

基于笔交互的智能动态几何可视化白板系统^{*}

任磊⁺, 杨海燕, 刘媛媛, 马翠霞, 滕东兴

(中国科学院 软件研究所 人机交互技术与智能信息处理实验室, 北京 100080)

An Intelligent Pen-Based Whiteboard System for Dynamic Geometry Visualization

REN Lei⁺, YANG Hai-Yan, LIU Yuan-Yuan, MA Cui-Xia, TENG Dong-Xing

(Intelligence Engineering Laboratory, Institute of Software, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

+ Corresponding author: Phn: +86-10-62661573, E-mail: renlei05@ios.cn

Ren L, Yang HY, Liu YY, Ma CX, Teng DX. An intelligent pen-based whiteboard system for dynamic geometry visualization. Journal of Software, 2007,18(Suppl.):120-128. <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/s120.htm>

Abstract: WIMP-Based electronic teaching systems can not meet teachers' requirements of natural and efficient interaction, especially continuous drawing and writing in geometry teaching. In this paper, an intelligent pen-based whiteboard system (IPW) for dynamic geometry visualization is designed and implemented. IPW can be used to add handwriting, outline and recognize geometry and manipulate interface elements with pen gestures. Through extended LIMO algorithm dynamic geometric constraint solving and dynamic geometric visualization are supported. This paper discusses IPW's framework and its key technologies, and gives application examples. Experimental results show that IPW has higher task completion efficiency and user satisfaction.

Key words: HCI; pen-based interaction; sketch based interface; dynamic geometry; computer aided teaching

摘要: 计算机辅助教学系统目前已在教学中大量应用,然而,基于 WIMP 界面范式的电子课件系统,无法满足教师在课堂教学互动中需要与用户界面自然、高效、连续性交互的需求,尤其是几何教学中连续书写板书、自由勾画图形、动态几何定理演示等.设计和实现了一个基于笔交互的智能动态几何可视化白板系统.该系统以笔代替鼠标键盘,能够连续添加笔迹批注,勾画并识别几何草图,使用笔手势操纵界面元素,并通过扩展 LIMO 算法支持动态几何约束求解与动态几何可视化.讨论了该系统的框架及其关键技术,并给出了应用实例.可用性评估实验结果表明,该系统具有较高的任务完成效率与用户满意度.

关键词: 人机交互;笔式交互;草图用户界面;动态几何;计算机辅助教学

当今各种计算机辅助教学系统极大地提高了教师的教学效率.电子课件系统,如Microsoft PowerPoint等已获得广泛应用,并被认为是课堂教学的技术革命之一.然而,上述电子课件系统并不能满足课堂教学中师生间及时、高效的互动要求^[1].教育学研究成果表明,教学过程中充足的互动,即学生的主动参与与教师的及时反馈,能

* Supported by the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60703079 (国家自然科学基金); the National Basic Research Program of China under Grant No.2006CB303105 (国家重点基础研究发展计划(973)); the National Science and Technology Supporting Program of China under Grant No.2006BAF01A44 (国家科技支撑计划)

