

## 一种带噪声的密集三角网格细分曲面拟合算法\*

吴剑煌<sup>1,2+</sup>, 刘伟军<sup>1</sup>, 王天然<sup>1</sup>, 赵吉宾<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(中国科学院 沈阳自动化所 先进制造技术实验室, 辽宁 沈阳 110016)

<sup>2</sup>(中国科学院 研究生院, 北京 100049)

### A Fitting Algorithm of Subdivision Surface from Noising and Dense Triangular Meshes

WU Jian-Huang<sup>1,2+</sup>, LIU Wei-Jun<sup>1</sup>, WANG Tian-Ran<sup>1</sup>, ZHAO Ji-Bin<sup>1</sup>

<sup>1</sup>(Laboratory of Advanced Manufacture Technology, Shenyang Institute of Automation, The Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China)

<sup>2</sup>(Graduate School, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

+ Corresponding author: E-mail: wujh@sia.cn

**Wu JH, Liu WJ, Wang TR, Zhao JB. A fitting algorithm of subdivision surface from noising and dense triangular meshes. *Journal of Software*, 2007,18(2):442-452.** <http://www.jos.org.cn/1000-9825/18/442.htm>

**Abstract:** A fitting system is developed to fit subdivision surface with sharp feature from noising and dense triangular meshes of arbitrary topology. The system includes an improved mesh denoising method based on bilateral filtering of images, sharp features extraction, feature-preserving mesh simplification and topological optimization. An estimating method for Loop subdivision surface is introduced to predict how many subdivision iterations are necessary to meet a user-defined tolerance. The method of adaptive subdivision is proposed during the fitting process to handle local detailed surface features. Both experimental results and practical applications in engineering demonstrate that the system can effectively achieve a good quality of the fitting subdivision surface with nice details while using few facets in the approximation.

**Key words:** subdivision surface; mesh denoising; adaptive subdivision; depth estimating; surface fitting

**摘要:** 实现了一个从带噪声的密集三角形拟合出带尖锐特征的细分曲面拟合系统. 该系统包括了一种改进的基于图像双边滤波器的网格噪声去除方法, 模型的尖锐特征提取以及保持尖锐特征的网格简化和拓扑优化. 为了处理局部细节特征和模型数据量问题, 提出了自适应细分方法, 并将根据给定精度估计最少细分深度引入到细分曲面拟合系统中, 使得拟合得到的细分曲面模型具有良好的细节特征和数据量小等特点. 大量 3D 模型实验结果和实际工程应用结果表明了该细分曲面拟合系统的有效性.

**关键词:** 细分曲面; 网格噪声去除; 自适应细分; 深度估计; 曲面拟合

中图分类号: TP391 文献标识码: A

细分曲面是一种由初始控制网格按照一定的细分规则反复迭代而得到的极限曲面<sup>[1]</sup>. 自从 Catmull-Clark

\* Supported by the Natural Science Foundation of Liaoning Province of China under Grant Nos.L050210, L050211 (辽宁省自然科学基金)

Received 2006-02-22; Accepted 2006-04-05

和 Doo-Sabin 等人将 B 样条曲面的节点嵌入技术推广到任意拓扑网格上,分别生成双三次和双二次 B 样条曲面以来<sup>[1]</sup>,许多著名的细分模式如 Loop<sup>[2]</sup>,Butterfly,Modified Butterfly,Kobbelt 等相继提出来.由于细分曲面具有传统参数曲面所不具备的优点,因而已广泛应用于计算机辅助几何设计、计算机动画造型及商业造型软件领域中,并已成为 MPEG4 标准中 AFX(animation framework extension)模块的技术之一.另一方面,由于三维扫描仪和 CT 等三维数据获取设备的迅速发展,细分曲面也已逐渐应用于医学图像处理、珍贵文物的数据化保存及快速原型制造领域,不少学者在细分曲面拟合及相关方面做了许多很有意义的工作<sup>[1,3]</sup>.

Hoppe 等人<sup>[4]</sup>提出一种从任意拓扑密集的三角网格拟合 Loop 细分曲面<sup>[2]</sup>的方法.Hoppe 等人首先修改了 Loop 局部细分规则,使得该方法能够塑造出如折痕、角等尖锐特征,然后通过求解庞大的全局优化非线性能量方程组对网格进行优化,进而得出细分曲面控制网格的顶点位置.因此,其拟合得到的曲面质量较高,但同时也使得算法的运行速度相当缓慢,有时竟达几个小时.Suzuki 等人<sup>[5]</sup>利用细分曲面的极限位置反复调整控制网格,使得调整后的网格上顶点的极限点到相应采样点之间的距离达到最小,虽然该方法计算量小,能够迅速获取模型的大致轮廓,但它缺少模型的细节,且不能保持尖锐特征.Ma 和 Zhao<sup>[6]</sup>提出一种基于细分曲面参数化<sup>[7]</sup>拟合 Catmull-Clark 细分曲面的方法.他们首先人为地将通过 CT 扫描获得的数据建立初始拓扑结构,然后把网格分割成几块基本面片并对其进行参数化,最后用最小二乘法拟合 Catmull-Clark 细分曲面.之后,Ma 等人<sup>[8,9]</sup>提出一种直接从任意拓扑密集的三角网格拟合细分曲面的方法.他们首先采用 Hoppe<sup>[4]</sup>对 Loop 细分模式修改的细分规则对模型进行特征提取,进而利用基于二次误差(quadric error metrics,简称 QEM)<sup>[10,11]</sup>简化算法对模型进行简化,最后也是用最小二乘法对细分曲面进行拟合.该方法能够获得较为光顺的细分极限曲面,但是,拟合得到的曲面质量对简化后的网格质量较为敏感,这时,得到的曲面质量局部细分特征不是很好,且会产生皱褶.国内的李桂清等人<sup>[12]</sup>对文献[8,9]中的网格优化和重采样部分进行了改进,从而进一步改善了拟合得到的整体曲面质量.但是,和上述几种方法<sup>[4-6,8,9]</sup>一样,该方法也没有提出控制细分误差的办法,对一个模型细分的深度只能靠经验取值.同时,当对一个模型细分到一定深度时,曲面有些区域已满足给定的要求,这时,如果再对模型进行全局细分,将会迅速增大模型的数据量,影响模型的处理速度、存储与传输等后续操作.针对这一问题,一种解决办法就是,只需对那些还不满足精度要求的曲面区域或需要更多层次细节的区域进行局部细分即可.结合上述各种细分曲面拟合算法的优缺点,本文描述了一个带噪声的密集三角形网格的细分曲面拟合系统,较之先前的方法,本文所做的工作有:1) 由于在实际工程中我们所处理的三角网格模型是带有噪声的,而文献[8,9,12]中的方法都是以假定初始网格质量较好为前提的,因此,本文引入了一种改进的基于图像的双边滤波网格噪声去除方法;2) 本文在细分曲面拟合时引入了细分深度的估计,避免了以往靠经验或利用模型的视觉效果判断细分的次数,减少了拟合过程中的人为干涉因素;3) 本文给出了几种新的阈值准则的自适应细分方法,并把它引入到系统中,从而避免了文献[8,9]中出现的数据量过大且局部细节特征不够丰富的问题;4) 应用本文的细分曲面拟合系统于实际的工程中.

