大规模无线网络中(X,S)-Bottleneck 区域性能分析^{*}

颜国风^{1,2}, 王建新¹⁺, 陈淑红¹

¹(中南大学 信息科学与工程学院,湖南 长沙 410083) ²(湖南工程学院 计算机与通信学院,湖南 湘潭 411104)

Performance Analysis of (X,S)-Bottleneck Cell in Large-Scale Wireless Networks

YAN Guo-Feng^{1,2}, WANG Jian-Xin¹⁺, CHEN Shu-Hong¹

¹(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China) ²(School of Computer and Communication, Hu'nan Institute of Engineering, Xiangtan 411104, China) + Corresponding author: E-mail: jxwang@mail.csu.edu.cn

Yan GF, Wang JX, Chen SH. Performance analysis of (X,S)-bottleneck cell in large-scale wireless networks. *Journal of Software*, 2012,23(2):323–334. http://www.jos.org.cn/1000-9825/3968.htm

Abstract: The performance analytical model for (X,S)-bottleneck cell is proposed and perform some probabilistic analysis on the performances of (X,S)-bottleneck cell, such as the probability of balance state, the transmission probability of a flow, and the throughput of (X,S)-bottleneck cell. To capture the essential aspects of (X,S)bottleneck cell, two-hierarchy Quasi Birth-Death models (QBDs) are used to model the (X,S)-bottleneck cell. The general characters of (X,S)-bottleneck cell are govern by the first hierarchy QBDs, while the characters of each flow are captured by the second hierarchy QBDs. Based on the analytical model, a methodology to derive the balance-state probability of (X,S)-bottleneck cell is proposed, and some theoretic ranges for the transmission probability of a flow and the throughput. The simulations show that the proposed model can analyze effectively the performance of (X,S)-bottleneck cell. The results are helpful for improving and managing wireless networks.

Key words: performance analysis; wireless networks; QBD (quasi birth-death); communication bottleneck; network performance

摘 要: 基于二层 QBDs(quasi birth-death models),提出了一个(X,S)-bottleneck 区域性能分析模型,(X,S)-bottleneck 区域的特征通过第 1 层 QBD 模型描述,而经过(X,S)-bottleneck 区域的每条流的特征由第 2 层 QBD 模型描述.基于 该性能分析模型,对(X,S)-bottleneck 区域的性能进行了一些概率分析,如(X,S)-bottleneck 区域的平衡状态概率、经过 该区域通信流的成功转发概率和吞吐量等,确定了上述概率及吞吐量的取值范围.仿真实验结果表明了该性能分析 模型对于分析(X,S)-bottleneck 区域性能的有效性.结论有助于无线网络通信性能的改进和管理.

关键词: 性能分析;无线网络;QBD(quasi birth-death);通信瓶颈;网络性能

中图法分类号: TP393 文献标识码: A

^{*}基金项目:国家自然科学基金(60873265, 60903222);国家高技术研究发展计划(863)(2009AA11Z205);湖南省教育厅科研基 金(09C269)

收稿时间: 2010-06-17; 定稿时间: 2010-11-17

大规模无线网络性能分析(如系统稳定性和吞吐量等)吸引了越来越多研究者的兴趣,然而对这些系统进行 性能分析非常困难,主要原因是由于复杂的网络交互行为,使得网络队列机制变得异常复杂^[1].而且,由于无线网 络中端到端(end-to-end)通信的信息流之间相互干扰,通信流对无线网络性能的影响变得非常复杂,即使增加单 个端到端通信流,也可能导致整个网络性能极大的下降^[2].另一方面,网络中有些区域可以被多个端到端通信流 共享,同时发送的端到端通信流相互冲突,从而在网络中形成很多通信瓶颈,这些通信瓶颈区域对端到端通信流 能产生重大影响.为了减少通信瓶颈区域中端到端通信流对网络性能的影响,目前采用的主要方法是通过对网 络系统建模,并进行性能分析.近年来,许多网络研究者都致力于通过研究无线网络瓶颈性能来改善无线网络通 信的性能.虽然已经对无线网络通信性能分析和建模进行了大量的研究工作^[1,3-10],但这些模型应用起来有许多 限制,没有一个模型能够满足本文的要求.因此,本文的主要工作是设计一个新的、系统的方法对大规模无线网 络瓶颈区域及其中的通信流建模,并分析瓶颈区域处于平衡状态(balance-state)的概率和通过瓶颈区域的端到 端通信流成功转发概率的取值范围.在此基础上,本文进一步分析表明,端到端通信流的速率对瓶颈区域吞吐量 的影响非常明显,如果没有合理的端到端通信流流速限制,将会导致瓶颈区域吞吐量大幅下降.

本文主要的研究对象是大规模无线网络中多个端到端通信流共享的瓶颈区域,每个报文经过网络直至到 达目的节点,报文在每个转发节点都进入转发等待队列.为了便于精确地描述通信瓶颈区域及通过其中的每个 流的行为特征,本文定义(*X,S*)-bottleneck 区域为一个正六边形区域(见定义 1),基于 QBDs(quasi birth-death models)结构^[11],为(*X,S*)-bottleneck 区域设计了一个两层分析模型,第 1 层 QBDs 的每个状态都对应一个独立的 QBD 结构.本文的主要目的就是通过对大规模无线网络中的瓶颈区域进行性能建模与分析,为无线网络优化和 管理提供了合理的理论依据.总的来说,本文的主要贡献在于以下几个方面:

- (1) 设计一种把(X,S)-bottleneck 区域化简为一个多队列系统的技术;
- (2) 基于两层 QBDs 模型,在不考虑报文调度策略的情况下,理论上推导了大规模无线网络中(*X*,*S*)-bottleneck 区域处于平衡状态的概率和经过该瓶颈区域的端到端通信流成功转发概率的范围,而且基于这些概率范围分析了(*X*,*S*)-bottleneck 区域的吞吐量.
- (3) 通过仿真实验验证了模型的有效性.实验结果表明,本文模型能够正确地分析大规模无线网络(*X*,*S*)-bottleneck 区域的性能.

