DTLZ3

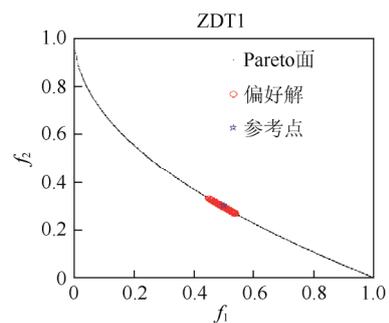


Fig.15 This paper algorithm/ZDT1
图 15 本文算法/ZDT1

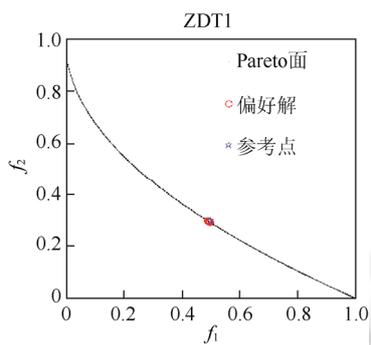


Fig.16 g-NSGA-II/ZDT1
图 16 g-NSGA-II/ZDT1

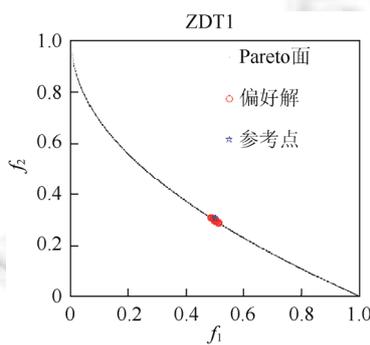


Fig.17 r-NSGA-II/ZDT1
图 17 r-NSGA-II/ZDT1

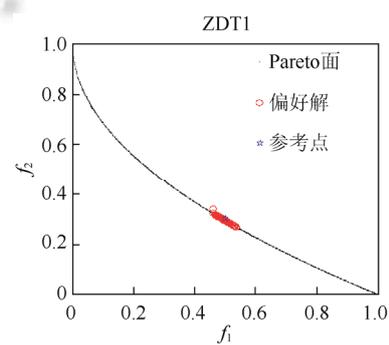


Fig.18 Angle preference/ZDT1
图 18 角度偏好/ZDT1

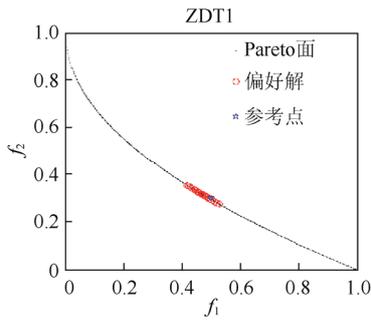


Fig.19 MOEA/D-PRE/ZDT1
图 19 MOEA/D-PRE/ZDT1

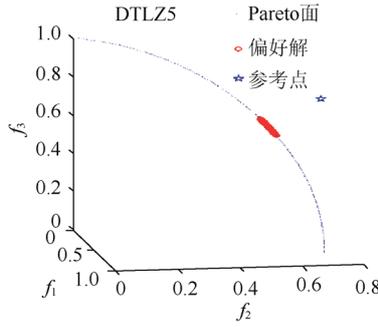


Fig.20 This paper algorithm/DTLZ5
图 20 本文算法/DTLZ5

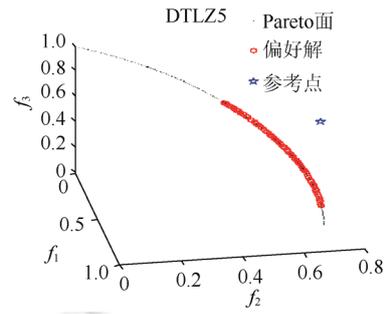


Fig.21 g-NSGA-II/DTLZ5
图 21 g-NSGA-II/DTLZ5

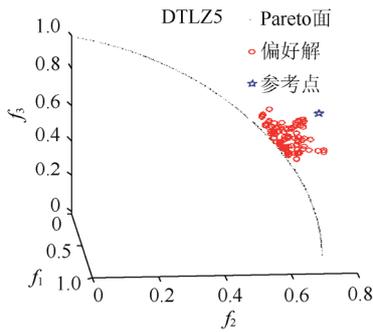


Fig.22 r-NSGA-II/DTLZ5
图 22 r-NSGA-II/DTLZ5

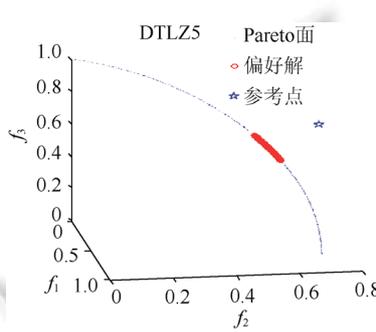


Fig.23 Angle preference/DTLZ5
图 23 角度偏好/DTLZ5

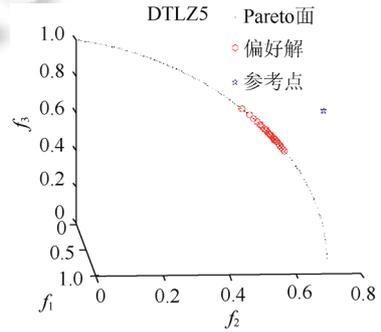


Fig.24 MOEA/D-PRE/DTLZ5
图 24 MOEA/D-PRE/DTLZ5