如图 1 所示,为本文细分曲面拟合的主要步骤流程图.在第 1 阶段,对用三角网格表示的输入模型进行特征提取,给所有的特征点和特征边做上标记,为了使拟合出来的细分曲面保持初始模型明显的尖锐特征,这些特征标记将一直用到最后的拟合阶段,接着采用一种改进的基于图像的双边滤波器的光顺方法对模型进行去噪处理;接下来在保持初始网格的拓扑结构和尖锐特征下用逐步求精去除顶点法对三角网格模型进行简化和优化;在此基础上,通过引入的细分曲面深度估计和自适应细分对简化后的网格细分,然后从细分后的网格重新采样顶点,利用这些顶点的细分模板(mask)以及在极限细分曲面的位置建立方程进行拟合,最后输出满足拟合精度的细分曲面.

本文第 1 节简要回顾 Loop 细分模式.第 2 节介绍一种改进的网格模型噪声去除方法.第 3 节是三角网格模型的简化和优化.第 4 节是细分深度的估计及自适应细分.第 5 节是实验结果讨论.最后一部分是结论.

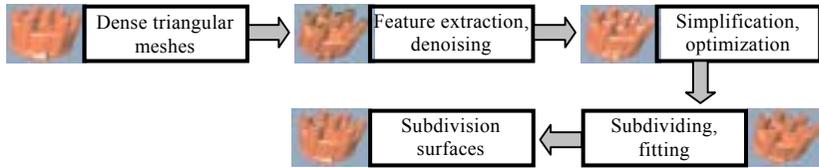


Fig.1 Overview of our method

图 1 本文方法流程图

## 1 Loop 细分模式

Loop 模式是一种基于三角网格的面分裂逼近细分模式,它是由 Charles Loop<sup>[2]</sup>提出来的,生成的曲面是盒式样条(box spline)曲面的推广.通常,对一个模型细分可分为两步:分裂和平均.在分裂阶段所用的方法称为拓扑规则,在平均阶段所用的方法称为几何规则.对于 Loop 细分模式来说,拓扑规则是在三角形的每条边上插入新点,并将其两两相连,使每个三角形分裂成 4 个小三角形,因此,细分一次后,三角形的个数将是原来的 4 倍;而几何规则是重新计算网格上所有顶点在下一层细分中所处的位置,一般起着光顺的作用.之后,Hoppe<sup>[4]</sup>和 Schweitzer<sup>[13]</sup>对 Loop 细分模式进行了扩展,修改后的细分规则生成的曲面是分段光滑的,且带有折痕、角、尖刺等尖锐特征.与文献[8,9,12]采用的细分模式相同,本文也是采用 Hoppe 扩展后的 Loop 细分规则.细分曲面虽然没有解析表达式,但是,利用离散傅立叶变换和细分矩阵,却可以对细分曲面的收敛性、连续性以及一些几何属性进行分析<sup>[14]</sup>;对于控制网格上的顶点,由于细分的进行,顶点的位置在不断地更新,最后收敛到细分极限曲面上,其在细分极限曲面上的位置,通过对局部细分矩阵的特征值和特征向量分析可以得到.顶点的极限位置及其对应初始位置将用于最后拟合方程的建立.因为扩展后的 Loop 细分规则及顶点的极限位置在文献[1,4,8,13]中都有详细介绍,本文就不再赘述.

## 2 网格噪声的去除

尽管用于三维数据点获取的硬件设备迅速发展、技术日益更新,但由于物理因素和其他人为因素,得到的三角网格模型不可避免地存在各种噪声和局部的小扰动.因此,为了给模型后处理提供更加准确和有效的数据,对三角网格模型进行光顺去噪处理是很有必要的.对于网格的光顺去噪,常用的有基于拉普拉斯算子的方法及其各种改进方法<sup>[15,16]</sup>、Taubin 的基于信号处理方法<sup>[17]</sup>、Desbrun 的平均曲率流方法<sup>[18]</sup>,还有 Jones 等人<sup>[19]</sup>和 Fleishman 等人<sup>[20]</sup>几乎同时提出的基于图像双边滤波器思想的方法.这些方法各有优缺点,比如,Fleishman 的方法在处理噪声稍大的网格时会引起过光顺,因而不能有效地保持网格的某些细节特征.本文所采用的去噪方法是在 Fleishman 方法基础上的进一步改进.我们知道,在网格光顺去噪中,它的演化过程通常由式(1)表示.

$$v_{new} \leftarrow v_{old} + n(v_{old})\lambda \quad (1)$$

其中, $n(v)$ 为顶点的移动方向(一般都是沿着该点的法向), $\lambda$ 为顶点的移动速率.从式(1)中可以看出,顶点的移动方向在很大程度上决定着光顺去噪后的曲面质量和迭代次数.

在 Fleishman 的方法中,顶点的移动方向是由平均顶点的 1-邻域上三角形的法向量(每个三角形的法向量对该顶点的贡献大小通过该三角形的面积加权)来决定的.然而,当一个模型的噪声较大时,可能存在着顶点的 1-邻域本身都是噪声,这时,如果用 1-邻域上三角形的法向量来估计该顶点的移动方向,则势必导致光顺迭代次数的增多,从而使得模型的其他区域产生过光顺的可能性增加.为此,在估计顶点的法向量之前,我们首先采用文献[16]中的方法对顶点 1-邻域上的三角形的法向量进行平均,然后再以 Fleishman 方法中顶点移动的速率移动.设平均后的法向量为  $m(T)$ ,其定义如下:

$$m(T) = \sum_{S \in N(T)} \xi(T,S)n(S) \quad (2)$$

其中,权值  $\xi(T,S)$  由下式定义:

$$\xi(T,S) = A(S) \exp \{-(k/\theta)^2\}, k = \phi/d \quad (3)$$

其中,  $A(S)$  为三角形  $S$  的面积,  $\theta$  是给定的正数阈值,  $N(T)$  为三角形  $T$  的 1-邻域上三角形所组成的集合,  $d$  为三角形  $T$  和  $S$  重心之间的欧氏距离。