1 相关工作

本文的工作建立在大量前人研究基础上.这些前期研究工作可大致分为以下3个方面:(1)无线网络性能分析;(2) 基于 Markov 链性能分析模型;(3) QBDs.

(1)无线网络性能分析.文献[1]中提出了一种简单的方法,将多跳无线网络中瓶颈链路转化为一个单队列系统.基于该队列模型,作者假设每个源端-目的端通信流具有固定路由,分析了多跳无线网络的延迟特性.文献 [3,4]主要分析了多跳无线网络系统的稳定性,并指出,对于给定的负载,只要存在一种可以让系统稳定的机制,背 压策略(back-pressure)就可以确保系统稳定.因此,背压策略通常作为无线网络吞吐量优化策略. Neely^[5]利用 Lyapunov drift 理论推导出单跳无线网络延迟的平均范围,并基于这些范围推导出系统平均队列长度的上界.然 而,这些结果只提供了系统延迟的有限特征.文献[6]基于报文对(packet-pair)^[12]提出了一种测量终端主机之间 网络路径瓶颈带宽的新技术.即,当一条链路或节点失效时将会产生多个通信瓶颈,在备份路径产生拥塞前,通 信流从中尽可能地选择一条可以支持该流所需速率的路径重新路由.Lehrieder 和 Menth^[7]比较了存在多个通信 瓶颈情况下,MRT-AR(measured rate termination based on admissible rates)负载、MRT-SR (measured rate termination based on supportable rates)负载和 MFT(marked flow termination)的流终止行为,并指出,网络出现拥 塞信号时,系统会终止太多通信流,从而严重影响网络性能.文献[8]首次提出了"准瓶颈节点"的概念,并详细分 析了这种节点对无线传感器网络的影响,给出了一种查找准瓶颈节点分布式算法.在文献[9]中,我们提出了一个 基于 QBDs 的端到端通信信道分析模型,并获得了一些重要成果,其中部分成果为本文的研究工作奠定了基础.

(2) 基于 Markov 链性能分析模型.排队网络和 Markov 链为研究网络性能提供了简单而有效的建模方法.

Tao 和 Guerin^[10]通过分层 HMM(hidden markov model)^[13]分析模型研究了时变信道的端到端丢包性能,该分层 HMM 模型的每一个隐藏状态特征由单个报文丢失概率描述.为了研究报文丢失对网络性能的影响,文献[14]提 出了另一个分层 HMM 模型.该模型的每一个隐藏状态对应着一个独立的 2-状态 Markov 链,报文丢失事件之间 的短期相关性由 2-状态 Markov 链描述,而长期动态相关性由 HMM 描述.

(3) QBDs.作为 Markov 链的一种特殊结构,QBDs 吸引了越来越多研究者^[11,15-18]的兴趣.文献[11]提出一种 基于连续时间集 QBDs 模型判定算法,在文献[11]的基础上,文献[15]详细计论了 QBDs 模型的 CSL(continuous stochastic logic)语法与语义.Alfa^[16]利用 QBDs 分析了基于离散到达时间和服务时间的带 Bernoulli 回溯的 *GI/G/*1 队列系统的几何分布.

上述研究工作为本文通过QBDs研究无线网络瓶颈区域性能提供了必要的理论依据与基础,为分析无线网络系统性能做了重要的前期准备工作.

2 系统模型与定义

2.1 系统模型

(1)随机网络模型.考虑一个基于 802.11 协议的 Ad hoc 网络 G=(V,L),其中,V={1,2,3,...,n}表示网络节点集合,L={(i,j);ij \in V}表示链路集合.n 个节点随机地均匀分布在一个单位圆环形区域中,圆环形区域的边缘都彼此 相连接.n 个节点分为 n/2 个不同的端到端通信流.为简化讨论,本文假设 n/2 为一个整数,圆环区域被划分为 n 个 面积为 1/n 的正六边形区域.初始时,每个节点等概率地分布于 n 个相互独立的正六边形区域中,每个节点可在 正六边形区域的 6 个方向上独立地进行简单随机移动.假定报文传输时间划分为不同的时隙,每个时隙为一个 单位长度,每个节点在一个时隙内最多处理 1 个报文,并假定报文只在时隙开始时刻被发送.因此,第 t 个时隙与 第 t+1 个时隙之间发送的分组都被认为是在第 t 时隙发送的.根据上述假设,节点简单随机移动意味着,设时隙 t, 节点在一个正六边形区域中,则时隙 t+1,该节点等概率地位于同一个正六边形区域内或任何一个相邻正六边形 区域中.

(2) 成功传输模型.假定 r 是正六边形的外接圆半径,所有节点有相同的传输范围 R_i ,相邻区域的节点可以 直接通信,非相邻区域的节点之间不能直接通信,正六边形区域中的任何一个节点都可以通过最小的传播范 围直接与同一区域内的其他任何节点通信.显然, $R_i=2r=\Theta(\sqrt{1/n})^{**}$.节点 i 与另外的任意节点 k 在同一个时隙向 节点 j 发送报文,设节点 i 与节点 k 到节点 j 的距离分别为 d_{ij} 和 d_{kj} 如果满足 $d_{ij} \leq R_i$.且 $d_{kj} \geq (1+\Delta)d_{ij}$ 则称从节点 i 到节点 j 的传输是成功的.其中, Δ 是独立于 n 的正常量.在一次成功的传输过程中,节点 i 将报文发送到节点 j的过程服从泊松过程,节点 j 处理报文的过程服从指数分布.

2.2 定 义

在下面的分析中,本文忽略正六边形区域的边缘效应.如图 1 所示,连接源端与目的端的直线表示一条端到端通信流.图 1 描述了 4 条端到端通信流通过一个正六边形阴影部分,该阴影部分就是这些端到端通信流的瓶颈区域.本文用(*X,S*)-bottleneck 区域表示一个通信瓶颈区域,下面给出(*X,S*)-bottleneck 区域的定义.