Received 2007-09-15; Accepted 2007-11-25

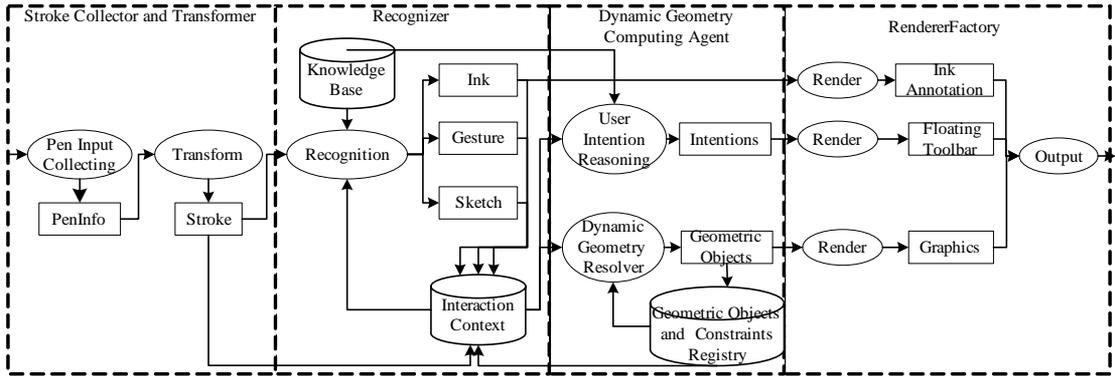
够显著提高学生的学习积极性,从而改善教师的教学效果^[1].这就要求电子课件系统的用户界面能够支持连续性交互^[2],并具备一定智能性,能够识别用户的交互意图,提高交互的效率.目前,对于电子课件系统的研究主要存在以下问题:第一,电子课件系统分为备课与讲课两种状态,通过投影将备课状态编辑好的胶片(slide)在课堂讲课中使用.教师在讲课状态中无法与放映中的胶片交互编辑.这使学生处于被动接受状态,对于学生提出的问题,教师只能关闭放映胶片返回备课状态修改胶片,不能及时地编辑胶片给学生以反馈,导致教学互动的中断.在课堂教学中教师与胶片直接交互将有助于提高学生的参与性以达到高效互动的效果.第二,交互技术主要基于WIMP范式,WIMP范式适于离散性交互而不能很好地适应连续性交互^[2].而教师在课堂教学时需要与胶片进行大量连续性交互,如连续书写板书添加批注、连续勾画草图等,键盘鼠标等交互设备在连续性交互操作中的效率较低^[3].由于笔交互具备连续性与隐含性特点,并且笔式用户界面具有一定智能性,能够对笔迹、草图进行识别,因此,笔交互技术更适于教师在课堂教学中所需的及时、高效的交互操作.第三,对于几何教学而言,中学生面对着静态的几何图形很难理解抽象的几何变换定理.而动态几何(dynamic geometry)则有助于增强学生的理解力^[4].动态几何通过建立几何约束关系与智能约束求解,在几何图形动态变换的可视化过程中保持着几何约束关系,可以直观地向学生展示几何定理的图形动态变换的可视化效果,能够增强学生对几何元素间关系的理解能力.当前,对于集成了笔式用户界面与动态几何的电子课件系统的研究较少.许多研究者将研究工作集中于如何将数字笔迹添加到处于放映状态的胶片.Golub^[3]建立了一个名为Tablet Mylar Slides的系统,该系统全部基于数字笔迹,用于模拟传统的白板.一些研究者基于Microsoft PowerPoint建立了可集成在其中的辅助工具,如BIRD Note-Taking System^[5],Classroom Presenter^[6]等.此外,Classroom 2000^[7]和Electronic Whiteboard^[8]也将数字笔迹用于对胶片进行批注.上述系统仅将数字笔迹添入胶片中,而对笔迹未作如何识别,各种笔迹不具有语义.对于界面元素的编辑等操作仍然基于WIMP范式.Rbeiz等人^[1]在Classroom Presenter基础上开发了Classroom Learning Partner,该系统能够识别一组符号作为手势,但并不包括几何草图识别.

基于上述问题,本文设计并实现了一个基于笔交互的智能动态几何可视化白板系统 IPW(intelligent pen-based whiteboard for dynamic geometry visualization),并应用于几何教学.IPW 基于笔式用户界面,通过笔交互技术直接与胶片交互.能够在胶片上直接连续书写文字批注、勾画草图并识别为几何图形,通过笔手势对界面元素进行操作,并且通过扩展的LIM0算法支持动态几何.IPW的主要特点包括:(1) 胶片放映状态的直接交互性.用户可直接对胶片中的批注、图形等进行编辑.(2) 基于笔交互支持连续性、隐含性交互操作.(3) 智能用户界面.可对笔迹(ink)、草图(sketch)、手势(gesture)等进行识别.(4) 动态几何.支持智能动态几何约束求解与可视化.