如图 2 所示为 Fleishman 方法、Taubin 方法与改进后的 Fleishman 方法的比较。原 Fleishman 方法在兔子的眼睛和下巴处产生了过光滑, 从而细节特征被磨光了; Taubin 方法在消除高频信号的同时, 也在某些细节上增强了低频信号; 而改进后的 Fleishman 方法在以较少的迭代次数获得较好的光滑去噪曲面质量的同时, 也保持了细节特征。

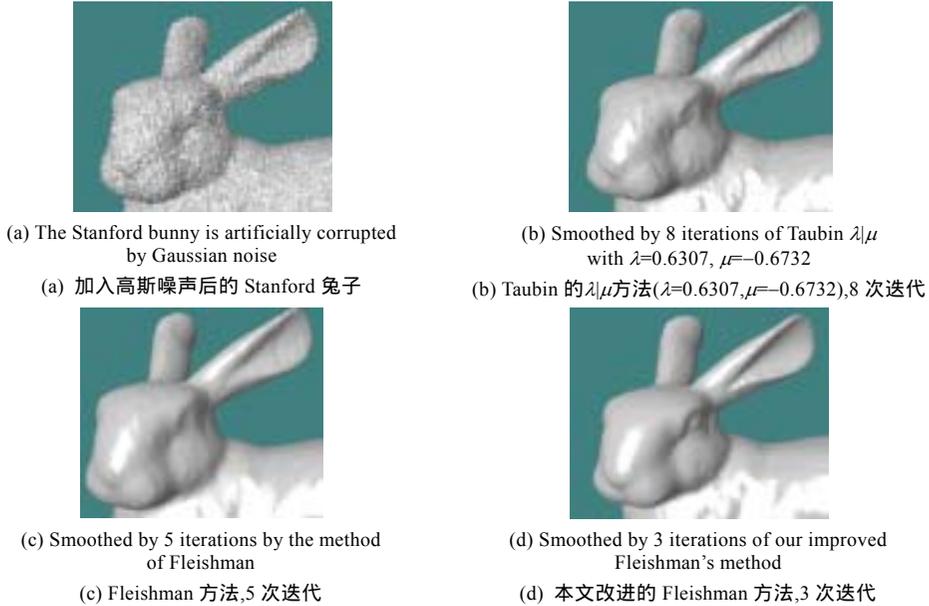


Fig.2  
图 2

### 3 三角网格简化与优化

三角网格简化是指在保持原有模型的几何拓扑特征的情况下, 尽量减少模型的面片数、边数和顶点数<sup>[10]</sup>。因此, 简化的误差测度及如何简化显得尤为重要。简化技术相对较成熟, 本文这部分所采用的方法与文献[8, 9, 12]类似, 采用的误差测度都是基于 Garland 等人<sup>[10]</sup>提出的二次误差(QEM), 它的简化操作是通过边折叠来实现的。二次误差是将点到相关平面的距离的平方作为误差测度, 它具有计算速度快、内存消耗小且能够得到较高的网格简化质量等优点。顶点  $v$  相对于平面  $f$  的误差测度  $Q_f(v)$  为

$$Q_f(v) = D^2 = (n^T v + d)^2 = v^T (nn^T)v + 2dn^T v + d^2 \quad (4)$$

其中, 平面  $f$  的方程为  $ax+by+cz+d=0$ , 平面  $f$  的单位法向量为  $n=(a, b, c)^T$ 。而网格上的一个顶点  $v$  的最终误差测度  $Q(v)$  为它到相关平面的误差测度之和,

$$Q(v) = \sum_{f \in N(T, v)} Q_f(v) = v^T A v + 2b^T v + \lambda \quad (5)$$

从而,  $Q(v)$  可以用一个三元组  $(A, b, \lambda)$  表示,  $A=nn^T, b=dn, \lambda=d^2$ 。

执行边折叠以后, 新顶点  $v$  位置的确定可以有多种选择, 最好的方法是  $v$  的位置能使  $Q(v)$  达到最小, 为此, 可以对式(5)求偏导, 求得梯度  $\nabla Q(v)$  为

$$\nabla Q(v) = 2Av + 2b \quad (6)$$

令  $\nabla Q(v)$  等于 0, 则求得  $v_{\min} = -A^{-1}b$  为最佳位置; 若  $A$  为奇异矩阵, 则新顶点  $v$  的位置通常取折叠边  $e$  的两端点中, 使得  $Q(v)$  较小的那个端点, 对于这种情形, 我们采用 Loop 细分中奇点的产生方式。

在简化本文处理的网格时,为了保持模型明显的尖锐特征,与前一个阶段相同,首先对模型的顶点和边进行分类.同样地,如果两相邻三角形的二面角大于给定的阈值,则称它们的共享边为尖锐边;否则,称其为光滑边.顶点则分为特征点和光滑点,其中:特征点包括前一个阶段的折痕点、尖锐点和角点;对于各种类型的顶点,网格简化时,它们各自的代价函数分别定义如下<sup>[8,9]</sup>:

- 光滑点:  $Q(v) = \text{Min}_{v_i \in N_i(v)} (Q(v_i))$ .
- 折痕点:  $Q(v) = \text{Min}_{v_i \in \{v_a, v_b\}} (Q(v_i))$ , 其中,  $\{v_a, v_b\}$  为折痕点相邻两条折痕边的另两个端点的集合.
- 角点和尖锐点: 由于在整个简化过程中,这两种类型顶点一直被保留下来,因而无须定义其代价函数.

在简化的过程中,首先根据每个顶点的代价函数计算出其代价,然后,根据代价大小建立优先级队列,优先删除代价小的顶点或满足给定删除条件的顶点;同时,对该顶点相关的三角形进行重新三角化,重新计算受到影响的顶点的代价并更新队列,进入下一次循环删除;网格简化的终止条件可以是指定的三角形数量、边数或顶点数.

为了避免在边折叠或顶点删除时产生多边形孔洞或导致某些相邻面重叠,在折叠前后要对网格进行一致性检查<sup>[10]</sup>.在处理这个问题时,文献[8,9]的方法虽然有效,但却大量增加了个别顶点的度数,降低了网格的正则性,这将影响下一步以简化后的网格为基网格进行拟合而得到的曲面的质量.为了优化简化后的网格,在保持网格的几何拓扑特征的前提下,本文采用了边分裂和边交换<sup>[4]</sup>.当共享边的两个三角形接近与共面时,才使用边交换.需要注意的是,边分裂和边交换也只能避免一部分正则性较差的顶点;而对于简化出现的狭长三角形,根据最小内角最大原则重新调整狭长三角形.