定义 1. 一个(*X*,*S*)-bottleneck 区域是一个只有 1 个节点(转发节点)的正六边形区域,其中,*X*表示通过该瓶颈 区域的端到端通信流集合,*S*表示瓶颈区域的状态集合.本文假设一个(*X*,*S*)-bottleneck 区域有两种状态:*active* 和 *wait*,即 *S*={*active*,*wait*}.*active* 状态表示(*X*,*S*)-bottleneck 区域不与相邻区域冲突,报文可以立即发送;*wait* 状态表 示(*X*,*S*)-bottleneck 区域与其他区域冲突,不能发送报文.

定义 2. 对于一个(X,S)-bottleneck 区域,流向(X,S)-bottleneck 区域的通信流称为上行流(upstream flow),从

^{** (1)} f(n)=O(g(n))表示存在一个常数 C 和一个整数 N,使得 f(n)=Cg(n)对于所有的 n>N;(2) f(n)=O(g(n))表示 g(n)=O(f(n))且 f(n)=O(g(n));(3) f(n)=Ω(g(n))表示 g(n)=O(f(n)).

(X,S)-bottleneck 区域流出的通信流称为下行流(downstream flow).

本文假定沿端到端通信流的路径上最多只有1个(X,S)-bottleneck 区域.



 Fig.1
 Shaded cell in the large-scale wireless networks

 图 1
 大规模无线网络中的阴影区域

定理 1. 基于本文系统模型假设,(**X**,**S**)-bottleneck 区域在 *active* 和 *wait* 状态间转移的周期是一个与网络规模 *n* 和(**X**,**S**)-bottleneck 区域面积无关的常量.

证明:假设每个(*X*,*S*)-bottleneck 区域的面积为 *S*(*n*),由于(*X*,*S*)-bottleneck 区域的一个节点可以直接与在同一 区域内或者 6 个相邻区域的节点发送信息,发送节点与接收节点之间的距离不超过 $r' = \sqrt{13}r < \sqrt{6S(n)}$.根据本 文系统模型,如果没有与接收节点距离小于 $\overline{r} = (1 + \Delta)r'$ 的节点同时发送,该报文就能被成功地接收.因此,与 (*X*,*S*)-bottleneck 区域冲突的区域数目 c_1 最大值为

$$c_{1} \leq \frac{c_{0}\pi\bar{r}^{2}}{S(n)} = \frac{26}{3\sqrt{3}}c_{0}\pi(1+\Delta)^{2}$$
(1)

其中, c_0 , π 和 Δ 是独立于n和S(n)的常量.因此, c_1 是一个常量.这表明,(**X**,**S**)-bottleneck区域最多隔 1+ c_1 个时隙变为 *active* 状态,定理得证.

定理 2. 设 p 表示通过(X,S)-bottleneck 区域的端到端通信流数目 $c_{2} = O(n\sqrt{S(n)})$ 的概率,

如果 *S*(*n*)=*Ω*(log*n*/*n*),则有 *p*≥1-1/*n* 成立. 证明:定理 2 的证明类似于定理 1 的证明,此处从略.

3 (X,S)-bottleneck 区域基于 QBDs 建模

这一部分主要讨论(X,S)-bottleneck 区域基于两层 QBDs 结构的建模技术.

3.1 (X,S)-bottleneck区域作为一个多队列系统

根据定理 2,对于一个大规模无线网络(即 $n \rightarrow \infty$)的(*X*,*S*)-bottleneck 区域,通过该瓶颈区域的端到端通信流数 是一个常量 c_2 .考虑图 1 所示的(*X*,*S*)-bottleneck 区域,假定(*X*,*S*)-bottleneck 区域中每个流 $f_i \in X$ 都对应一个上行流 队列 q_i^u 和一个下行流队列 q_i^d ,则可以把(*X*,*S*)-bottleneck 区域看作一个多队列系统,如图 2 所示.流 f_i 以速率 λ_i 泊 松到达队列 q_i^u ,假设(*X*,*S*)-bottleneck 区域的 active 状态和 wait 状态分别服从参数为 α 和 β 的指数分布.当(*X*,*S*)bottleneck 区域处于 active 状态时,报文在中继节点的服务时间符合参数为 μ 的指数分布(1 个瓶颈区域只有 1 个 中继节点).离开中继节点后,报文进入队列 q_i^d ,服务时间符合参数为 μ_i 的指数分布.假设所有上行流队列 q_i^u 的容 量为 m,m取值可以为无限大的值或有限值($m \ge 1$).当 m取值为有限时,若队列 q_i^u 已满,新到的报文则会被丢弃. 本文取 $m=\infty$,同时,为简化后面的讨论,设 $\lambda_1=\lambda_2=\ldots=\lambda_i=\ldots$,并且 $\mu_1=\mu_2=\ldots=\mu_i=\ldots$



Fig.2 Corresponding multi-queue system of (X,S)-bottleneck cell 图 2 (X,S)-bottleneck 区域对应的多队列系统

3.2 多队列系统基于两层QBDs建模

QBDs 是一个无穷状态二维 Markov 链,其无穷状态空间可视作一个二维的带(strip):一维是有限的,另一维 是无穷的.且带的状态可以根据其所在无穷维的值或标识分成级(level),状态变化只允许在相邻级或同级间发 生,详细内容参见文献[11].设 $\lambda = \sum_{i=1}^{c_2} \lambda_i = c_2 \lambda_i, q$ 表示(**X**,**S**)-bottleneck 区域中所有报文的队列(实际上,q 为一个 虚拟队列),队列 q 容量为无限大.假设所有报文被中继节点处理之前,根据 FCFI(first come first in)规则以速率 λ 进入队列 q.对于(**X**,**S**)-bottleneck 区域的多队列模型,本文考虑两个状态空间: $\Lambda n \Lambda'.\Lambda = \{Y_{t,S_i}\}$ 描述(**X**,**S**)bottleneck 区域的属性,其中, $Y_i=0,1,2,3,...$ 表示队列 q 中报文数, $s_i \in S$ 表示(**X**,**S**)-bottleneck 区域在时间 t 所处的状 态. $\Lambda' = \{(U_j, D_j, J): j=1, 2, ..., c_2; D_j, U_j=0,1,2,3,...,m\}$ 描述(**X**,**S**)-bottleneck 区域中流 f_i 的特征,其中, j, D_j, U_j 分别表示正 在被处理的端到端通信流、时间 t 下行流队列 q_i^d 的报文数目及时间 t 上行流队列 q_i^u 的报文数目.文献[9,17] 研究表明,状态空间 $\Lambda n \Lambda'$ 的 Markov 链是 QBDs 过程,并指出 $\Lambda n \Lambda'$ 的 QBDs 过程的转移矩阵 **Q** 具有相同的结 构,可以表示为