1 IPW 系统框架

1.1 系统概述

如图 1 所示,IPW 的系统框架主要包括 4 个主要部分:笔交互信息收集转换器(stroke collector and transformer)、识别器(recognizer)、动态几何计算引擎(dynamic geometry computing Agent)、绘制工厂(renderer factory).IPW 在课堂教学时使用数字笔作为主要输入设备,使用手写液晶屏白板作为主要输出设备.教师在备课时也可以使用 Tablet PC 或者其他支持笔输入的桌面 PC.笔交互信息收集转换器对笔的输入信号进行处理,将其转换为笔画(stroke)模型的数据结构.识别器基于交互上下文(interaction context)与知识库(knowledge base)对笔画进行识别,分类为笔迹、手势和草图.动态几何计算引擎依据交互上下文,一方面推测用户意图并给出动态浮动条选项,辅助用户逐步勾画几何对象并建立约束;另一方面,进行动态几何约束求解与可视化计算,生成约束求解后的几何图形对象.绘制工厂按照工厂模式将笔迹、几何对象等绘制在白板界面中并输出.



Squares represent data structures whereas ellipses represent functions

矩形代表数据结构,椭圆代表功能

Fig.1 IPW framework

图 1 IPW 系统框架

1.2 笔交互信息收集转换器

笔交互信息收集转换器主要负责收集笔输入设备的信号,并将其转换为笔交互信息元素模型,再将其转换为笔画模型.根据文献[9]我们将某一时间点笔发给计算机的笔交互信息元素 *PenInfo* 定义为以下四元组:

$$\langle (x,y), Time-Stamp, Pressure, Orientation \rangle.$$

其中, (x,y) 为此时笔尖在接收笔尖信息平面的坐标位置, *Time-Stamp* 为时间戳, *Pressure* 为笔尖对接接收笔尖信息平面的压力, *Orientation* 为笔的空间倾斜度. *PenInfo* 作为笔交互中的基本信息元素,不适于识别算法进行处理.我们将用户在交互中输入的具有独立、最小和不可分割特性的一段笔交互元素,即落笔与起笔之间的一段笔画 *Stroke* 作为识别器进行处理的基本逻辑输入值.笔画 *Stroke* 定义为以下五元组:

$$\langle Stroke, \langle PenInfo_1, PenInfo_2, \dots, PenInfo_n \rangle, \langle StartTime, EndTime \rangle, \langle Holdup_1, Holdup_2, \dots, Holdup_m \rangle, BoundingBox \rangle.$$

其中,笔画 *Stroke* 从 *StartTime* 开始到 *EndTime* 结束,记录的笔交互信息元素列表为 $\langle PenInfo_1, PenInfo_2, \dots, PenInfo_n \rangle$. $\langle Holdup_1, Holdup_2, \dots, Holdup_m \rangle$ 表示画 *Stroke* 过程中是否有顿笔以及顿笔的时间点. *BoundingBox* 表示 *Stroke* 包围盒的大小.根据 $\langle Holdup_1, Holdup_2, \dots, Holdup_m \rangle$ 和 *BoundingBox* 可以将笔画分为 4 类^[9]: (1) **Tap**:包围盒很小且输入时间很短,没有顿笔. (2) **Hold-Up**:包围盒很小且在画的开始过程中顿笔. (3) **Hold-Stroke**:包围盒较大且输入过程中有顿笔. (4) **Normal-Stroke**:包围盒较大且输入过程中无顿笔.基于上述笔画模型与笔画分类可以为识别器提供识别基础.笔交互信息收集转换器实时收集笔交互信息,转换为 *PenInfo* 及 *Stroke* 并输入识别器.

1.3 识别器

当用户用笔与IPW交互时存在 3 种系统状态:编辑笔迹批注、勾画草图以及用手势操纵界面元素.IPW提供了按钮,用户可以显式地通过tap手势选择相应按钮进行状态切换.另一方面,为了避免用户因频繁通过按钮切换状态而造成的交互连续性中断以及交互效率的下降,IPW将 3 种状态统一为支持隐式交互^[9]的系统状态.在隐式交互状态中,笔交互默认处于编辑笔迹批注状态.IPW基于交互上下文与知识库中的规则,通过识别器对 *Stroke* 进行识别与分类,自动完成状态切换.