## 4 细分深度估计与自适应细分

为了拟合出最终的细分曲面,本文以简化后的三角网格为基网格,对原始网格进行重新采样.在采样时,为了采样足够多的顶点并避免误采样,通常都对简化后的模型进行细分<sup>[8,9,12,21]</sup>.文献[8,9]根据经验对简化后的网格进行 1~2 次的插值中点细分,然后从中求取最近距离点.该方法的最大不足是容易导致初始网格的控制点在切线方向上发生偏移,网格的正则性变差;而且,当原始网格较粗糙时将发生误采样<sup>[12]</sup>,从而导致生成的曲面光顺度降低.文献[12,22]采用的方法是,首先估计简化优化后网格的各个顶点的法向,然后沿着法向引直线与原始网格求交,所得交点即为采样点.这些方法共同的不足之处是,为了获得更多的采样点,对简化优化的网格采用的细分都是全局细分,或者称为均匀细分,而且对模型进行细分的次数也是凭借实验值而定.为此,本文首先根据给定的误差估计出需要对模型细分的次数,也就是细分的深度,然后再对模型进行均匀细分或者自适应局部细分,进而在此基础上采样拟合点.

### 4.1 细分深度估计

在对模型细分的过程中,根据用户给定的误差事先知道对模型细分的最少次数,在网格生成、网格布尔操作及数控加工等领域都是很有意义的<sup>[23,24]</sup>.对 Loop 细分模式的细分深度估计,本文采用文献[23,25]中的方法. Stam<sup>[7,26]</sup>证明了细分曲面上的任意点都可以用参数表达式表示,并给出任意参数点位置的表达式.对于 Loop 细分曲面来说,一个三角面片是由该三角形的 1-邻域上的三角形及其本身所定义的<sup>[26]</sup>,

$$s(u,w) = C^T b(u,w), (u,w) \in \Omega \quad (7)$$

其中:  $\Omega$  为单位三角域,  $\Omega = \{(u,w) | u \in [0,1], w \in [0,1-u]\}$ ;  $b(u,w)$  是每个控制点的基函数所对应的向量;  $C^T$  为该三角形及其 1-邻域上的三角形的所有控制点排列组成的矩阵.同时,随着对模型细分深度的增加,网格的每个三角面片最后都将收敛于细分曲面上各自对应的曲面片.因此,某个三角面片  $f$  与其对应的极限曲面片  $s$  之间的最大距离可以用下式表示:

$$\xi_f = \max_{(u,w) \in \Omega} \|f(u,w) - s(u,w)\| \quad (8)$$

同时,当  $\xi_f$  达到最大值时,三角形顶点与其对应的极限点位置之间的距离也达到最大,因此,可用控制网格上

的顶点与其对应的极限位置之间的最大距离  $\mathcal{G}_{\max}$  来估计  $\xi_f^{[23]}$ . 而第  $n$  层的  $\mathcal{G}_{\max}^n$  是这样定义的:

$$\mathcal{G}_{\max}^n = \max_{v_i \in V} \|v_i^n - v_i^\infty\| \quad (9)$$

其中:  $v_i$  为第  $n$  层网格的顶点之一;  $V$  为细分网格当前层的所有顶点集合;  $v_i^\infty$  为  $v_i$  对应的极限位置,其计算方式为<sup>[2]</sup>

$$v^\infty = (1-ka)v + a \sum_{j=0}^{k-1} v_j \quad (10)$$

其中:  $k$  为顶点  $v_i$  的价数,  $a = \left(\frac{3}{8}\beta + k\right)^{-1}$ ,  $\beta = \frac{1}{k} \left(\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{k}\right)^2\right)$ ,  $k > 3$ ;  $\beta = \frac{3}{16}$ ,  $k=3$ .

$$\mathcal{G}_{\max}^n = \max_{v_i \in V} \|v_i^n - v_i^\infty\| = \max_{v_i \in V} \left\| v_i^n - \left\{ (1-ka)v_i^n + a \sum_{j=0}^{k-1} v_j^n \right\} \right\| = \max_{v_i \in V} \left\| kav_i^n - a \sum_{j=0}^{k-1} v_j^n \right\| \quad (11)$$

同理,容易得到处于第  $n+1$  层的  $\mathcal{G}_{\max}^{n+1}$ ,

$$\mathcal{G}_{\max}^{n+1} = \max_{v_i \in V} \left\| kav_i^{n+1} - a \sum_{j=0}^{k-1} v_j^{n+1} \right\| \quad (12)$$

同时,又因为同一层上的奇点比偶点到各自对应的极限位置距离小得多<sup>[23,24]</sup>,因此,将 Loop 细分模式中偶点产生的计算方式代入式(12),可得:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{\max}^{n+1} &= \max_{v_i \in V} \left\| kav_i^{n+1} - a \sum_{j=0}^{k-1} v_j^{n+1} \right\| = \max_{v_i \in V} \left\| ka \left\{ (1-k\beta_k)v_i^n + \beta_k \sum_{j=0}^{k-1} v_j^n \right\} - a \sum_{j=0}^{k-1} \left\{ \frac{3}{8}(v_i^n + v_j^n) + \frac{1}{8}(v_{j-1+k}^n + v_{j+1}^n) \right\} \right\| \\ &= \max_{v_i \in V} \left\| \left( \frac{5}{8} - k\beta \right) \left( kav_i^n - a \sum_{j=0}^{k-1} v_j^n \right) \right\| \leq \left| \frac{5}{8} - k\beta \right| \mathcal{G}_{\max}^n \end{aligned} \quad (13)$$

又从  $\beta$  的定义易得:

$$\frac{5}{8} - k\beta = \begin{cases} \frac{1}{16}, & k=3 \\ \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos(2\pi/k)^2, & k \neq 3 \end{cases} \quad (14)$$

显然,  $\left(\frac{5}{8} - k\beta\right) > 0$ , 从而结合递归性及式(13)可得:

$$\mathcal{G}_{\max}^n \leq \left(\frac{5}{8} - k\beta\right) \mathcal{G}_{\max}^{n-1} \leq \dots \leq \left(\frac{5}{8} - k\beta\right)^n \mathcal{G}_{\max}^0 \quad (15)$$

这样,对于给定的误差  $\varepsilon$ , 就可以利用式(15)估计出达到这个误差值的最小细分次数,也就是深度  $n$ ,

设  $\left(\frac{5}{8} - k\beta\right)^n \mathcal{G}_{\max}^0 < \varepsilon$ , 解该不等式可得出:

$$n \geq \lceil \log_\rho \sigma \rceil \quad (16)$$

其中,  $\rho = \left(\frac{5}{8} - k\beta\right)^{-1}$ ,  $\sigma = \mathcal{G}_{\max}^0 / \varepsilon$ .