5种算法在相同的实验平台和参数下,30次独立重复实验,5种算法在不同测试问题上的平均时间开销如下文的图 25 所示。可以看出,角度偏好算法耗时最多,本文算法在所有测试问题上均耗时最少。

3.2.3 高维目标问题实验对比

本节测试 5 种算法处理高维问题的收敛性能,测试问题为 DTLZ2 和 DTLZ3,分别选取 5、8、10、15 维进行测试,实验结果如表 5 和表 6、图 26~图 35 所示。

(1) DTLZ2 测试问题。从表 5 可知,本文算法在 5、8、10、15 维上的 GD 值都远小于 0.01,与其他 4 种算法相比,本文算法的 GD 值和方差都是最小的,说明本文算法具有较好的收敛性能和稳定性能。g-NSGA-II 在所有测试问题上都没有收敛,说明该算法求解高维问题的收敛性不好。r-NSGA-II 在所有测试问题上均收敛,说明基于加权欧几里德距离的支配关系能够帮助算法收敛。角度偏好算法的收敛性能比 g-NSGA-II 要好,说明角度支配关系在高维上也能促进算法收敛。从图 26~图 30 可以看出,本文算法比其他 4 种算法收敛性能更优,并且能够获得决策者想要的 ROI 大小,其中,在 8 维以上测试问题,本文算法的收敛效果更加明显。

(2) DTLZ3 测试问题。从表 6 可知,g-NSGA-II、r-NSGA-II、角度偏好算法在 5、8、10、15 维上,GD 值都远大于 0.01,表明这 3 种算法不收敛;MOEA/D-PRE 的 GD 值小于 0.01,但大于本文算法的 GD 值,说明其收敛性能不如本文算法。从图 32~图 34 可以直观地发现,g-NSGA-II、r-NSGA-II、角度偏好算法在 5 维上均没有收敛,说明这 3 种算法在处理 DTLZ3 高维测试问题时,容易陷入局部最优解,很难收敛到全局 Pareto 最优边界。从图 31 和图 35 可以看出,本文算法和 MOEA/D-PRE 均具有较好的收敛性;对比图 31 与图 35 可以发现,本文算法的收敛性略优于 MOEA/D-PRE。