1.3.1 交互上下文

在隐式交互过程中,单纯根据笔交互信息收集转换器生成的笔画信息往往无法进行识别.如当用户画了多折线笔画,如果此时有界面元素被选中,则该笔画表示删除手势;如果此时无任何界面元素被选中,则该笔画表示笔迹.因此,需要主动获取空间与时间的环境信息即交互上下文,为识别语义信息.交互上下文定义为五元组:

$$\langle AllObjects, SelectedObjects, LastRecognition, CurrentStroke, Time-Stamp \rangle.$$

其中, *Time-Stamp* 表示时间戳. *AllObjects* 表示当前时间界面中所有元素, 包括几何对象与笔迹等. *SelectedObjects* 表示当前选中的界面元素, 被选中的元素往往是潜在的进一步操作对象. *LastRecognition* 表示上一个时间戳的笔画识别结果, 可作为交互历史的追溯, 用于与交互历史相关的笔画识别, 如上一个识别结果为一个草图三角形, 当用户从一个顶点向对边画笔画时则很可能是画直线草图而不是添加笔迹. *CurrentStroke* 表示当前起笔的笔画信息.

1.3.2 知识库

由于教师在教学过程中自始至终都要书写板书即添加笔迹批注, 因此笔画的默认识别结果为笔迹. 而对于草图和手势的识别则基于对知识库中推理规则的匹配. 知识库中的推理规则以谓词逻辑^[10,11]形式表示, 当识别器得到新的笔画信息时, 便形成新的交互上下文, 并依据知识库规则进行推理. 一旦满足了推理规则, 便自动切换到相应的草图或手势识别状态. 以下给出识别手势与草图的谓词定义与推理规则的例子:

$P1(s)$: s 是一个笔画.

$P2(x)$: x 是一个界面几何对象.

$P3(s, x)$: 笔画 s 起笔于界面几何对象 x .

$P4(s, x, y)$: 笔画 s 起笔于界面几何对象 x 落笔于界面几何元素 y .

$P5(x)$: 界面几何对象 x 被选中.

$P6(s, x)$: 在笔画 s 之前界面几何对象 x 被 tap 手势选中.

$P7(s)$: 笔画 s 是一个手势.

$P8(s)$: 笔画 s 是一个草图.

推理规则 Rule 1 定义如下:

$$(\exists s)(\exists x)(\exists y)(P1(s) \wedge P2(x) \wedge P2(y) \wedge P3(s, x) \wedge P3(s, y) \wedge P4(s, x, y) \wedge \neg P5(x) \wedge \neg P5(y)) \rightarrow P7(s)$$

当 Rule 1 满足时, s 被识别为手势. 因为当用户将笔放在一个未被选中的几何对象上时, 如点、圆或线, IPW 推测用户的交互意图是想要操纵这个几何对象.

推理规则 Rule 2 定义如下:

$$(\exists s)(\forall x)(\forall y)(P1(s) \wedge P2(x) \wedge P2(y) \wedge \neg P4(s, x, y) \wedge \neg (P5(x) \vee P5(y)) \wedge \neg (P6(s, x) \vee P6(s, y))) \rightarrow P8(s)$$

当 Rule 2 满足时, s 被识别为草图. 因为当用户没有使用 tap 手势操纵任何几何对象并且没有界面元素被选中时, IPW 推测用户是想自由勾画草图.

1.3.3 草图识别

根据勾画几何图形的基本需求, 识别器可以处理 6 种基本几何对象的草图识别. 如图 2 所示, 主要包括点 (point)、线 (line)、角 (angle)、三角形 (triangle)、圆 (circle)、矩形 (rectangle). 当识别器根据上下文与知识库自动切换到草图识别状态后, 识别器主要依据笔画的形状信息对上述 6 种草图进行识别, 其中顿笔的分布将是主要因素.