$$Q = \begin{pmatrix} B_0 & A_0 & & \\ C_0 & B & A & \\ & C & B & A & \\ & & C & B & A & \\ & & & C & B & A \\ & & & \ddots & \ddots \ddots \end{pmatrix}$$

转移矩阵 **Q**包括:**A**,**A**₀(向更高一级状态转移),**B**,**B**₀(级内转移)以及 **C**,**C**₀(向更低一级状态转移).QBDs 转移 过程如图 3 所示.



图 3 QBDs transfer proces

下面采用两层 QBDs 为(**X**,**S**)-bottleneck 区域建模.第1层 QBD 和第2层 QBD 的状态空间分别为 Λ 和 Λ' .对 于第1层 QBDs, Y_{t} , s_{t} 分别表示模型的级和正进行服务的阶段.设 *i*=0 和 *i*=1 分别表示 s_{t} 为 wait 和 active 状态,则 Λ 的每个状态可通过组合(Y_{t} ,i)表示,其中, Y_{t} =0,1,2,...,*i*=0,1.显然,级 *k* 的状态集合 S_{A}^{k} 包含两种状态,即 S_{A}^{k} ={(*k*,0), (*k*,1)}.因此,我们得到第1层 QBDs 模型状态空间为 $S_{A}=\bigcup_{k=0\to m} S_{A}^{k}$.对于第2层 QBDs,随机变量 D_{j} , U_{j} 和*j* 分别表 示 QBDs 的级、到达阶段及正在服务的阶段.类似地,A'的每一个状态可表示为组合(D_{j}, U_{j}, j).级 k 的状态集合可 表示为 $S_{A'}^{k} = \{(k, U_{j}, j): k=0, 1, 2, ..., m\}$,因而,第 2 层 QBDs 的状态空间为 $S_{A'} = \bigcup_{k=0 \to m} S_{A'}^{k}$.该两层 QBDs 模型的第 1 层 QBDs 的每个状态对应一个独立 QBD 结构,第 1 层 QBDs 模型的输出是第 2 层 QBDs 模型的输入 *j*.根据文 献[9]讨论的方法计算 QBDs 的状态转移概率,图 4 和图 5 分别显示了状态空间A的 QBDs 模型和第 2 层 QBDs 的状态转移矩阵.



图 5 A'的 QBDs 转移矩阵

4 性能分析与评价

4.1 性能分析

4.1.1 (X,S)-bottleneck 区域平衡状态的概率分析

定义 3. 令 $\delta(t)=k$ 表示 t 时刻(X,S)-bottleneck 区域中报文总数等于 k,其中, $k=0,1,2,...,P(\delta(t)=k)$ 表示 t 时刻 (X,S)-bottleneck 区域报文总数量等于 k 的概率.如果极限概率 $p_k=\lim_{t\to\infty}P(\delta(t)=k)$ 存在,则称(X,S)-bottleneck 区域 处于平衡状态 k 的概率为 p_k .

平衡状态是(**X**,**S**)-bottleneck 区域的一种稳定状态.现在讨论(**X**,**S**)-bottleneck 区域保持平衡状态 k 的概率 p_k . 设 $p_{k_0,k}(t)$ 表示 t_0 时刻(**X**,**S**)-bottleneck 区域中报文数为 k_0 ,而在 t 时刻报文数为 k 的概率.假设中继节点服从 FCFS (first come first served)服务规则,l 表示在时间间隔(t_0,t)内到达(**X**,**S**)-bottleneck 区域的报文数.当(**X**,**S**)-bottleneck 区域处于平衡状态时,有

 $c_2 \lambda_i < \mu$

$$\lim_{t \to \infty} p_{k_0,k}(t) = \lim_{t \to \infty} p(\delta(t) = k \mid \delta(t_0) = k_0) = \rho_k / \sum_{l=0}^{\infty} \rho_l$$
(2)

其中,k₀≥0,k≥0,ρ=(λ/μ)^l且 l≥0,根据定义 3 及公式(2)有

$$p_{k} = \lim_{t \to \infty} \sum_{k_{0} \ge 0} P(\delta(t_{0}) = k_{0}) p_{k_{0},k}(t) = \rho_{k} / \sum_{l=0}^{\infty} \rho_{l}$$
(3)

由公式(3)可知,为了保持系统稳定,要求p=λ/µ<1,即

(4)

4.1.2 流 fi 成功转发概率分析

定义 4. 对于(*X*,*S*)-bottleneck 区域,流 f_i 的一次成功转发表示队列 q_i^u 中的报文经过中继节点处理后进入队 列 q_i^d ,且在同一时隙内,队列 q_i^d 的报文被下一跳节点处理.

令 P_i^f 为流 f_i 成功转发的概率,下面基于第 3 节讨论的两层 QBDs 模型对 P_i^f 进行一些理论分析.定义函数 $\Gamma(x) = \frac{A + B \cdot x + C \cdot x^2}{x}$,其中,A,B,C为图 5 所示的转移矩阵,且 0<x<1.令 $\omega = (\omega_0, \omega_1, ...)$ 为一个无限多维行矢量(非负),并且满足 $\omega R = x\omega$ 其中,R 是 Banach 空间 l^1 上的线性算子, $\omega \in l^1$.根据文献[18],可通过正交多项式(orthogonal polynomial)的属性研究 ω 取正值的条件,为此给出引理 1.