## 4.2 自适应细分与采样

如前所述,文献[8,9,12]在对简化之后的网格进行细分时,采用的都是全局细分.而事实上,如果这样,则一方面网格的面片数又将迅速增长,比如对模型 Loop 细分一次之后,网格的面片数将是上一层面片数的 4 倍,如果再进行一次均匀细分,则将是简化之后面片数的 16 倍,这样,前一个阶段网格简化的作用就没有完全发挥出来;另一方面,其实在对模型进行全局细分到一定层次以后,网格模型上有些区域的细节层次已满足采样要求,而有些区域还没有达到,这时,就没有必要采用全局细分了,只须对还没有满足要求的区域进行细分就可以了;再者,本

来就只需对基网格感兴趣的网格区域(比如细节层次较差的区域)进行细分,况且,即使对一块相对平坦(接近平面)的区域再细分也不会起到细分作用了(这种情况在机械零件模型中尤为常见).在这些情况下,都没有必要再进行全局均匀细分了.如果再均匀细分下去,除了导致面片数的迅速增长以外,还将影响模型的后续操作.为此,一种解决办法是在细分某一层时,根据实际需要,通过控制误差,在满足精度范围之内确定哪些区域(比如曲率相对较高的区域)参与下一层细分,哪些区域不参与.这样,既可以达到利用细分来获得网格区域的更多细节的目的,又达到尽可能以相对较少的面片逼近理想曲面的目的,这就是自适应细分<sup>[27-30]</sup>.

在自适应细分的过程中采取的阈值准则有基于二面角的<sup>[30]</sup>,即一个三角形是否参与下层细分取决于该三角形与其相邻三角形的夹角.如果夹角在给定的阈值之内则参与,反之则不参与.文献[30]也提供了一种基于分水岭分割的自适应方法:首先根据每个顶点的曲率大小不同,利用分水岭分割的方法把网格分成不同区域,然后再对指定的区域进行细分.本文把阈值准则的确立分成两类:一类是基于网格顶点所具有的各种属性,如曲率、颜色等;另一类是基于面所具有的各种属性,比如二面角、法向量、颜色、材质等.本文采用的自适应阈值准则是利用细分网格上顶点的距离属性.在细分的过程中,随着细分次数的增多,初始网格上的顶点与其在细分极限曲面上对应的顶点位置之间的距离在逐渐减小.值得注意的是,初始网格上的每个顶点与其对应的极限位置之间的距离是不相同的,如图 3(a)上图的距离云彩图所示.因此,如果网格上某个三角形的 3 个顶点与各自对应的极限点之间的距离都在给定的误差阈值内,那么,这个三角形就可以不参与下层的细分;或者也可以利用文献[30]中提出的分水岭分割思想,根据每个顶点与其对应的极限位置之间距离的不同对整个模型进行分割,如图 3(a)下图所示.于是,当某些区域不在给定的误差范围内时,就可以只对这些区域进行局部细分;或者只是某部分区域需要更多的细节特征而模型的其他区域不需要,那么,就可以只细分这部分区域.不过,此方法在算法实现上比前者复杂,且运算时间相对较长.这些自适应细分都可以有效地避免均匀细分带来的数据量过大等问题.

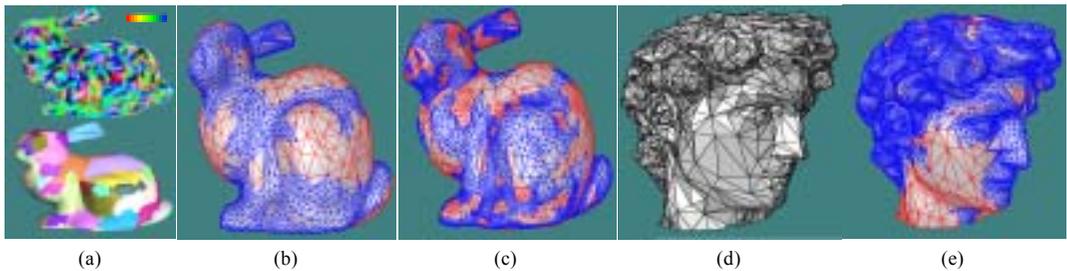


Fig.3 Results of adaptive subdivision on Bunny and David

图 3 模型 Bunny 和 David 的自适应细分结果

在自适应细分的过程中,如果一个三角形被标记为不参与下层细分,而其邻面要参与下层细分,这时就会产生裂缝.对于裂缝问题,一种方法是通过把三角形标记为红绿三角形来解决<sup>[31]</sup>.如果三角形只有一条边会产生裂缝,则把三角形一分为二;如果有两条边或者 3 条边会产生裂缝,则把三角形一分为四.与该方法类似的另一种方法是文献[30]的方法,即如果三角形只有一个邻面被标记为不参与下层细分,则不在共享边上插入新点;如果三角形仅有两个邻面被标识为不参与下层细分,则在另一个参与细分的邻面的共享边上插入新点;如果一个三角形的 3 个邻面都被标识为不参与下次细分,则此三角形的所有边上都不插入新点.

在本文的细分曲面拟合框架中,作为一种选择,除了给出前述的以顶点距离误差为阈值准则的自适应细分之外,也提供了以高斯曲率为阈值准则和文献[30]中的二面角方法的自适应细分算法.如图 3(b)所示为对兔子模型进行深度为 1 的顶点距离误差法的自适应细分(相对较小、细密的三角形为参与细分的三角形,而相对较大的三角形则没有参与);如图 3(c)所示为在图 3(b)的基础上再进行一次自适应细分.这里,深度的确定根据给定的精度可以通过第 4.1 节中的式(16)计算得出;如图 3(e)所示为对初始模型图 3(d)进行深度为 1 的以高斯曲率为阈值准则的自适应细分.显然,在需要细节层次较丰富的网格区域,如眼睛、头发和嘴唇等区域都得到了细分;相反,在脸部和脖子等本来已相对平坦,同时也不需要非常丰富的细节的区域都没有得到细分.这样,既达到了对

模型进行细分的目的,又避免了出现文献[8,9,12]中数据量过大的局面,有利于模型的后续处理.