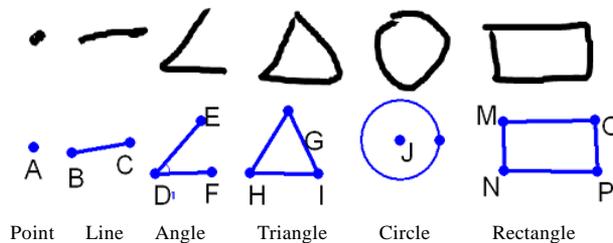


Fig.2 Supported sketch shapes recognition

图 2 IPW 支持的草图识别

在对草图形状进行识别后, 需要进一步根据顿笔确定图形大小与位置. 主要方法是: (1) 根据上下文与知识库切换入草图识别; (2) 对当前笔画进行分析, 根据顿笔分布与包围盒大小确定笔画类型. Tap 类笔画被识别为点, Normal-Stroke 类将被识别为线或圆, Hold-Stroke 类将被识别为角、三角形或矩形; (3) 根据顿笔分布将其

1.4.2 动态几何求解器

动态几何求解器主要负责将drag手势操纵的几何图形转换成动态几何图形.由于动态图形的相对几何关系是由其相应的语义条件决定的,所以如何响应用户操作对几何图形的大小和位置重新计算属于几何约束求解问题.该问题的基本思路是通过与之具有约束关系的几何体的位置来确定各个几何体的位置^[4].LIMO 算法(locus intersection method)^[12,13]是利用这种思路解决此类问题的一种基本算法. LIMO 算法基于图论解决几何问题,然而该算法主要解决的是无循环约束问题,这种问题的特点是在构造过程中,需要同时求解的方程数小于或等于 $2^{[15]}$.尽管使用这个算法,几何教学大部分的几何约束求解问题都可以被解决,但仍有一些例外的情况存在.因此,我们通过分类方法扩展了LIMO 算法的使用范围.分类的原则基于几何体的自由度,如分为固定点、拖动点、半自由点等.通过扩展的LIMO 算法,任何一个点都可以被设置为拖动点,因此用户可以拖动几何图形的任何一个点来观察几何变形的动态可视化效果.关于这种算法的详细内容在文献[4]中有所描述.动态几何求解器基于扩展的LIMO 算法进行计算.它根据几何对象与约束注册表(geometric objects and constrains registry)中保存的约束关系重新计算所有的几何图形对象的位置和关系.如果需要,还将根据识别结果添加新的图形对象.然后将图形和它们的新位置发送到绘制工厂进行重新绘制.如图5所示,在等腰三角形ABC中,边BC等于边BA,边CD垂直于边BA.圆E为外接圆,圆F为内切圆.所有的点,线段和它们的约束关系都被记录在几何对象与约束注册表中.当点A被一个drag手势拖动的时候,由于点C是固定点,而点B,D,A,E,F都是半自由点,边BC,BA,CD以及圆E、圆F的位置都将被动态几何求解器重新计算,以保证在拖动的动态可视化过程中角BCA保持与角BAC相等,线段CD和BA保持垂直,圆E保持外接,圆F保持内切.

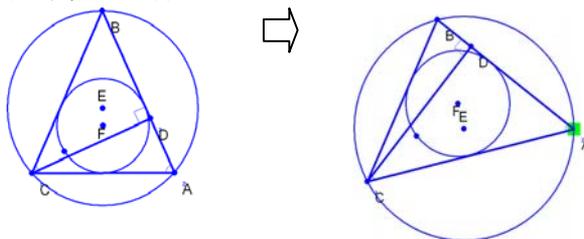


Fig.5 Dynamic geometry computation when moving point A by drag gesture

图5 以 drag 手势拖动点 A 时动态几何计算与可视化

1.5 绘制工厂

绘制工厂接收动态几何计算引擎生成的几何对象,根据新的大小和位置将其在白板的输出屏幕中重新绘制,形成动态几何可视化效果.同时,绘制工厂还负责接收并绘制笔迹与动态浮动条.绘制工厂由一组绘制器(renderer)组成.每个绘制器包括3种方法:drawObj()方法用于绘制界面元素、getObj()方法用于获得一个界面元素实例、isPointInObj()用于判断给定点是否落入该界面元素.绘制器主要分为绘制基本几何对象(点、直线、圆等)、笔迹、动态浮动条等,所有的绘制器由绘制工厂统一管理:给定一个界面元素,绘制工厂返回一个相应的绘制器.