引理 1. 设 $\eta \in (0,1)$ 为方程 $\psi(x)=0$ 的解,其中,

证明:显然, $\psi(x)$ 在(0,1)上为凸函数,且满足 $\lim_{x\to 0} \psi(x) = \infty \mathcal{D} \psi(1) = -(\sqrt{c_2\lambda_i} - \sqrt{\mu})^2$.因此,必存在唯一的根 $\eta \in (0,1), \notin \psi(\eta) = 0;$ 并且对于 $x \in (0,1),$ 当且仅当 $x > \eta$ 时,有 $\psi(x) < 0$ 成立.注意到 $\psi(\lambda_i/\mu_i) \leq 0, \exists \lambda_i/\mu_i \geq \eta, \exists \psi(c_2\lambda_i/\mu) = (1-c_2\lambda_i/\mu)(\mu/c_2-\mu_i),$ 这表明当 $\mu/c_2 \leq \mu_i$ 时, $c_2\lambda_i/\mu \geq \eta, \exists \mu/c_2 > \mu_i$ 时,有 $c_2\lambda_i/\mu < \eta$.因此,引理得证.

定理 3. 当 $\mu/c_2 > \mu_i$ 时,若下行流队列 q_i^d 为空,通过改变流 f_i 到达上行流队列 q_i^u 的速率 λ_i ,使得它独立于队列 q_i^u 的报文数,可以得到 $P_i^f \in [\lambda_i/\mu_i, 1)$.

证明:由方程**ω**Г(x)=0 可以得到公式(6)和公式(7):

$-(\lambda_i + \mu_i(1-x))x\omega_0 + (\mu/c_2)\omega_1 = 0$	(6)
	(-,

 $\lambda_{i}\omega_{k-1}x - (\lambda_{i}+\mu/c_{2}+\mu_{i}(1-x))\omega_{k}x + (\mu/c_{2})\omega_{k+1} = 0, k \ge 1$ (7)

把公式(6)和公式(7)推广到公式(8)~公式(10):

 $P_0(y;x) = 1$ (8)

$$\mu/(c_2 x) P_1(y; x) = y + \lambda_i + \mu_i (1 - x)$$
(9)

$$\mu/(c_2 x) P_n(y; x) = (y + \lambda_i + \mu/c_2 + \mu_i(1-x)) P_{n-1}(y; x) - \lambda_i P_{n-2}(y; x), n \ge 2$$
(10)

对于正实数 x,公式(8)~公式(10)递归定义了一系列正交多项式 $P_n(y;x)$ 序列.当 y=0时,设 $\omega_n = P_n(0;x)$,公式(8)~公式(10)即可化简为公式(6)和公式(7);而且,当且仅当所有 $P_n(0;x)$ 的零点都小于 0 时, $P_n(0;x)$ 对于所有 n 都是正的.Chihara^[18]研究表明,对于每个 x>0, $P_n(y;x)$ 有 n 个不同的实数零点 $x_{n,1} < \ldots < x_{n,n}$.且这些零点是相互交错的.这说明,对于所有 $n \ge 2$ 且 $i=1,\ldots,n-1$,有

$$x_{n,i} < x_{n-1,i} < x_{n,i+1}$$
 (11)

令 $\chi(x)=(\lambda_i/x-\mu_i)(1-x)$,根据文献[18],当且仅当 $\chi_1(x)$ ≤0时,**a**取正值,其中,

$$\chi_1(x) = \max(\chi(x), \psi(x)) = \begin{cases} \psi(x), \ x \le c_2 \lambda_i / \mu \\ \chi(x), \ x > c_2 \lambda_i / \mu \end{cases}$$
(12)

 $\chi_1(x) \leq 0$ 表示当 $x \leq c_2 \lambda_i / \mu \pm \psi(x) \leq 0$ 时, $x \geq \eta$;当 $x > c_2 \lambda_i / \mu \pm \chi(x) \leq 0$ 时, $x > \lambda_i / \mu_i$.根据引理 1,当 $\mu / c_2 > \mu_i$ 时,得到 $c_2 \lambda_i / \mu < \eta < \lambda_i / \mu_i$.因此,对于 $\forall x \in (0,1)$,只有当 $x \in [\lambda_i / \mu_i, 1]$ 时, $\boldsymbol{\omega}$ 值为正.

设序列*ω*₁,*ω*₂,...的生成函数为*φ*(*v*),根据公式(7)可以得到:

$$\varphi(v) = \frac{u(1-vx)/c_2}{\lambda_i v^2 x - (\lambda_i + u/c_2 + u_i(1-x))vx + u/c_2}$$
(13)

取 v=1 代入公式(13)得到公式(14):

$$\varphi(1) = \sum_{i=0}^{\infty} \omega_i = \frac{u}{u - c_2 u_i x}$$
(14)

用 $\hat{\lambda}_i$ 代替 B_0 中的 λ_i ,其中, $\hat{\lambda}_i$ 由递归公式(15)定义:

$$\hat{\lambda}_{i} = \mu_{i} x$$

$$\hat{\lambda}_{i} = \lambda_{i-1} \frac{\omega_{i-1}}{\omega_{i}} + \mu_{i} x - \mu / c_{2}, i = 1, 2, \dots$$
(15)

设 $y_i = \hat{\lambda}_i \omega_i$,考虑到序列 $y_{0,y_1,...满足递归公式(16)$:

$$\begin{cases} y_0 = \mu_i x > 0 \\ y_i = y_{i-1} + (\mu_i x - \mu/c_2)\omega_i, i = 1, 2, \dots \end{cases}$$
(16)

这表明,如果 $\mu_i x \ge \mu/c_2$,那么所有 y_i ,即 $\hat{\lambda}_i$ 为正值.另一方面,如果 $\mu_i x < \mu/c_2$,那么序列 $y_{0,y_1,...}$ 是单调递减的,且满足 $\lim_{i\to\infty} y_i = \mu_i x + (\mu_i x - \mu/c_2) \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i = 0$.这说明当 $\mu_i x < \mu/c_2$ 时,所有 $\hat{\lambda}_i$ 是正的.因此,序列{ $\hat{\lambda}_i$ }(*i=0→∞*)严格为正. 因此, $\hat{\lambda}_i$ 是正确的转移强度值.