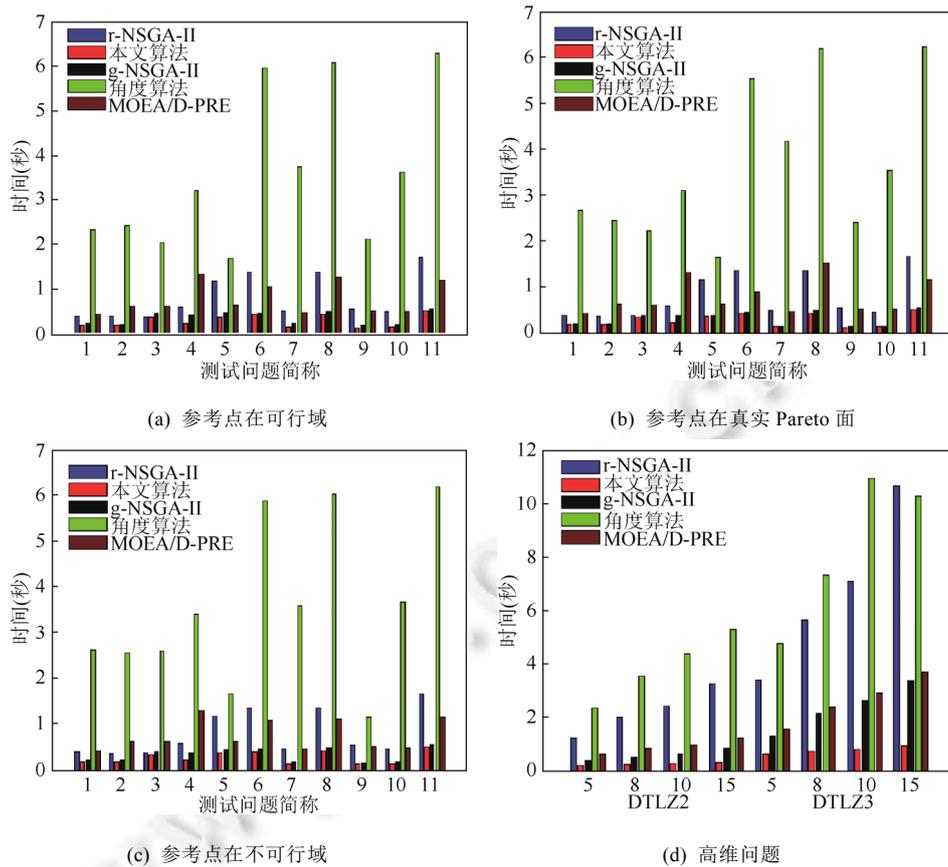


Fig.25 Five kinds of algorithms on different test question always unavailable, including (a)~(c) the abscissa represents meaning for (1-ZDT1, 2-ZDT2, 3-ZDT3, ZDT4, 4-5-ZDT6, 6-DTLZ1, 7-DTLZ2, 8-DTLZ3, 9-11-DTLZ6 DTLZ4, 10-DTLZ5, test questions), (d) on behalf of the five kinds of algorithms in 5, 8, 10, 15 dimension DTLZ2, DTLZ3 test results

图 25 5 种算法在不同测试问题上的总用时,其中,(a)~(c)横坐标所代表的含义为 (1-ZDT1、2-ZDT2、3-ZDT3、4-ZDT4、5-ZDT6、6-DTLZ1、7-DTLZ2、8-DTLZ3、9-DTLZ4、10-DTLZ5、11-DTLZ6 测试问题),(d)为 5 种算法在 5、8、10、15 维 DTLZ2、DTLZ3 的测试结果

Table 5 On the 5, 8, 10, and 15 dimension DTLZ2 test questions, the 5 kinds of algorithm *GD* index value, the best marked for the number^I, the second best for the number^{II}, the third good mark for the number^{III}, the fourth good mark for the number^{IV}, the worst not marked as number, bold represents the minimum value of *GD* obtained

表 5 在 5、8、10、15 维 DTLZ2 测试问题上,5 种算法的 *GD* 指标值,显著最好的标记为 number^I, 第 2 好的标记为 number^{II},第 3 好的标记为 number^{III},第 4 好的标记为 number^{IV}, 最坏的不标记,即 number,粗体代表所获 *GD* 数值最小

测试函数	偏好区域划分算法		g-NSGA-II		r-NSGA-II		角度偏好算法		MOEA/D-PRE	
	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差
DTLZ2(5)	9.20E-05^I	5.73E-10^I	9.78E-02	9.08E-05	6.48E-04 ^{II}	1.06E-08 ^{III}	5.33E-03 ^{III}	1.25E-07 ^{IV}	5.34E-03 ^{IV}	3.29E-09 ^{II}
DTLZ2(8)	1.50E-04^I	1.18E-09^I	1.57E-01	5.57E-06	1.16E-03 ^{II}	8.43E-09 ^{III}	1.39E-02 ^{IV}	1.74E-07 ^{IV}	6.41E-03 ^{III}	8.17E-09 ^{II}
DTLZ2(10)	1.48E-04^I	1.59E-09^I	1.61E-01	2.93E-06	5.75E-03 ^{II}	5.46E-08 ^{III}	1.93E-02 ^{IV}	2.29E-07 ^{IV}	7.12E-03 ^{III}	7.40E-09 ^{II}
DTLZ2(15)	1.82E-04^I	2.32E-09^I	1.63E-01	3.10E-06 ^{IV}	1.56E-02 ^{II}	5.50E-08 ^{II}	2.57E-02 ^{IV}	4.34E-07 ^{III}	2.00E-02 ^{III}	5.97E-06