2 应用实例

我们将IPW应用于中学课堂几何教学中.几何教师教授定理:三角形的3条角平分线总是相交于一点,并且该点为三角形内切圆的圆心.在课堂教学中,教师首先用笔勾画一个草图三角形,然后用envelop select手势圈选识别后的三角形(或用tap手势选择3条边).此时,IPW根据上下文对用户下一步意图进行推测,并将推测结果以动态浮动条显示,如图6所示.

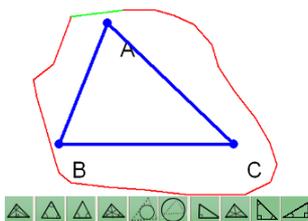


Fig.6 Dynamic floating toolbar in IPW

图 6 动态浮动条

教师发现动态浮动条中有自己下一步要画的图形,使用 tap 手势选择第 4 个图标勾画 3 条角平分线,IPW 自动为三角形与角平分线添加约束.如图 7 所示,教师向学生展示该三角形的 3 条角平分线相交于一点.在课堂教学中,学生质疑是否无论三角形形状如何其角平分线总是交于一点.教师使用 drag 手势拖动 C 点,随着 C 点位置的变化,三角形形状与角平分线随之变化.在动态几何可视化的过程中,学生可以亲眼看到三角形动态变化过程中角平分线始终相交于一点.

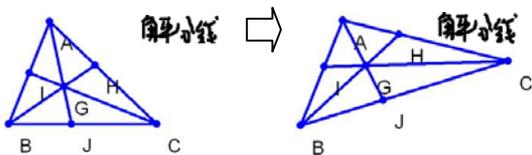


Fig.7 Dynamic geometry of three bisectors

图 7 三角形角平分线相交于一点的动态几何可视化

随后,教师通过 tap 手势选择三角形 3 条边,在 IPW 动态浮动条中,通过 tap 手势选择第 5 个图标勾画内切圆,IPW 自动为几何图形添加约束.如图 8 所示,当学生质疑随着三角形形状改变其内切圆心是否始终与角平分线交点重合时,教师可以通过 drag 手势拖动三角形顶点,在动态几何可视化中向学生展示定理.

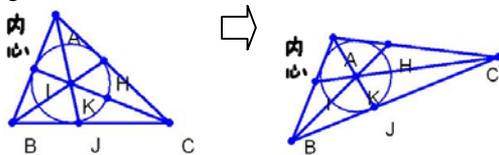


Fig.8 Dynamic geometry of inscribed circle

图 8 三角形内切圆与角平分线交点动态几何可视化

在课堂中,学生提出另一个问题:三角形的 3 条高是否也相交于一点?是否也与内切圆圆心重合?为了展示这个问题的答案,教师使用 tap 手势选中 3 条角平分线并用 delete 删除,并将问题内容作为笔迹批注书写在三角形旁边.然后通过 tap 手势选择三角形 3 条边并选择动态浮动条中第 1 个图标,勾画 3 条高线.教师通过拖动顶点展示动态几何可视化效果,学生可以得到结论:三角形 3 条高相交于一点,但是该点并不与内切圆心重合,如图 9 所示.由上述课堂教学实例可见,教师通过 IPW 直接与胶片交互,不需要在电脑与黑板之间切换.基于笔的连续性交互与隐含性交互、以及 IPW 基于上下文感知的智能推测,能够及时、高效地响应学生的问题,并且通过动态几何可视化直观地加深了学生对几何定理的理解.