递归公式(15)确保**ω**是 **R**·**C** 的(μ_ix)⁻¹ 不变测度,且ω满足ωB₀=μ_ixω,所以ω(B₀+**R**·**C**)=0.由上述讨论可知, Λ'的 稳定状态分布^[11]π=(π₀, π₁,...)由公式(17)决定:

$$\pi_n = c \, \boldsymbol{\omega} \mathbf{R}^n = x^n c \, \boldsymbol{\omega}, n \ge 0 \tag{17}$$

其中,*c*为归一化常数.由公式(17)可知,*x*的物理意义是队列 q_i^u 的报文被中继节点处理,同时队列 q_i^d 的报文被下 一跳节点处理的概率.因此,根据定义4可知,流 f_i 的转发概率为x,即 $P_i^f \in [\lambda_i/\mu_i, 1]$.定理得证.

定理 4. 当 $\mu/c_2 \leq \mu_i$ 时,若下行流队列 q_i^d 为空,通过改变(*X*,*S*)-bottleneck 区域中继节点的处理速率 μ ,可以得 到 $P_i^f \in [\eta, \lambda_i/\mu_i]$,其中, η 是方程 $\nu(x)=0$ 的解(参见引理 1).

证明:定理4的证明类似于定理3的证明,此处略去证明过程.

4.1.3 (*X*,*S*)-bottleneck 区域吞吐量分析

如果每个时隙端到端流 f_i至少向目的地发送 g_i个报文,则流 f_i的吞吐量为 g_if_i的吞吐量与流 f_i成功转发概率、有效载荷时间和 f_i的持续时间相关.假定没有报文丢失,g_i可定义为成功转发有效载荷的时间分量:

$$g_{i} = \frac{\lambda_{i} \times P_{i}^{f}}{c_{2}/u + 1/u_{i}} = \frac{\lambda_{i} u_{i} u P_{i}^{f}}{c_{2} u_{i} + u}, \quad i = 1, 2, ..., c_{2}$$
(18)

因而,得到(X,S)-bottleneck 区域的吞吐量 G:

$$G = \sum_{i=1}^{c_2} g_i \tag{19}$$

当 $\mu > c_2 \mu_i$ 或 $\mu \leq c_2 \mu_i$ 时,分别得到公式(20)和公式(21):

$$G > \frac{c_2 \lambda_i u_i \lambda_i / u_i}{c_2 u_i / u + 1} > \frac{c_2 \lambda_i^2}{2}$$
(20)

$$G \leqslant \frac{c_2 \lambda_i u_i \lambda_i / u_i}{c_2 u_i / u + 1} \leqslant \frac{c_2 \lambda_i^2}{2}$$

$$\tag{21}$$

公式(20)表明,当 $\mu \geq c_2 \mu_i$ 且 $\lambda_i < \min(\mu/c_2, \mu_i)$ 时,吞吐量 G 的最小值只与 λ_i, c_2 有关.类似地,由公式(21)可知,当 $\mu \leq c_2 \mu_i$ 且 $\lambda_i < \min(\mu/c_2, \mu_i)$ 时,吞吐量 G 取得最大值 $c_2 \lambda_i^2 / 2$.值得说明的是,本模型吞吐量 G 的单位为报文/时隙 (packet/slot).

4.2 实例分析

为了验证性能分析模型的有效性,本文采用第 2.1 节和第 3.1 节所描述的网络模型,通过 Matlab 仿真大规模 无线网络中(*X*,*S*)-bottleneck 区域的性能.网络系统的默认设置为一个 20000×20000m² 区域中随机均匀分布 10 000 个节点,该区域被分成 10 000 个等面积的正六边形区域,传输范围为 400m.设 Δ =0.5, λ_r =1packet/slot.根据 定理 2,得到 c_2 =100,因而 λ =100packets/slot.(*X*,*S*)-bottleneck 区域处于 active 状态的时间分量可以表示成 $\alpha/(\alpha+\beta)$. 对于 泊松 到达流,只需要定义参数 λ_i .为了确定 μ 值,定义 $\rho=\lambda/\mu$ 为(*X*,*S*)-bottleneck 区域的利用率.假设 (*X*,*S*)-bottleneck 区域处于 active 状态时 $\rho=2/3$,得到 $\mu=3\lambda/2$.根据定理 1,设 $\alpha=12$ 且 $\beta=4$,主要仿真实验参数取值见

表 1.

 Table 1
 Numerical values for the main parameters of simulation experiments

 表1
 仿真实验主要参数的取值

μ	α	β	μ_i	Δ
150	12	4	3	0.5

(1) (X,S)-bottleneck 区域的平衡状态概率

本文主要研究随着队列 q 中报文数的变化,(**X**,**S**)-bottleneck 区域处于平衡状态 k 的概率.首先通过 Matlab 仿真得到平衡状态 k=(0,100,200,...,2000)的概率.实验中,源端向目的端发送报文,每个报文 2 000 字节.用 P_{number} 和 T 分别表示每个控制间隔(10 个时隙)队列 q 中总报文数和仿真时间.改变λ_i和μ值进行 100 次仿真实验,然后 测量每个 k ∈ {0,100,200,...,2000}平衡状态概率.同时,根据公式(3)计算平衡状态概率的平均值.仿真实验结果如 图 6 所示,其结果表明,分析模型的计算结果与仿真实验结果非常接近.