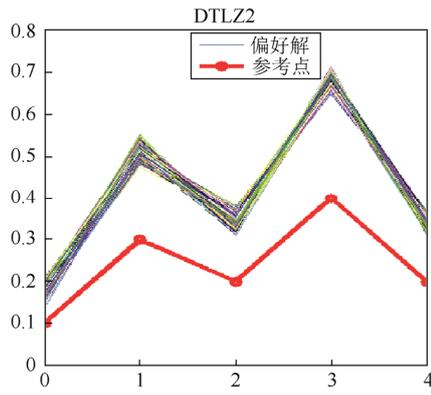


Fig.26 This paper algorithm/DTLZ2
图 26 本文算法/DTLZ2

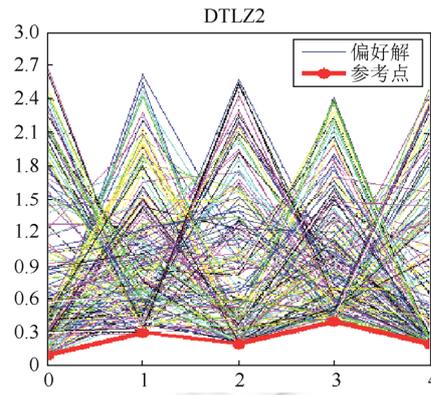


Fig.27 g-NSGA-II/DTLZ2
图 27 g-NSGA-II/DTLZ2

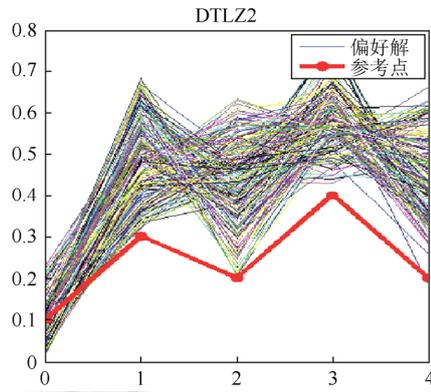


Fig.28 r-NSGA-II/DTLZ2
图 28 r-NSGA-II/DTLZ2

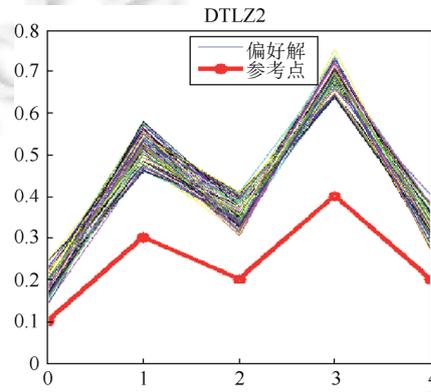


Fig.29 Angle preference/DTLZ2
图 29 角度偏好/DTLZ2

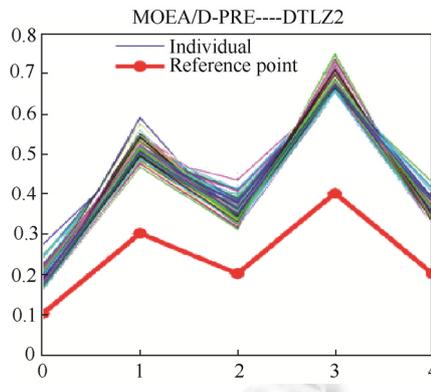


Fig.30 MOEA/D-PRE/DTLZ2
图 30 MOEA/D-PRE/DTLZ2

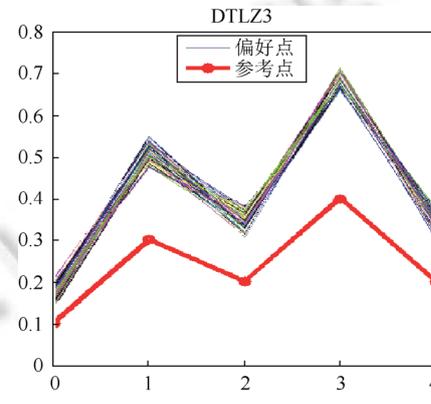


Fig.31 This paper algorithm/DTLZ3
图 31 本文算法/DTLZ3

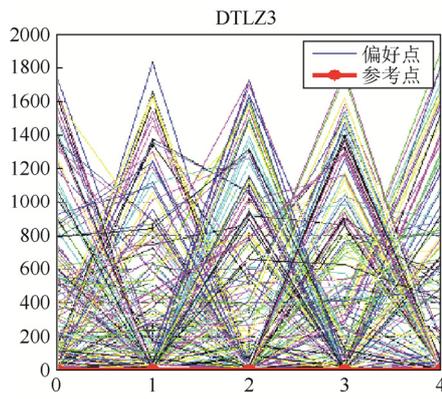


Fig.32 g-NSGA-II/DTLZ3
图 32 g-NSGA-II/DTLZ3

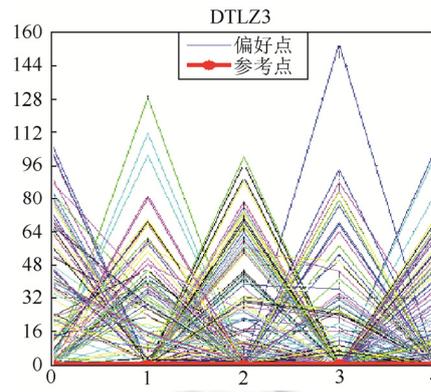


Fig.33 r-NSGA-II/DTLZ3