在采样时,关于网格任意顶点  $v$  的法向如何估计,文献[8,9,12]并没有具体说明.可以通过计算顶点  $v$  的两个切向量  $\bar{t}_1, \bar{t}_2$ , 然后求两个切向量的叉乘  $\bar{t}_1 \times \bar{t}_2$  来得到该顶点的法向量  $\bar{t}$ . Loop 细分网格顶点的两个切向量可以通过下式来计算<sup>[2,4,13]</sup>:

$$t_1 = \sum_{j=0}^{k-1} \cos \frac{2\pi j}{k} v_j, \quad t_2 = \sum_{j=0}^{k-1} \sin \frac{2\pi j}{k} v_j \quad (17)$$

其中,  $v_j$  为顶点  $v$  的 1-邻域上的顶点.对边界顶点的计算可参考文献[2,4,13],在具体采样时,沿着顶点  $v$  的法向引直线与原始网格的交点即可得到.如果交点在三角形的内部,则这个点为候选顶点;如果交点不在三角形内部,则顶点  $v$  到原始网格三角形的最近点为候选点,最终离顶点  $v$  最近的顶点即为采样点.在采样的过程中,为了保持尖锐特征,折痕点的最近点从折痕边上取<sup>[8,9,12]</sup>.

## 5 实验结果与分析讨论

### 5.1 拟合方程的建立

设采样得到的控制网格为  $\mathcal{I}_1$ , 通过拟合采样控制网格得到的网格为  $\mathcal{I}_2$ , 而对  $\mathcal{I}_2$  进行细分得到的网格  $\mathcal{I}_2^1$  是与简化优化后的控制网格拓扑保持一致的.同样,为了便于描述,设网格  $\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2$  和  $\mathcal{I}_2^1$  上各自顶点构成的向量分别为  $X_1, X_2$  和  $X_2^1$ , 细分网格  $\mathcal{I}_2^1$  上各自顶点在细分极限曲面上的位置构成的向量表示为  $X_2^\infty$ , 细分曲面中奇点和偶点的产生方式及其计算方式可以用旧顶点的线性组合表示新点,因此,可以用细分矩阵  $M_2$  表示它们之间的关系:  $X_2^1 = M_2 X_2$ <sup>[2,12,13]</sup>.另一方面,也存在细分矩阵  $M$ , 使得  $X_2^\infty = M X_2^1$ . 而我们最终希望细分网格  $\mathcal{I}_2^1$  上各自顶点在细分极限曲面上的位置与采样得到的顶点位置之间的误差能够达到最小.因此,通过最小二乘法求解下式,即可得到细分拟合曲面的控制网格  $\mathcal{I}_2$ .

$$M M_2 X_2 = X_1 \quad (18)$$

### 5.2 实验结果与讨论

我们利用 Visual C++6.0 和 OpenGL 图形库实现了本文所给出的细分曲面拟合算法,而且将其集成到我们开发的 3M 系统原型中并应用到实际工程中.本文所给出结果的运行环境是 Windows XP, P4-1.8GHz, 256MB 内存, 64M 显存的 Geforce4MX440 显示卡.我们对大量常见的 3D 模型及实际中由三维散乱点云重建得到的曲面模型进行了实验.限于篇幅,本文只给出部分模型的实验结果.在求极限细分曲面时,针对各种具体模型和给定的精度,对控制网格细分的深度是根据上文的深度估计公式确定的,而不是像文献[8,9,12]那样统一对控制网格进行 2 次或 3 次均匀细分得到的.

如图 4 所示的结果为对图 4(a)的石膏男孩头像进行细分曲面拟合的结果.由于测量等其他物理因素,由三维点云重建出的分段线性曲面片带有较大的噪声,如图 4(b)所示.如图 4(c)所示为利用本文改进的 Fleishman 噪声去除方法进行 3 次迭代后的结果.同时,为了与文献[8,12]中的方法作比较,我们以这个阶段的结果(也就是噪声去除之后的模型)为共同的初始密集三角网格模型.这时,模型的顶点数为 183 956, 面片数为 367 293.如图 4(d)所示为最终拟合得到的细分极限曲面.由图可见,模型的尖锐特征在整个拟合过程中都一直被保持着.拟合得到模型的顶点数为 35 938, 面片数为 71 654, 而文献[8,9]得到的顶点数和面片数分别为 55 919 和 111 550.显然,本文的方法所能节省的模型数据量是可观的;文献[8,9]的压缩比是 69.63%, 而本文是 80.5%.当模型更大时,压缩比的差距将会更加明显.这也是本文的方法较之以前的方法的一个突出优势.而模型的数据大小在实际中是很重要的,因为它将影响模型的后续处理,如传输、存储、模型处理速度及加工路径规划等.数据量的减少是由于本文采用了自适应局部细分,文献[8,12]采用的都是全局均匀细分,然而,这种方式有时候并非必要.如图 4 所示,男孩模型的胸部及背面等本来都已是相对较平坦的曲面,这时再对模型进行均匀细分只会增加模型的数据量,并不会对这些区域起到明显的光顺作用,同时也会增加下一阶段的采样数据量并增大拟合方程建立的规模.图 4(e)和图 4(f)分别是本文的方法和文献[8,9]中的方法最终拟合得到的细分极限曲面的平均曲率流云彩图.其

中,平均曲率的计算方法采用的是 Desbrun 提出的方法<sup>[18]</sup>.我们将采用文献[8,9]的方法拟合得到的结果进行局部放大,并与本文的方法进行比较,如图 4(h)和图 4(g)所示.其中,图 4(h)为文献[8,9]的结果,图 4(f)是本文的结果.从图 4(f)和图 4(g)的比较可看出,在男孩模型的鼻梁和眼睛周围这些细节之处,采作文献[8,9]的方法拟合得到的曲面有明显皱褶,光顺度不好,相反,这种情况并未出现在用本文的方法拟合得到的曲面上.