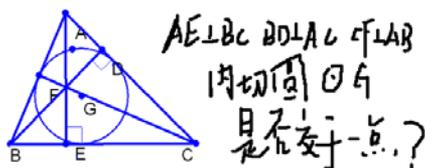


Fig.9 Dynamic geometry of three perpendiculars and inscribed circle

图 9 三角形内切圆与 3 条高的动态几何可视化

3 实验评估

我们将 IPW 在北京一所中学进行了实验评估.被试者为 10 名中学几何教师,均使用计算机辅助教学.主要实验工具为:Pentium4 1.7G、256M 内存、WACOM15 英寸手写液晶屏显示器和一支手写笔.实验过程设计如下:被试者首先使用集成 Classroom Presenter 的 Microsoft PowerPoint 以及自选的基于 WIMP 范式的几何画板软件(以下简称 CPT),然后使用 IPW 完成同样的规定任务.由一名实验人员对任务完成时间计时,并且对被试者进行相同的可用性问卷调查.4 个任务设计为:Task1:在空白胶片上添加“批注”三角形 3 条角平分线相交于一点,该点为三角形内切圆圆心.三角形 3 条边的中垂线相交于一点,该点为三角形外接圆圆心”.Task2:在胶片上勾画两个三角形.为三角形 ABC 勾画 3 条角平分线与内切圆,为三角形 DEF 勾画 3 条边的中垂线与外接圆.Task3:选中并删除批注,选中并删除三角形 DEF 及中垂线和外接圆.Task4:改变三角形 ABC 的形状,对其角平分线与内切圆作相应改变.实验结果见表 1 和表 2.

Table 1 Average task completion time (s)

表 1 平均任务完成时间 (秒)

	Task1		Task2		Task3		Task4	
	Average	S.D.	Average	S.D.	Average	S.D.	Average	S.D.
IPW	34.5	4.1	95.3	6.7	8.7	1.6	4.2	0.6
CPT	31.2	6.3	173.5	13.1	12.8	2.2	12.1	2.9

Table 2 Usability evaluation score (range is from 1 to 5)

表 2 可用性指标评价分数(范围为 1~5 分)

	IPW		CPT	
	Average	S.D.	Average	S.D.
Easy use	4.05	0.70	3.73	0.75
Easy-Learning	4.27	0.68	4.02	0.51
Reliability	3.91	0.72	4.42	0.65
Natural interaction	4.30	0.74	2.95	0.49
Efficiency	4.12	0.56	3.27	0.56
Satisfaction	4.45	0.57	3.45	0.53
Overall score	4.18	0.66	3.64	0.58

由表 1 可见,除 Task1 的平均任务完成时间基本相等,其余 3 个任务中 IPW 的平均完成时间都显著低于 CPT. Task1 主要测试对于添加批注的效率,可见二者差异并不大.Task2 主要测试勾画几何图形的效率,实验结果表明,基于笔交互的 IPW 比基于 WIMP 范式的 CPT 在勾画图形方面具有更高的效率.Task3 主要测试编辑界面元素的效率,实验结果表明,基于笔手势的操作命令比基于 WIMP 范式的操作命令在对几何图形的编辑方面具有更高的效率.Task4 主要测试比较动态几何的效率,实验结果表明,IPW 在动态几何方面具有显著优势.由表 2 可见,对各项可用性指标的评价中,除了可靠性(Reliability)一项以外,IPW 均获得了比 CPT 更高的分数,尤其是在交互自然性(natural interaction)、高效性(efficiency)与用户满意度(satisfaction)等方面.除上述评估结果,教师们最看重的是教学效果的提高.教师们指出,使用 IPW 后,学生在课堂上更加集中精力.学生思考和提问的次数明显比使用之前有所提高.同时,也指出了 IPW 的不足.如系统不够稳定等问题.

4 结论与展望

本文针对电子课件系统在课堂教学尤其是几何课堂教学中存在的交互连续性差、效率低等问题,设计和实现了一个基于笔交互的智能动态几何可视化白板系统 IPW.IPW 采用笔式交互技术,能够在胶片界面中自然、高效地添加笔迹批注、勾画草图并识别为几何图形、使用笔手势对界面元素进行编辑和操纵.而且,IPW 基于扩展的 LIM0 算法支持动态几何约束求解与可视化.本文提出了 IPW 的系统框架,并对其关键组成部分如笔交互信息收集转换器、识别器、动态几何计算引擎、绘制工厂以及相应的关键技术进行了讨论.最后,给出了 IPW 在课堂几何教学中的应用实例.通过实验评估,表明了 IPW 具有较高的任务完成效率与用户满意度.下一步的工作是扩充草图与手势识别库.