图 33 r-NSGA-II/DTLZ3

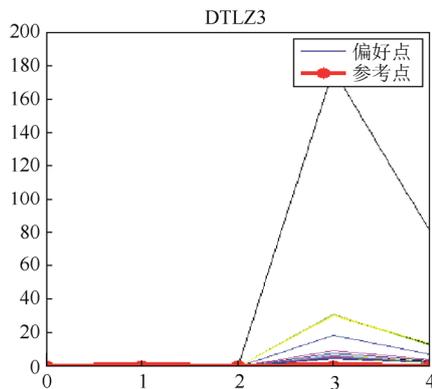


Fig.34 Angle preference/DTLZ3
图 34 角度偏好/DTLZ3

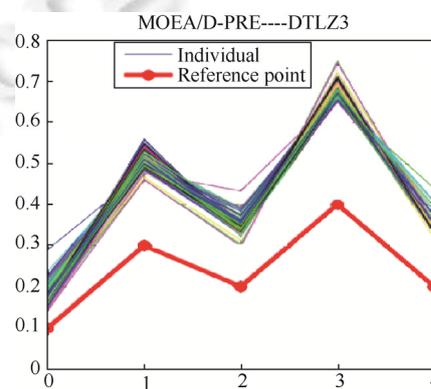


Fig.35 MOEA/D-PRE/DTLZ3
图 35 MOEA/D-PRE/DTLZ3

Table 6 On the 5, 8, 10, and 15 dimension DTLZ3 test questions, the 5 kinds of algorithm *GD* index value, the best marked for the number^I, the second best for the number^{II}, the third good mark for the number^{III}, the fourth good mark for the number^{IV}, the worst not marked as number, bold represents the minimum value of *GD* obtained
表 6 在 5、8、10、15 维 DTLZ3 测试问题上,5 种算法所获得个体的 *GD* 指标值,显著最好的标记为 number^I,第 2 好的标记为 number^{II},第 3 好的标记为 number^{III},第 4 好的标记为 number^{IV},最坏的不标记,即 number,粗体代表所获 *GD* 数值最小