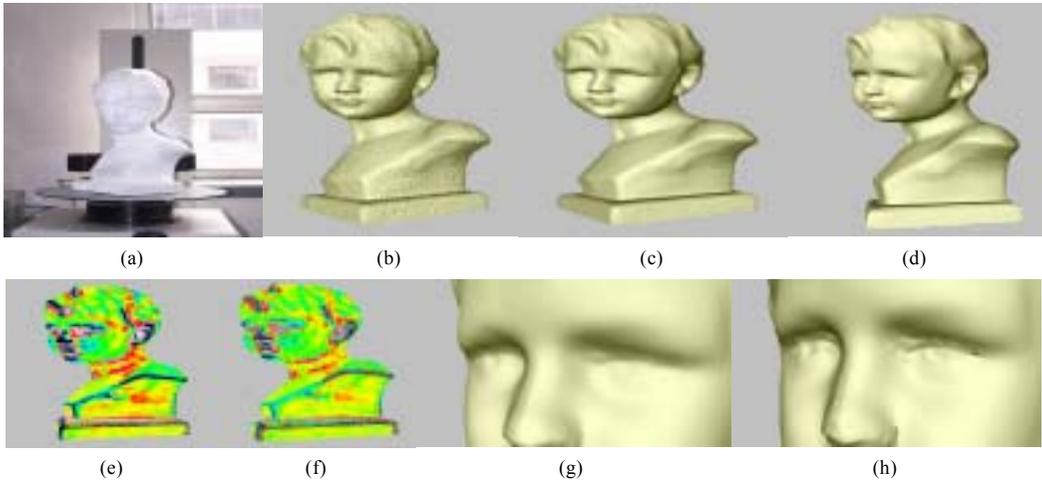


Fig.4 Results of our subdivision surface fitting method (top row) and comparisons between our method and the method in Ref.[8,9] (bottom row)

图 4 本文的细分曲面拟合结果(上列)及文献[8,9]的方法与本文方法的比较(下列)

如图 5 所示为对常见机械零件 Mechpart 模型细分曲面的拟合结果.图 5(a)为初始密集三角网格模型,顶点数和面片数分别为 11 452 和 22 912;图 5(b)是在保持尖锐特征的情况下对图 5(a)的简化结果;图 5(c)是采用本文的系统拟合得到的 Loop 细分极限曲面;图 5(d)、图 5(e)和图 5(f)分别为采用文献[8,9,12]及本文的方法获得的极限细分曲面对模型内腔的局部放大比较图.由于文献[12]引入了网格优化技术,因此,得到的曲面质量(图 5(e))比文献[8,9]的结果(图 5(d))有了提高,但在模型的数据量方面却没有得到改善.而本文又引入了局部自适应细分,在模型的曲面质量及细节特征保持方面得到进一步的提高,如图 5(f)所示.同时,模型的数据压缩比也得到相应的提高,这从表 1 的数据比较中可以得出.

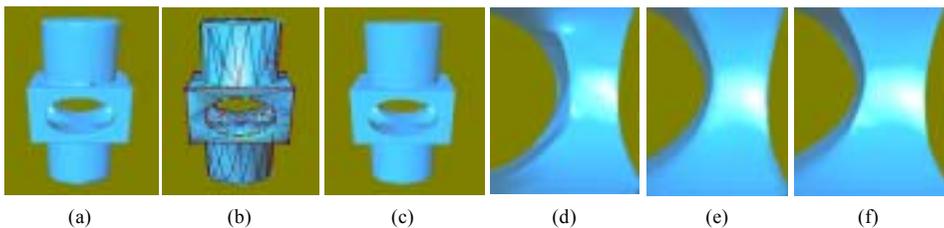


Fig.5 Results and comparisons of our fitting method between the methods in Ref.[8,12] on the Mechpart model

图 5 本文的拟合方法与文献[8,12]的拟合方法对模型 Mechpart 的拟合结果与比较

表 1 所给出的数据为采用类似于文献[32]所提供的 MESH(measuring error between surfaces using the Hausdorff distance)工具对拟合得到的细分极限曲面与原网格进行误差分析的结果,主要是以常用于衡量两个点集之间相似度的 Hausdorff 距离作为误差分析的基础.由表 1 可以看出,由于在细分曲面的拟合过程中,针对具体的模型及用户的不同需求,本文采用不同阈值准则的自适应局部细分,或者是与均匀细分相结合,并且根据给定的误差对细分深度进行事先估计,所以,不仅得到的曲面质量有了更进一步的提高,而且在误差和模型的压缩

比方面也都有了较明显的提高.

**Table 1** Comparisons of our method and the methods in Ref.[8,12] on some parameters for models in Fig.4 and Fig.5

**表 1** 本文的方法与文献[8,12]的方法关于图 4 和图 5 模型的相关参数比较

Model	Methods	Vertices	Faces	Ratio (%)	Min	Max	Mean	RMS
Fig.4	Ref.[8,9]	55 919	111 550	60.63	0.0	0.094 03	0.027 77	0.015 79
	Our method	35 938	71 654	80.50	0.0	0.024 33	0.002 11	0.001 62
Fig.5	Ref.[12]	3 164	6 336	72.64	0.0	0.032 53	0.002 86	0.001 47
	Our method	1 596	3 200	86.03	0.0	0.003 08	0.000 97	0.000 15

Note: Min, max, mean and RMS mean minimum error, maximum error, mean error and root mean square error respectively.

## 6 结束语

本文讨论了一个从带噪声的海量三角形拟合出连续光滑细分曲面或分段光滑细分曲面的系统.为了去除初始模型所带来的噪声,本文改进了 Fleishman 的基于图像的双边滤波器思想的噪声去除方法,从而使得该方法在能够以较少的迭代次数获得较好的光顺去噪曲面质量的同时,保持了初始模型所具有的细分特征.同时,为了避免以往在细分曲面拟合过程中根据经验值或模型曲面质量的视觉效果确定细分深度的问题,系统引入了细分深度估计,因此,进一步减少了拟合过程中的人为干涉因素并提高了拟合的自动化程度.另一方面,本文系统地给出了自适应细分方法,使得拟合得到的曲面质量在模型的细节层次方面较之以往的方法有了显著提高,也大幅度减少了最终模型的数据量,有利于模型的后续操作.虽然本文的系统是基于 Loop 细分模式,但也可以将本文的方法扩展到其他静态细分模式中,如  $\sqrt{3}$  细分模式等.由于细分造型技术具有诸多优点,我们下一步将对细分曲面在工业制造领域中的应用作进一步的研究.