References:

- [1] Rbeiz M. Semantic representation of digital ink in the classroom learning partner [MS. Thesis]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2006.
- [2] Beaudouin LM. Instrumental interaction: An interaction model for designing post-WIMP user interfaces. In: Turner T, Szwillus G, eds. Proc. of the SIGCHI Conf. on Human Factors in Computing Systems. New York: ACM Press, 2000. 446–453.
- [3] Golub E. Handwritten slides on a tabletPC in a discrete mathematics course. In: Joyce D, Knox D, Dann W, Naps T, eds. Proc. of the 35th SIGCSE Technical Symp. on Computer Science Education. New York: ACM Press, 2004.51–55.
- [4] Lin Q, Ren L, Chen Y, Fan KF, Dai GZ. The design of intelligent dynamic geometry software based on the enhance lim0 arithmetic. Chinese Journal of Computers, 2006,29(12):2163–2171 (in Chinese with English abstract).
- [5] Golub E. Using the BIRD note-taking system during in-class presentations: An example in an HCI class. 2003. <http://hci.cs.umd.edu/trs/2003-34/2003-34.html>
- [6] Anderson R, Anderson R, Davis KM, Linnell N, Prince C, Razmov V. Supporting active learning and example based instruction with classroom technology. In: Russel I, Haller S, Dougherty JD, Rodger S, eds. Proc. of the 38th SIGCSE Technical Symp. on Computer Science Education. New York: ACM Press, 2007. 69–73.
- [7] Gregory DA, Jason B, Janak B. Classroom 2000: A System For Capturing and Accessing Multimedia Classroom Experiences. In: Karat CM, Lund A, eds. CHI 98 Conf. Summary on Human Factors In Computing Systems. New York: ACM Press, 1998. 20–21.
- [8] Berque D., Bonebright T., and Whitesell M. Using pen-based computers across the computer science curriculum. In: Proc. of the 35th SIGCSE Technical Symp. on Computer Science Education, New York: ACM Press, 2004. 61–65.
- [9] Tian F. Research on Post-WIMP Software Interface [Ph.D. Thesis]. Beijing: Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, 2003 (in Chinese with English abstract).
- [10] Liu YY, Lin Q, Dai GZ. PIGP: A pen-based intelligent dynamic lecture system for geometry teaching. In: Hui KC, Pan ZG, Encarnação LM, eds. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 4469. Berlin: Springer-Verlag, 2007. 381–390.
- [11] Luger GF. Artificial Intelligence: Structures and Strategies for Complex Problem Solving. 4th.ed., Pearson Education Limited. 2002. 197–247.
- [12] Owen J. Algebraic solution for geometry from dimensional constraints. In: Rossignac J, Tumer J, eds. Proc. of the 1st ACM Symp. on Solid Modeling Foundations and CAD/CAM Applications. New York: ACM Press, 1991. 397–407.
- [13] Fudos I, Hoffmann CM. A graph-constructive approach to solving systems of geometric constraints. ACM Trans. on Graphics, 1997,16(2):179–216.

附中文参考文献:

- [4] 林强,任磊,陈颖,范科峰,戴国忠.基于拓展 LIMD 算法的智能动态几何软件设计.计算机学报,2006,29(12):2163–2171.
- [9] 田丰.Post-WIPM 软件界面研究[博士学位论文].北京:中国科学院研究生院,2003.



任磊(1979—),男,山东济南人,博士生,主要研究领域为人机交互技术,信息可视化.



马翠霞(1975—),女,博士,主要研究领域为人机交互技术,草图计算,上下文感知交互技术.



杨海燕(1980—),女,博士生,主要研究领域为人机交互技术,草图用户界面.



滕东兴(1973—),男,博士,副研究员,主要研究领域为人机交互技术,虚拟现实技术,计算机辅助设计.



刘媛(1982—),女,硕士生,主要研究领域为人机交互技术,草图用户界面.