测试函数	偏好区域划分算法		g-NSGA-II		r-NSGA-II		角度偏好算法		MOEA/D-PRE	
	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差	平均值	方差
DTLZ3(5)	9.82E-05^I	5.89E-09^I	1.01E+02	1.60E+01	4.99E+00 ^{IV}	3.66E-01 ^{III}	1.50E+00 ^{III}	1.29E+01 ^{IV}	5.34E-03 ^{II}	6.97E-09 ^{II}
DTLZ3(8)	1.20E-04^I	1.35E-08^I	1.31E+02	5.05E+00 ^{IV}	7.86E+00 ^{IV}	5.95E-01 ^{III}	6.41E+00 ^{III}	1.87E+02	1.31E-02 ^{II}	6.78E-07 ^{II}
DTLZ3(10)	1.52E-04^I	9.19E-09^I	1.38E+02	2.50E+00 ^{IV}	8.51E+00 ^{IV}	5.21E-01 ^{III}	6.04E+00 ^{III}	1.85E+02	1.92E-02 ^{II}	8.92E-08 ^{II}
DTLZ3(15)	2.19E-04^I	1.42E-08^I	1.42E+02	2.72E+00 ^{IV}	8.62E+00 ^{IV}	8.89E-01 ^{III}	8.96E+00 ^{III}	2.12E+02	2.06E-02 ^{II}	6.13E-06 ^{II}

综合以上实验结果,与 g-NSGA-II、r-NSGA-II、角度支配算法及 MOEA/D-PRE 比较,本文算法在处理高维问题上具有最好的综合性能。

4 总结

本文提出了一种基于偏好区域划分的多目标进化算法,利用决策者给出的参考点,可以计算出种群的自适应偏好半径,自适应偏好半径将目标空间划分成偏好区域和非偏好区域.如果偏好区域中的个体数量小于种群大小,则从非偏好区域中选择离偏好方向近的个体加入到偏好区域中,直到满足种群大小;如果偏好区域中的个体数量大于种群大小,则利用偏好区域分块的 Pareto 支配关系挑选精英个体,直到满足终止条件为止.将本文算法分别与 g-NSGA-II、r-NSGA-II 算法、角度偏好算法及 MOEA/D-PRE 进行实验比较测试,验证了本文算法具有以下优点.

(1) 在目标空间中参考点的不同位置(可行域中、真实 Pareto 面上以及不可行域中)对算法的综合性能影响很小,算法能够获得稳定的偏好区域大小.

(2) 决策者可以通过设置自适应偏好半径下限值来控制偏好区域的大小.

(3) 在低维和高维问题上,本文算法均具有较好的收敛性能.

今后的工作是将偏好区域划分的偏好多目标进化算法应用于解决实际工程问题,并在应用中不断改进和完善算法.

References:

- [1] Zheng JH. Multi-Objective Evolutionary Algorithm and its Application. Beijing: Science Press, 2007 (in Chinese).
- [2] Cui XX. Multi-Objective Evolutionary Algorithm and its Application. Beijing: National Defence Industry Press, 2006 (in Chinese).
- [3] Zheng JH, Shen RM, Li MQ, Zou J. Evolutionary algorithm based on information separation for many-objective optimization. Ruan Jian Xue Bao/Journal of Software, 2015,26(5):1013–1036 (in Chinese with English abstract). <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4676.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.004676]
- [4] Li M, Yang S, Liu X. Shift-Based density estimation for Pareto-based algorithms in many-objective optimization. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2014,18(3):348–365. [doi: 10.1109/TEVC.2013.2262178]
- [5] Zou J, Zheng J, Deng C, Shen R. An evaluation of non-redundant objective sets based on the spatial similarity ratio. Soft Computing, 2015,19(8):2275–2286. [doi: 10.1007/s00500-014-1409-3]
- [6] Purshouse RC, Fleming PJ. Evolutionary many-objective optimisation: An exploratory analysis. In: Proc. of the 2003 Congress on Evolutionary Computation, CEC 2003. IEEE, 2003,3:2066–2073. [doi: 10.1109/CEC.2003.1299927]
- [7] Deb K, Pratap A, Agarwal S, Meyarivan T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2002,6(2):182–197. [doi: 10.1109/4235.996017]
- [8] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. 2001. <https://www.research-collection.ethz.ch/bitstream/handle/20.500.11850/145755/eth-24689-01.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [9] Hu J, Yu G, Zheng J, Zou J. A preference-based multi-objective evolutionary algorithm using preference selection radius. Soft Computing, 2016, 1–27. [doi: 10.1007/s00500-016-2099-9]
- [10] Zheng J, Yu G, Zhu Q, Li X, Zou J. On decomposition methods in interactive user-preference based optimization. Applied Soft Computing, 2017,52:952–973. [doi: 10.1016/j.asoc.2016.09.032]
- [11] Laumanns M, Thiele L, Zitzler E. Running time analysis of multiobjective evolutionary algorithms on pseudo-boolean functions. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2004,8(2):170–182. [doi: 10.1109/TEVC.2004.823470]
- [12] Qian C, Yu Y, Zhou ZH. An analysis on recombination in multi-objective evolutionary optimization. Artificial Intelligence, 2013,204:99–119. [doi: 10.1016/j.artint.2013.09.002]
- [13] Adra SF, Griffin I, Fleming PJ. A comparative study of progressive preference articulation techniques for multiobjective optimization. In: Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. 908–921. [doi: 10.1007/978-3-540-70928-2_67]
- [14] Molina J, Santana LV, Hernández-Díaz AG, Coello CAC, Caballero R. g-Dominance: Reference point based dominance for multiobjective metaheuristics. European Journal of Operational Research, 2009,197(2):685–692. [doi: 10.1016/j.ejor.2008.07.015]
- [15] Said LB, Bechikh S, Ghédira K. The r-dominance: A new dominance relation for interactive evolutionary multicriteria decision making. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2010,14(5):801–818. [doi: 10.1109/TEVC.2010.2041060]