(2) 流 fi 成功转发概率

主要分析对于不同的 λ_i 值, f_i 成功转发概率是否满足定理 3 和定理 4.根据不同的 $\lambda_{i,\mu}$ 及 μ_i 值,由方程 $\psi(x)=0$, 可以得到不同的 η 值.例如,当 $\lambda_i=1,\mu=150,\mu_i=3$ 时, $\eta\approx0.26399$.图 7显示了当 $\mu=330$ $\wedge\mu_i=3$ 和 $\mu=150$ $\wedge\mu_i=3$ 时,通 过改变 λ_i 值的仿真实验结果.结果显示,流 f_i 转发概率 P_i^f 分别在范围[λ_i/μ_i ,1]和[$\eta,\lambda_i/\mu_i$]内.对于每个 $\lambda_i \in \{0.25, 0.5, ..., 3\}$ 和 μ ,分别做仿真实验 10次,然后对每个 λ_i 计算出流 f_i 转发概率的平均值.改变 μ 和 μ_i 值,仿真实验结果均 满足定理 3 和定理 4.





by using Matlab and our analytical model

Comparison of the balance-state probabilities obtained

图 6 Matlab 实验与我们的分析模型得到的平衡状态概率比较



Fig.6

主要考虑系统参数(网络节点数 $n \ Q\lambda_i$)对(**X**,**S**)-bottleneck 区域吞吐量的影响.设 λ_i =1packet/slot,每个报文大 小为 2KB,其他实验参数取值见表 1.当 n=10000 时,由定理 2 可知, N_f =100,通过改变 n 值可以得到不同的 N_f ,本 文通过仿真实验验证模型对(**X**,**S**)-bottleneck 区域吞吐量分析的正确性.仿真实验结果如图 8~图 10 所示.图 8 给 出了当 N_f 变化范围为 1~100 时,(**X**,**S**)-bottleneck 区域对应的吞吐量.分析结果与仿真实验结果都表明:当 N_f =86 时,(**X**,**S**)-bottleneck 区域吞吐量达到最大值;当 N_f >86 时,吞吐量不增反降.这表明,(**X**,**S**)-bottleneck 区域可能发生 了拥塞,导致吞吐量减少.根据上面的分析可知,当 N_f =86 时,系统的吞吐量达到最大值.

从图 9 可以看出,当 λ >1.49 时,分析模型与仿真实验结果都表明,吞吐量不再随着 λ_i 的增加而增加,所得吞吐量的最大值分别为 253.16Kb/slot 与 245.2Kb/slot.改变 λ_i 值,对于每个 λ_i ,(**X**,**S**)-bottleneck 区域的吞吐量都小于 800 λ_i^2 Kb/slot(这个值是当 $\mu \leq c_2\mu_i$ 时,分析模型得到的吞吐量理论最大值).图 10 表明,当 λ_i >3.3 时,不能通过增加 λ_i 值来提高(**X**,**S**)-bottleneck 区域的最大吞吐量.但我们发现,当 3< λ_i <3.3,即 μ_i < λ_i < μ < c_2 , 同,吞吐量仍然随 λ_i 增加而

增加.产生这种现象的主要原因是本文假定了上行流队列 q[#] 的容量为无限大.另一方面,图 9 和图 10 都表明,当 $\lambda_i > \min(\mu_i, \mu/c_2)$ 时,系统变得不稳定,而且吞吐量快速下降.这说明,如果没有合适的端到端流速率限制,网络吞吐量就会受到严重的影响.上述结果表明,仿真实验结果与模型分析的结果是完全一致的.



Fig.10 Throughput with different λ_i when μ =330 and μ_i =3 图 10 当 μ =330 且 μ_i =3 时,不同 λ_i 值对应的吞吐量

5 讨 论

在上述分析中,为了方便讨论,我们假设所有队列容量m相同且为无限大,这与实际的网络场景有较大差别. 事实上,若 $m<\infty$,则随着 λ_i 的增加,当上行流队列满时,后面到达的报文将被丢弃.根据(**X**,**S**)-bottleneck区域平衡状态的定义(参见定义 3),上述对于(**X**,**S**)-bottleneck区域平衡状态的分析仍然成立.即当队列满时,队列中报文数将保持为m.此时,(**X**,**S**)-bottleneck区域处于平衡状态m.另外,根据定义4,流 f_i 被成功转发意味着流 f_i 上行队列 q_i^u 的报文被(**X**,**S**)-bottleneck 区域的节点处理后进入队列 q_i^d ,且在同一时隙内,队列 q_i^d 的报文被下一跳节点处理.这就是说,我们讨论的报文是指在队列 q_i^d 中的报文.因此,当 $m<\infty$ 时,流 f_i 被成功转发的概率与 $m=\infty$ 是一致的.

基于流 f_i 被成功转发的概率,我们分析了网络节点数 $n \ Q\lambda_i$ 对(**X**,**S**)-bottleneck 区域吞吐量的影响.若队列 q_i^u 的容量m为一个有限值($m \ge 1$),则队列q容量 ≥ 100 .本文中,由于队列长度限制而被丢弃的报文并不影响 $\lambda_i \ Q\mu$ 的值.因此,只要满足条件 $\mu > c_2\mu_i \ L\lambda_i < \min(\mu/c_2,\mu_i)$ 或 $\mu \le c_2\mu_i \ L\lambda_i < \min(\mu/c_2,\mu_i)$,对(**X**,**S**)-bottleneck 区域吞吐量的分析结论仍然是成立的.通过设置队列q容量分别为 100,200,300 及 400 个报文重做上述仿真实验,得到的结论均与模型的分析结果一致.

6 结论与进一步的工作

本文讨论了大规模无线网络(X,S)-bottleneck 区域基于两层 QBDs 结构的性能分析模型,分析模型通过A和 A'两个状态空间分别描述了(X,S)-bottleneck 区域的特征及每个通过信息流的特征.基于性能分析模型,我们分 析了(X,S)-bottleneck 区域的平衡状态概率、流 f_i的成功转发概率和吞吐量等性能.