## References:

- [1] Zorin D, Schroder P. Subdivision for modeling and animation. In: SIGGRAPH 2000 Course Notes, Course 23. New Orleans: ACM SIGGRAPH, 2000. 13–16. <http://www.multires.caltech.edu>
- [2] Loop C. Smooth subdivision surfaces based on triangles [MS. Thesis]. Utah: University of Utah, 1987.
- [3] Wang GJ, Wang GZ, Zheng JM. Computer Aided Geometric Design. Beijing: China Higher Education Press; Berlin: Springer-Verlag, 2001. 338–376 (in Chinese).
- [4] Hoppe H, DeRose T, Duchamp T, Halstead M, Jin H, McDonald J, Schweitzer J, Stuetzle W. Piecewise smooth surface reconstruction. In: Proc. of the SIGGRAPH 1994. New York: ACM Press, 1994. 295–302.
- [5] Suzuki H, Takeuchi S, Kanai T. Subdivision surface fitting to a range of points. In: Proc. of the 7th Pacific Conf. on Graphics and Applications (Pacific Graphics'99). Washington: IEEE Computer Society, 1999. 158–167.
- [6] Ma W, Zhao N. Catmull-Clark surface fitting for reverse engineering applications. In: Proc. of the Geometric Modeling and Processing 2000. Washington: IEEE Computer Society, 2000. 274–283.
- [7] Stam J. Exact evaluation of Catmull-Clark subdivision surfaces at arbitrary parameter values. In: Proc. of SIGGRAPH 1998, Annual Conf. Series. New York: ACM Press, 1998. 395–404.
- [8] Ma W, Ma X, Tso S, Pan Z. A direct approach for subdivision surface fitting from a dense triangular mesh. Computer Aided Design, 2004,36(16):525–536.
- [9] Ma W, Ma X, Tso S, Pan Z. Subdivision surface fitting from a dense triangle mesh. In: Proc. of the Geometric Modeling and Processing -Theory and Applications (GMP 2002), Washington: IEEE Computer Society, 2002. 365–370.
- [10] Garland M, Heckbert PS. Surface simplification using quadric error metrics. In: Proc. of the SIGGRAPH'97. New York: ACM Press, 1997. 209–216.
- [11] Takeuchi S, Kanai T, Suzuki H, Shimada K, Kimura F. Subdivision surface fitting with QEM-based mesh simplification and reconstruction of approximated B-spline surfaces. In: Proc. of the 8th Pacific Conf. on Graphics and Applications (Pacific Graphics 2000). Washington: IEEE Computer Society, 2000. 202–212.
- [12] Li G, Ma W, Bao H. Fitting system using loop subdivision surfaces with sharp features. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2005,17(6):1179–1185 (in Chinese with English abstract).
- [13] Schweitzer JE. Analysis and application of subdivision surface [Ph.D. Thesis]. Washington: University of Washington, 1996.
- [14] Halstead M, Kass M, DeRose T. Efficient, fair interpolation using Catmull-Clark surfaces. In: Cunningham S, ed. Proc. of the

- SIGGRAPH'93. New York: ACM Press, 1993. 35-44.
- [15] Vollmer J, Mencl R, Muller H. Improved Laplacian smoothing of noisy surface meshes. *Computer Graphics Forum*, 1999,18(3): 131-138.
- [16] Yu O, Belyaev AG, Bogaevski I. Mesh regularization and adaptive smoothing. *Computer-Aided Design*, 2001,33(11):789-800.
- [17] Taubin G. A signal processing approach to fair surface design. In: Proc. of the SIGGRAPH'95. New York: ACM Press, 1995. 351-358.
- [18] Desbrun M, Meyer M, Schroder P, Barr AH. Implicit fairing of irregular meshes using diffusion and curvature flow. In: Rockwood A, ed. Proc. of the SIGGRAPH'99. New York: ACM Press, 1999. 317-324.
- [19] Jones T, Durand F, Desbrun M. Non-Iterative, feature preserving mesh smoothing. In: Proc. of the SIGGRAPH 2003. New York: ACM Press, 2003. 943-949.
- [20] Fleishman S, Drori ID, Cohen-Or D. Bilateral mesh denoising. In: Proc. of the SIGGRAPH 2003. New York: ACM Press, 2003. 950-953.
- [21] Lee A, Moreton H, Hoppe H. Displaced subdivision surfaces. In: Akeley K, ed. Proc. of the SIGGRAPH 2000. New York: ACM Press, 2000. 85-94.
- [22] Mongkolnam P, Razdan A, Farin G. Lossy 3D mesh compression using loop scheme. In: Hamza MH, ed. Proc. of Computers Graphics and Imaging 2003. Calgary: ACTA Press, 2003. 103-110.
- [23] Cheng F, Yong J. Subdivision depth computation for Catmull-Clark subdivision surfaces. 2003. <http://cs.engr.uky.edu/~cheng/publ.html>
- [24] Cheng F. Estimating subdivision depths for rational curves and surfaces. *ACM Trans. on Graphics*, 1992,11(2):140-151.
- [25] Lanquetin S, Neveu M. A priori computation of the number of surface subdivision levels. 2004. <http://www.graphicon.ru/2004/Proceedings/Technical/3%5B3%5D.pdf>
- [26] Stam J. Evaluation of loop subdivision surfaces. 1999. <http://www.dgp.toronto.edu/people/stam/reality/Research/pdf/sig98.pdf>
- [27] Lin S, He J, Guo Y, Kong B. Butterfly adaptive subdivision algorithm. *Journal of Computational Information Systems*, 2005,1(1): 73-78.
- [28] Yong JH, Cheng FH. Adaptive subdivision of Catmull-Clark subdivision surfaces. *Computer-Aided Design and Applications*, 2005, 2(1-4):253-261.
- [29] Settgast V, Muller K, Funzig C, Fellner D. Adaptive tessellation of subdivision surfaces. *Computers and Graphics*, 2004,28(1): 73-78.
- [30] Amresh A, Farin G, Razdan A. Adaptive subdivision schemes for triangular meshes. In: Farin G, Hagen H, Hamann B, eds. *Hierarchical and Geometric Methods in Scientific Visualization*. Berlin: Springer-Verlag, 2003. 319-327.
- [31] Seeger S, Hormann K, Hausler G, Greiner G. A sub-atomic subdivision approach. In: Ertl T, Girod B, eds. Proc. of the Vision Modeling and Visualization Conf. 2001 (VMV 2001). Berlin: Aka GmbH, 2001. 77-86.
- [32] Aspert N, Santa-Cruz D, Ebrahimi T. MESH: Measuring error between surfaces using the Hausdorff distance. 2002. <http://mesh.berlios.de/>

#### 附中文参考文献:

- [3] 王国瑾, 王国昭, 郑建民. 计算机辅助几何设计. 北京: 高等教育出版社; 柏林: 施普林格出版社, 2001. 338-376.
- [12] 李桂清, 马维银, 鲍虎军. 带尖锐特征的 Loop 细分曲面拟合系统. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2005, 17(6): 1179-1185.



吴剑煌(1980 - ),男,福建泉州人,博士生,主要研究领域为计算机图形学,CAD/CAM.



王天然(1943 - ),男,研究员,博士生导师,中国工程院院士,主要研究领域为先进制造技术,数字化智能制造装备与系统技术,机器人技术.



刘伟军(1969 - ),男,博士,研究员,博士生导师,主要研究领域为 CAD/CAM,反求工程,快速原型制造.



赵吉宾(1970 - ),男,博士,助理研究员,主要研究领域为计算机图形学,CAD/CAM.