- [16] Deb K, Sundar J. Reference point based multi-objective optimization using evolutionary algorithms. In: Proc. of the 8th Annual Conf. on Genetic and Evolutionary Computation. ACM, 2006. 635–642. [doi: 10.1145/1143997.1144112]
- [17] Zheng JH, Xie CZ. A study on how to use angle information to include decision maker's preferences. Acta Electronica Sinica, 2014,42(11):2239–2246 (in Chinese with English abstract).
- [18] Yu G, Zheng J, Shen R, Li M. Decomposing the user-preference in multiobjective optimization. Soft Computing, 2016,20(10): 4005–4021. [doi: 10.1007/s00500-015-1736-z]
- [19] Jaskiewicz A, Słowiński R. The 'Light Beam Search' approach—an overview of methodology applications. European Journal of Operational Research, 1999,113(2):300–314. [doi: 10.1016/S0377-2217(98)00218-5]
- [20] Deb K, Kumar A. Light beam search based multi-objective optimization using evolutionary algorithms. In: Proc. of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, CEC 2007. IEEE, 2007. 2125–2132. [doi: 10.1109/CEC.2007.4424735]
- [21] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multi-objective evolutionary algorithms: Empirical results. Evolutionary Computation, 2000,8(2):173–195. [doi: 10.1162/106365600568202]
- [22] Deb K, Thiele L, Laumanns M, Zitzler E. Scalable multi-objective optimization test problems. In: Proc. of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, CEC 2002. IEEE, 2002,1:825–830. [doi: 10.1109/CEC.2002.1007032]
- [23] Van Veldhuizen DA, Lamont GB. Evolutionary computation and convergence to a Pareto front. In: Proc. of the Late Breaking Papers at the Genetic Programming Conf. Madison, 1998. 221–228.
- [24] García S, Molina D, Lozano M, Herrera F. A study on the use of non-parametric tests for analyzing the evolutionary algorithms' behaviour: A case study on the CEC'2005 special session on real parameter optimization. Journal of Heuristics, 2009,15(6): 617–644. [doi: 10.1007/s10732-008-9080-4]

附中文参考文献:

- [1] 郑金华.多目标进化算法及其应用.北京:科学出版社,2007.
- [2] 崔逊学.多目标进化算法及其应用.北京:国防工业出版社,2006.
- [3] 郑金华,申瑞珉,李密青,邹娟.一种基于信息分离的高维多目标进化算法.软件学报,2015,26(5):1013–1036. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/4676.htm> [doi: 10.13328/j.cnki.jos.004676]
- [17] 郑金华,谢淳志.关于如何用角度信息引入决策者偏好的研究.电子学报,2014,42(11):2239–2246.



王帅发(1992—),男,河南襄城人,硕士生, CCF 学生会员,主要研究领域为偏好多目标进化算法.



邹娟(1977—),女,博士,副教授,CCF 专业会员,主要研究领域为人工智能,优化算法设计,进化算法.



郑金华(1963—),男,博士,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为进化算法,多目标遗传算法,机器学习.



喻果(1987—),男,博士生,主要研究领域为计算智能,偏好学习,多目标决策.



胡建杰(1990—),男,硕士生,主要研究领域为偏好多目标进化算法.