本文的分析模型与其他模型的主要区别在于,同时考虑了(*X*,*S*)-bottleneck 区域及其中通信流的特征,并首 次利用两层 QBDs 结构分析大规模无线网络中(*X*,*S*)-bottleneck 区域性能.分析模型的主要优点是可以对(*X*,*S*)-bottleneck 区域的性能进行定量分析.例如,(*X*,*S*)-bottleneck 区域达到特定平衡状态 *k* 的概率是多少、流 *f*_i成功 转发的概率是多少等;而且,基于流 *f*_i成功转发概率的范围,分析了(*X*,*S*)-bottleneck 区域的吞吐量.值得指出的是,本文对(*X*,*S*)-bottleneck 区域模型的性能分析基于一些基本的假设,例如队列的容量、理想的通信信道等.

更进一步的研究主要是将本文的分析模型应用于实际无线网络性能优化与管理:首先,考虑通信流更加实际的传输要求,以进一步提高分析模型的精确度;其次,开发新的测量技术,以便准确估计信道的干扰,并将这些结果应用于我们的模型;最后,将分析模型获得的一些结论应用于无线网络性能、能量、信道资源管理及路由控制等的改进和分析.

References:

- Gupta GR, Shroff N. Delay analysis for multi-hop wireless networks. In: Proc. of the IEEE INFOCOM. Washington: IEEE Computer Society, 2009. 2356–2364. [doi: 10.1109/INFCOM.2009.5062162]
- [2] Li Y, Qiu L, Zhang Y, Mahajan R, Rozner E. Predictable performance optimization for wireless networks. In: Proc. of the ACM SIGCOMM. Washington: ACM Press, 2008. 413–426. [doi: 10.1145/1402946.1403005]
- [3] Chaporkar P, Kar K, Luo X, Sarkar S. Throughput and fairness guarantees through maximal scheduling in wireless networks. IEEE Trans. on Information Theory, 2008,54(2):572–594. [doi: 10.1109/TIT.2007.913537]
- [4] Lin XJ, Shroff NB, Srikant R. A tutorial on cross-layer optimization in wireless networks. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006,24(8):1452-1463. [doi: 10.1109/JSAC.2006.879351]
- [5] Neely MJ. Delay analysis for maximal scheduling in wireless networks with bursty traffic. In: Proc. of the IEEE INFOCOM. Washington: IEEE Computer Society, 2008. 6–10. [doi: 10.1109/INFOCOM.2008.10]
- [6] Shioda S, Yagi T, Mase K. A new approach to the bottleneck bandwidth measurement for an end-to-end network path. In: Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Communications (ICC). Piscatawa: IEEE Press, 2005. 59–64. [doi: 10.1109/ICC.2005.1494321]
- [7] Lehrieder F, Menth M. PCN-Based flow termination with multiple bottleneck links. In: Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Communications (ICC). Piscatawa: IEEE Press, 2009. 1–6. [doi: 10.1109/ICC.2009.5199304]
- [8] Tian L, Xie DL, Han B, Zhang L, Cheng SD. Study on bottleneck nodes in wireless sensor networks. Journal of Software, 2006, 17(4):830–837 (in Chinese with English abstract). http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/830.htm [doi: 10.1360/jos170830]
- Yan GF, Wang JX, Wang WP. An analytical model for end-to-end communication channel over PLCN based on QBDs. Information Processing Letters, 2009,109(23-24):1252–1259. [doi: 10.1016/j.ipl.2009.09.009]
- [10] Tao S, Guérin R. On-Line estimation of Internet path performance: An application perspective. In: Proc. of the IEEE INFOCOM. Washington: IEEE Computer Society, 2004. 1774–1785.
- [11] Remke A, Haverkort BR, Cloth L. Model checking infinite-state Markov chains. In: Proc. of the 11th Int'l Conf. on Tools and Algorithms for the Construction and Analysis Systems (TACAS 2005). LNCS 3440. Springer-Verlag, 2005. 237–252. [doi: 10.1007/978-3-540-31980-1_16]
- [12] Paxson V. End-to-End Internet packet dynamics. IEEE/ACM Trans. on Networking, 1999,7(3):277–292. [doi: 10.1109/90.779192]
- [13] Salamatian K, Vaton S. Hidden Markov modeling for network communication channels. In: Proc. of the ACM SIGMETRICS. New York: ACM Press, 2001. 92–101. [doi: 10.1145/378420.378439]
- [14] Silveira F, de Souza e Silva E. Modeling the short-term dynamics of packet losses. ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review, 2006,34(3):27–29. [doi: 10.1145/1215956.1215968]

- [15] Remke A, Haverkort BR, Cloth L. CSL model checking algorithms for QBDs. Theoretical Computer Science, 2007,382(1):24–41. [doi: 10.1016/j.tcs.2007.05.007]
- [16] Alfa AS. Discrete-time analysis of the GI/G/1 system with Bernoulli retrials: An algorithmic approach. Annals Operations Research, 2006,141(1):51-66. [doi: 10.1007/s10479-006-5293-9]
- [17] Dette H, Reuther B. Some comments on quasi-birth-and-death processes and matrix measures. Journal of Probability and Statistics, 2010,2010:1–23. [doi: 10.1155/2010/730543]
- [18] Chihara TS. The one-quarter class of orthogonal polynomials. Rocky Mountain, 1991,21(1):121-137. [doi: 10.1216/rmjm/ 1181072999]

附中文参考文献:

[8] 田乐,谢东亮,韩冰,张雷,程时端.无线传感器网络中瓶颈节点的研究.软件学报,2006,17(4):830-837. http://www.jos.org.cn/1000-9825/17/830.htm [doi: 10.1360/jos170830]



颜国风(1974-),男,湖南衡阳人,博士,高 级工程师,CCF 会员,主要研究领域为计算 机网络,通信系统性能模型及分析.



S.Org

陈淑红(1975一),女,博士生,讲师,主要研 究领域为计算机网络,可信计算.



王建新(1969-),男,博士,教授,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究领域为计算机 算法,网络优化理论,生物信息学.